



Centro Educativo de Nivel Secundario N° 451
Anexo Universidad Tecnológica Nacional

Dirección de Capacitación No Docente

Dirección General de Cultura y Educación
Provincia de Buenos Aires

MATEMATICA

Primer Año
Módulo 2



LIBROS BACHILLER 2011

Formato digital - PDF

Publicación de edUTecNe - Editorial de la U. T. N.

Sarmiento 440 - (C1041AAJ) - Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

<http://www.edutecne.utn.edu.ar>

edutecne@utn.edu.ar

© Universidad Tecnológica Nacional -U.T.N. - Argentina

La Editorial de la U.T.N. recuerda que las obras publicadas en su sitio web son de libre acceso para fines académicos y como un medio de difundir el conocimiento generado por autores universitarios, pero que los mismos y edUTecNe se reservan el derecho de autoría a todos los fines que correspondan.

- 📖 Operaciones con números naturales: suma, resta, multiplicación y división, Propiedades.
- 📖 Múltiplo y divisor de un número
- 📖 Uso del paréntesis combinando operaciones.
- 📖 Supresión de paréntesis, corchetes y llaves.
- 📖 Lenguaje coloquial y simbólico.
- 📖 Ecuaciones, problemas que se plantean mediante ecuaciones.
- 📖 Inecuaciones, resolución de problemas.



OPERACIONES
ADICION-SUSTRACCION
MULTIPLICACION
DIVISION

ADICIÓN

Supongamos que a, b y c son números naturales, entonces se verifica que:

$$a + b = c$$

$$\begin{array}{r}
 9 \quad \longrightarrow \text{Sumando} \\
 + 3 \quad \longrightarrow \text{Sumando} \\
 \hline
 12 \quad \longrightarrow \text{Suma}
 \end{array}$$

a y b son los **sumandos** o **términos** y c es la **suma**

Propiedades de la adición

ASOCIATIVA	CONMUTATIVA
$(a+b) + c = a + (b+c)$	$a + b = b + a$
$(3+5) + 2 = 3 + (5+2)$	$5 + 2 = 2 + 5$

PROPIEDAD ASOCIATIVA

Si se reemplazan dos o más sumandos por una suma efectuada la suma total no varía.

PROPIEDAD CONMUTATIVA

Si se cambia el orden de los sumandos, la suma no varía.

José va al supermercado , lleva en la billetera 3 billetes de \$100 y 4 billetes de \$10 tenemos un total de:

$$3 \cdot \$100 + 4 \cdot \$10 = \$300 + \$40 = \$340 \text{ (asociamos)}$$

O bien podemos sumar sin agrupar

$$\$100 + \$100 + \$100 + \$10 + \$10 + \$10 + \$10 = \$340$$

Tambien obtendremos el mismo resultado si sumamos primero los billetes de \$10 y luego los billetes de \$100. (conmutamos)



Restar de un número **a** un número **b**, es encontrar un número **c** tal que sumado a **b** de por resultado el primer número.

En símbolos:

$$\mathbf{a - b = c} \quad \text{entonces} \quad \mathbf{a = c + b}$$

$$9 \longrightarrow \text{minuendo}$$

$$2 \longrightarrow \text{sustraendo}$$

$$\frac{9}{2} \longrightarrow \text{resta o diferencia}$$

Ejemplo numérico:

$$9 - 2 = 7 \quad \square \text{ entonces } 5 + 2 = 7$$

Ambos son términos de una sustracción el número 5 es la **resta o diferencia**.

Propiedades de la sustracción:

La sustracción **no** es conmutativa.

¿Por qué?

Por que si se cambia el orden del minuendo y sustraendo, el resultado varía.

Pensemos en José que llevó al supermercado \$340, si hace una compra de \$180, puede pagarla y aún le queda vuelto. ¿cuánto?

$$\$340 - \$180 = \$160$$

Si la propuesta fuera distinta, tiene \$180 y gasta \$340, el resultado de la cuenta sería distinto y no podría hacer la compra dado que no le alcanzaría el dinero.

$$\$340 - \$180 \neq \$180 - \$340$$

MULTIPLICACIÓN



La multiplicación es una “suma abreviada”; Cuando sumamos los billetes de \$ 100 de José, en lugar de sumar \$ 100 + \$ 100 + \$ 100, hicimos 3. \$ 100 (dado que tenía 3 billetes)

Indicamos la suma de n términos iguales a de esta forma:

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ términos}}$$

Definimos la multiplicación de a por n ($n \in \mathbb{N}$)

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{\text{número de términos}} = a \cdot n$$

$$a \cdot n = b$$

a y n se llaman factores y b es el producto

Propiedades de la multiplicación

ASOCIATIVA	CONMUTATIVA
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot b = b \cdot a$
$2 \cdot (5 \cdot 7) = (2 \cdot 5) \cdot 7$	$8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$

Propiedad Asociativa:

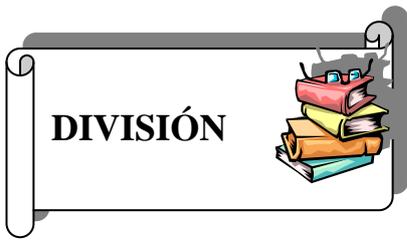
Si se reemplazan dos o más factores en una multiplicación por su producto, el resultado final no varía.

$$\begin{aligned} \text{ejemplo: } 2 \cdot (3 \cdot 5) &= (2 \cdot 3) \cdot 5 \\ 2 \cdot (15) &= 6 \cdot 5 \\ 30 &= 30 \end{aligned}$$

Propiedad Conmutativa:

Si se cambia el orden de los factores, el producto no varía. Podemos deducir lo siguiente:

$$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$$



Expresar que el producto de dos números naturales distintos de cero, **a** y **n** es igual a otro número natural **b**, es equivalente a afirmar que **a** está contenido **n** veces en **b**, o que **n** está contenido **a** veces en **b**.

$$b : n = a \text{ entonces } b = a \cdot n \quad (n \neq 0)$$

b es el dividendo, **n** es el divisor, **a** es el cociente exacto.

Como **n** puede no estar contenido un número exacto de veces en **b** es decir si hacemos la división el resto no es cero se cumple

Primero lo vemos con un ejemplo numérico y luego en forma simbólica.

$$\begin{array}{r} 15 \quad | \quad 2 \\ - 14 \quad | \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 0 \\ \hline a \end{array}$$

entonces $15 = 7 \cdot 2$

$$b = n \cdot a + r$$

división → **b** ← dividendo

resto → **r** ← cociente

r es el resto de la división y tiene que ser necesariamente menor que el divisor.

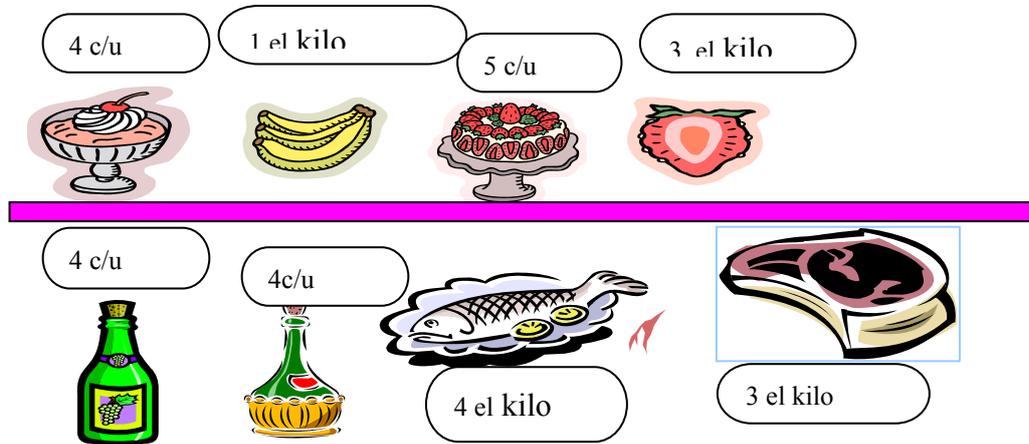
Propiedades de la división

NO ES CONMUTATIVA	NO ES ASOCIATIVA
$a : b \neq b : a$	$(a : b) : c \neq a : (b : c)$
$4 : 2 \square \square \neq 2 : 4$ $2 \square \square \neq \frac{1}{2}$	$(8 : 4) : 2 \neq 8 : (4 : 2)$ $2 : 2 \square \neq \square \square \square 8 : (2)$ $1 \neq 4$

TRABAJAMOS
JUNTOS



Sigamos con José, que compró 3 tortas de frutilla, 2 kilos de frutillas, 6 botellas de vino blanco y 6 de vino tinto y 2 kilos de carne



¿Cuánto gastó?

$$3 \cdot \text{cake} + 2 \cdot \text{strawberry} + 6 \cdot \text{white wine} + 6 \cdot \text{red wine} + 3 \cdot \text{meat} =$$

$$3.5 + 2.3 + 6.4 + 6.4 + 3.3 = 78$$

¿Cuánto le dieron de vuelto si pagó con \$ 100 ?

$$100 - 78 = 22$$

¿Cuántas botellas de vino blanco puede comprar con \$ 10? ¿ cuánto dinero le sobra?

\$ 10 dividido 4 : comprará dos botellas y le sobrarán \$ 2

Inventen dos compras de \$ 130, en la que no le den vuelto.

10 tortas de \$ 10	\$ 100	5 kg pescado	\$ 20
6 botellas de \$ 4	\$ 24	8 kg carne	\$ 24
2 kilos de frutillas	\$ 6	10 kg pescado	\$ 40
TOTAL	\$ 130	2 kg frutilla	\$ 6
		10 botellas	\$ 40
		TOTAL	\$ 130



Si gastó la mitad del dinero que tenía ¿Cuánto le queda?

$$\$ 340 : 2 = \$ 170$$

MAS PROPIEDADES



Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y la resta.

La multiplicación es distributiva respecto de la adición y de la sustracción. En general si **a**, **b**, **c** y **n** son números naturales cualesquiera.

$$(a + b - c) \cdot n = a \cdot n + b \cdot n - c \cdot n \text{ a derecha}$$

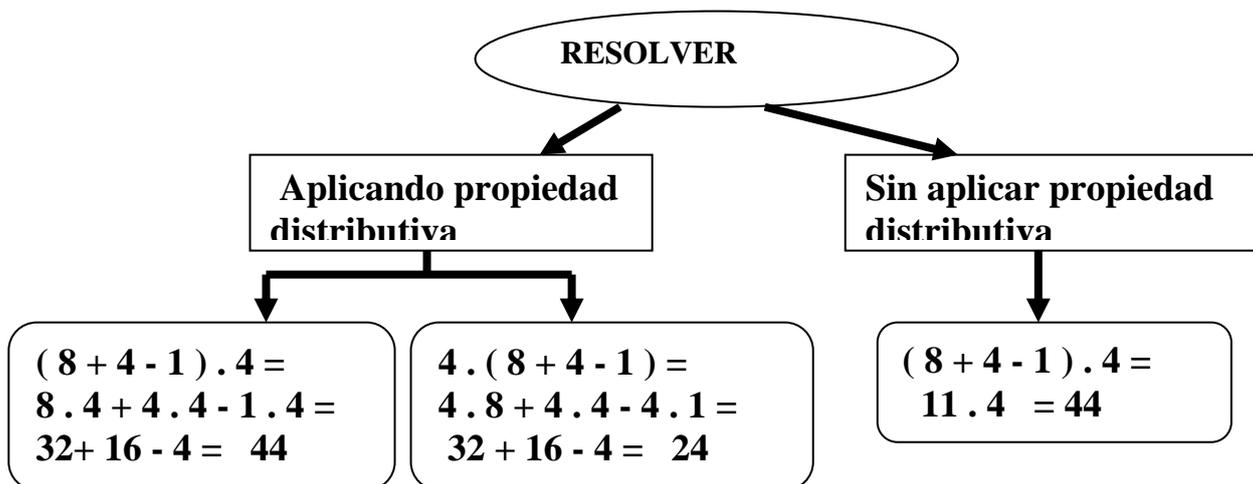
$$n(a + b - c) = n \cdot a + n \cdot b - n \cdot c \text{ a izquierda}$$

Ejemplo numérico:

$$(8 + 4 - 1) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + 4 \cdot 4 - 1 \cdot 4 = 32 + 16 - 4 = \dots$$

$$4 \cdot (8 + 4 - 1) = 4 \cdot 8 + 4 \cdot 4 - 4 \cdot 1 = 32 + 16 - 4 = \dots$$

El siguiente cálculo puede resolverse de dos formas diferentes:



La división no es distributiva respecto de la suma y de la resta, pues solo puede realizarse a derecha.



TRABAJAMOS
JUNTOS



Resolver de dos formas distintas si es posible:

$$(2 + 4 + 1) \cdot 3 =$$

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 21$$

$$(7) \cdot 3 = 21$$

$$(18 - 16 + 4) : 2 =$$

$$18 : 2 - 16 : 2 + 4 : 2 = 3$$

$$(6) : 2 = 3$$

$$(300 - 20 - 15) : 5 =$$

$$300 : 5 - 20 : 5 - 15 : 5 = 53$$

$$(265) : 5 = 53$$

MÚLTIPLOS Y
DIVISORES



Si el cociente entre 2 números naturales **a** y **b** es exacto, **a** es múltiplo de **b** y **b** es divisor de **a**.

Es decir $18 \text{ dividido } 3 = 6$, entonces **18 es múltiplo de 3**, pues lo podemos obtener multiplicando a 3 por otro número natural que en este caso es 6. Además **3 es divisor de 18** pues al realizar la división el resto es 0.

Criterios de divisibilidad

Divisible por 2	Termina en 0,2,4,6,8	128
Divisible por 3	La suma de sus cifras es múltiplo de 3	345
Divisible por 4	Sus dos últimas cifras forman un número divisible por 4	124
Divisible por 5	Termina en 0 ó 5	135
Divisible por 6	Es divisible por 2 y por 3 a la vez	228



NOMBRE Y APELLIDO: _____

DEPENDENCIA: _____

Matemática

Actividad 4

- 1) Averigua :
- ¿ cuándo un número es divisible por 10?
 - ¿ y por 8 ?
 - ¿ y por 11?
 - ¿ y por 7?

2) Observen los siguientes números y sin hacer la división completen la tabla:

42	36	17	27	61	51
8	16	15	80	24	21

Números divisibles por 2

Números divisibles por 3

Números divisibles por 2 y 3

2) Escriban los primeros siete números impares que son divisibles por 5.

3) Escriban un número impar entre 80 y 100 que se divisible por 3 y no por 5.

4) Señale un camino para ir de A a B, pasando por todos los cuadrados cuyo cociente sea 12,

A	: 12	20 : 60	58 : 12	59:16	B
	: 45	19 : 9	2 : 7	: 7	
	: 8	.008 : 84	1 : 32	5 : 91	
	13 :12	124 : 3	32 : 36	6 : 23	

1) Resolver los siguientes cálculos de dos formas distintas:

a) $(30 - 4 - 17 + 51) \cdot 3 =$

.....

b) $(-3 + 11 + 10 - 5) \cdot 7 =$

.....

.....

2) Los chicos van al buffet de la escuela después de jugar el partido de football, compran 5 pizzas, 12 panchos, 8 papas fritas, 16 bebidas. ¿ cuánto gastan?
 ¿ cuanto le dan de vuelto si pagan con un billete de \$ 100?

Hamburguesa \$ 1			
Papas \$ 2			
Pancho \$ 1			
Pizza \$ 3			
Bebida \$ 2			

.....

.....

.....

3) Para navidad fuimos a comprar los regalos para toda la familia con \$ 500. Gastamos la mitad del dinero en una campera de cuero para Raúl porque además era su cumpleaños, un par de zapatos para la abuela que costaron \$ 36. También compramos 5 pantalones de \$ 36 cada uno. ¿cuánto dinero nos sobró?



.....

.....

.....

4) Han ingresado a la repartición 137 personas, se las quiere repartir en tres oficinas distintas, y si queda alguno irá temporariamente a mesa de entradas. ¿ Cuántas personas irán a cada oficina?. ¿ Queda alguno para ser enviado a mesa de entradas?

.....

.....

.....

5) Completen el siguiente cuadro, sin hacer cuentas y justificando la respuesta

	por 2	por 3	por 5	por 10

.....

.....

OPERACIONES COMBINADAS



PARÉNTESIS, CORCHETES O LLAVES.



Retomemos la compra que efectuó José en el Supermercado.

¿Cuánto gastó?. Gastó \$ 78

$$\begin{array}{ccccccccc}
 3 \cdot & \text{[Cake]} & + 2 & \text{[Strawberry]} & + 6 & \text{[Wine]} & + 6 & \text{[Juice]} & + 3 & \text{[Steak]} & = & \text{[Owl]} \\
 3.5 & + & 2.3 & + & 6.4 & + & 6.4 & + & 3.3 & & = & 78
 \end{array}$$

¿Cuánto le dieron de vuelto si pagó con \$ 100 ?

Podemos expresar el cálculo para responder, de dos formas distintas.

1) \$ 100 - \$ 15 - \$ 6 - \$ 24 - \$ 24 - \$ 9 = 22 Se restan todos los gastos al dinero con el que se paga.

2) \$ 100 - (\$ 15 + \$ 6 + \$ 24 + \$ 24 + \$ 9) = 22 Se suman los gastos del luego se restan del dinero con el que se paga.

Como podemos observar los dos cálculos son equivalentes pues tienen el mismo resultado, entonces si observamos podemos concluir:

“ para suprimir (), { } ó [] precedidos por un signo – (menos) debe cambiarse los signos de los números que se encuentran en su interior, y para suprimir (), { } ó [] precedidos por un signo (más), se efectúa la supresión sin cambiar ningún signo.”



Ejemplo:

$$-(3 + 7) + \{ 8 + 10 \} - 8 - (-6-1) =$$

1º) sacamos los paréntesis precedidos por $-$, cambiando los signos de los números de su interior. El número 3 es positivo igual que el 7, mientras que el 6 y el 1 son negativos. Entonces;

$$- 3 - 7 + \{ 8 + 10 \} - 8 + 6 + 1 =$$

2º) sacamos las $\{ \}$ precedidas por un $+$, dejando todo como se encuentra:

$$3 - 7 + 8 + 10 - 8 + 6 + 1 =$$

3º) se suman los positivos, se suman los negativos y se restan a los primeros:



$$3 + 10 + 6 + 1 + 8 - (7 + 8) =$$

$$28 - (15) =$$

4º) suprimimos el paréntesis y como se halla precedido por un signo $-$ se cambia el signo del número 15.

$$28 - 15 = 13$$

¿Cómo debe efectuarse la supresión si en el cálculo hay varios paréntesis?

Ejemplo:

$$(3 - (-5 - 6 + (8 - 10))) =$$

En este caso también sigue vigente la regla anterior. Surge otra inquietud, ya sabemos como sacarlos, lo que no tenemos en claro es **cual sacar primero**.

Regla: los $()$, $\{ \}$ ó $[]$ se suprimen de adentro hacia afuera.

1º) escribimos todo igual, hasta llegar a $(8 - 10)$, que es el paréntesis mas pequeño o bien el que está dentro de los otros. Como esta precedido por un signo $+$ se suprime sin variar nada.

$$(3 - (-5 - 6 + 8 - 10)) =$$

2º) nuevamente escribimos todo igual, hasta llegar a $(-5 + 6 + 8 - 10)$, que es ahora el paréntesis mas pequeño o bien el que esta dentro del otro. Como esta precedido por un signo $-$ se suprime cambiando los signos:

$$(3 + 5 + 6 - 8 + 10) =$$

3º) suprimimos el último y como no tiene ningún signo eso asegura que esta precedido por un signo +, no cambiamos nada.

$$3 + 5 + 6 - 8 + 10 = 16$$

JUNTANDO LAS DOS SITUACIONES:



Ejemplo:

$$(-2 + 8) - (- (4 + 5)) + 10 =$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_2 \quad \underbrace{\hspace{1em}}_1$
 $\underbrace{\hspace{3em}}_3$

1º) Los paréntesis 1 y 2 pueden sacarse simultáneamente, podríamos decir que tienen la misma categoría, el primero esta precedido por un +, por lo que se suprimirá sin variar nada y el 2 esta precedido por un -, entonces al suprimirlo se modificarán los signos de los números que están en su interior.



$$-2 + 8 - (-4 -5) + 10 =$$

2º) Faltaría suprimir los paréntesis 3, como están precedidos por un signo - se cambian los signos:

$$-2 + 8 + 4 + 5 + 10 = 25$$

TRABAJAMOS JUNTOS



$$1) 2 - (-3 - 6 - 8 + 4) - (5 - 1 + 3) + 14 =$$

$$2 + 3 + 6 + 8 - 4 - 5 + 1 - 3 + 14 =$$

$$34 - 12 = 22$$

$$2) m - (-2m + n + p) + (m + 4n + 5p) =$$

$$m + 2m - n - p + m + 4n + 5p =$$

4 m + 3 n + 4p queda expresado de esta manera pues no se puede agrupar letras distintas, se suman todas las **p**, todas las **n** y todas las **m**.

$$3) 7 + (-5 + 8) - (2 + 5) + 4 =$$

$$7 - 5 + 8 - 2 + 5 + 4 =$$

$$7 + 8 + 4 - 5 - 5 - 2 =$$

$$19 - 12 = 7$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES



En las operaciones combinadas se deben tener en cuenta algunas reglas.

- Las operaciones que se encuentran entre () , { } ó [] se resuelven primero.
- Si no hay paréntesis los signos + ó – separan términos y se resuelven primero las operaciones que hay dentro de cada término, siempre de izquierda a derecha.
- Por último se resuelven las sumas y restas, que se deben realizar también de izquierda a derecha.

Ejemplo: Sugerencia : **separar en términos**

$$3 \cdot 7 - (4 + 10) + 10 : 2 \cdot 5 + 7.5 =$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{1^\circ \text{ t}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{2^\circ \text{ t}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{3^\circ \text{ t}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{4^\circ \text{ t}}$



1° se resuelve la operación que se encuentra entre paréntesis

$$3 \cdot 7 - (14) + 10 : 2 \cdot 5 + 7.5 =$$

2° se suprime el paréntesis como está precedido por un signo – se cambia el signo.

$$3 \cdot 7 - 14 + 10 : 2 \cdot 5 + 7.5 =$$

3° Se resuelve cada término.

$$21 - 14 + 25 + 35 =$$

4° Se suman los positivos y se resta el negativo.

$$81 - 14 = 67$$

OTRO EJEMPLO.

$$45 : 5 - 7 + 8 + (4 \cdot 3 : 6) = 12$$

$$9 - 7 + 8 + (12 : 6) = 12$$

$$9 - 7 + 8 + (2) = 12$$

$$9 - 7 + 8 + 2 = 12$$

NOMBRE Y APELLIDO: _____

DEPENDENCIA: _____

Matemática

Actividad 5

1) Resolver suprimiendo paréntesis:

a) $2 + (-3 + 6 - 8 + 15) - (2 + 3 - 1) + 24 =$

.....
.....

b) $2 - (-3 - 6 - 8 + 4) - (5 - 1 + 3) + 14 =$

.....
.....

c) $-2 - (-8 + 7 - 5 + 4) - (6 - 7 - 8) - 1 =$

.....
.....

d) $a + (b + c - f + g) - (-b - c + f + g) =$

.....
.....

f) $t - (-2t + 6a - 4t) - (-2t + 6 - 4a) =$

.....
.....

Calcular aplicando el orden de prioridad en las operaciones.

Separar en términos.

a) $28 - 2 \cdot 5 + 4 =$

b) $100 - 2 \cdot 20 + 3 \cdot 5 =$

c) $(8 + 20) \cdot 4 - 3 \cdot 4 =$

d) $200 + 100 \cdot 4 - (2 + 8) \cdot 5 =$

e) $400 - 2(6 + 8) + 200 \cdot 3 =$

f) $40 - 10 \cdot 2 + (8 - 2) \cdot 5 =$



4) Realicen las siguientes operaciones.

a) $9 \cdot (64 - 20) + \frac{39 + 25}{16}$

.....
.....

b) $\frac{400}{10} + (7 - 30 : 5) + 12 \cdot 6 =$

.....
.....

c) $720 - \frac{54}{6} + (34 - 8) - (13 - 10) =$

.....
.....



5) Coloquen los paréntesis adecuadamente para que el resultado sea correcto.

a) $2 + 3 - 6 = 30$

b) $15 \cdot 2 + 3 \cdot 7 = 345$

c) $12 \cdot 7 + 8 = 180$

d) $4 \cdot 3 - 5 \cdot 32 + 14 : 2 = 8$

6) Indiquen que número sumado a 11 da :

a) 41

b) 63

c) 87

d) 23

.....

Problema 1)

Si Pedro tiene 23 años y Aníbal 16, ¿cuántos años tendrá Aníbal cuando Pedro tenga 58?

.....
.....
.....



Problema 2)

Pedro y Aníbal ganan por mes \$ 340 y \$ 217 respectivamente, ¿cuánto gana su padre por año, si gana \$ 235 mas que los dos hijos juntos?

.....
.....
.....

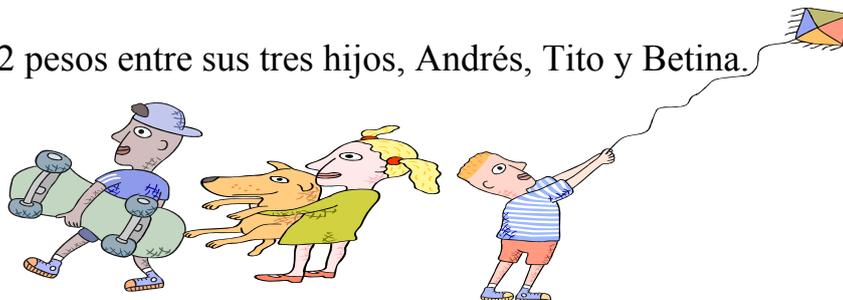
A RESOLVER PROBLEMAS !!!!!



CORAJE !!!

Trabajamos juntos.

Un padre reparte 72 pesos entre sus tres hijos, Andrés, Tito y Betina.



De manera tal que a Tito le corresponde \$ 1 más que a Andrés y a Betina \$1 más que a Tito. ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Se sabe que $\$ \text{Andrés} + \$ \text{Tito} + \$ \text{Betina} = \$ 72$ *

Pero $\$ \text{Tito} = \$ \text{Andrés} + \$ 1$

Y $\$ \text{Betina} = \$ \text{Tito} + \$ 1$ entonces $\$ \text{Betina} = \$ \text{Andrés} + \$ 1$

Si reemplazamos en *

$$\$ \text{Andrés} + \$ \text{Andrés} + \$ 1 + \$ \text{Tito} + \$ 1 + = \$ 72$$

$$\text{pero Tito} = \$ \text{Andrés} + \$ 1$$

Reemplazamos nuevamente

$$\$ \text{Andrés} + \$ \text{Andrés} + \$ 1 + \$ \text{Andrés} + \$ 1 + \$ 1 = \$ 72$$

$$3 \$ \text{Andrés} = \$ 72 - \$ 3$$

$$3 \$ \text{Andrés} = \$ 69 \text{ entonces si tres sueldos de Andrés equivalen a } \$ 69$$

$$\$ \text{Andrés} = \$ 69 : 3 = \$ 23 \text{ (es el sueldo de Andrés)}$$

¿ cuanto le corresponde a los otros dos hijos?

.....



Por supuesto que para resolver el problema, escribiremos los cálculos planteados en forma simbólica.

$$\text{Andrés} = \mathbf{x}$$

$$\text{Tito} = \mathbf{x + 1}$$

$$\text{Betina} = \mathbf{x + 1 + 1}$$

Entonces

$$x + x + 1 + x + 1 + 1 = 72$$

$$3x = 72 - 3$$



Problema 2:

Para una fiesta infantil en un supermercado mayorista se compraron 120 cajas de galletitas, cada caja contenía dos docenas de paquetes y cada paquete dos docenas de galletitas. Si al evento concurrieron 430 chicos ¿cuántas galletitas le correspondió a cada uno? ¿cuántas sobraron?

Si la mitad eran de chocolate y el resto repartidas en partes iguales entre frutilla y dulce de leche, ¿cuántas había de cada gusto?

.....
.....
.....
.....

Problema 3 :

Para llenar un tanque de 130 litros, se abrió una canilla que arroja 15 litros por hora:

a)¿ Cuántos minutos tardará en llenarse?.

b) Si arroja agua durante 3 horas y media ¿cuántos litros le faltan para completar el tanque?

.....
.....
.....
.....

Problema 4 :

Para la oficina de personal se compraron 123 cuadernos a \$ 3 c/u, 25 resmas a \$ 14 c/u , 10 cajas de gomas y 10 cajas de biromes a \$ 2 cada una. Si por pagar en efectivo se redujo el monto en \$ 22 ¿cuanto dinero se pagó?

.....
.....
.....
.....

Ecuaciones

1) $3x + 2$ a $-7xy \Rightarrow$ esta expresión se denomina expresión algebraica pues esta formada por números y letras.

2) $3 + 2 \Rightarrow$ es una expresión numérica.

A partir de dos expresiones numéricas que representan el mismo número surge la “**igualdad numérica**”

$$3 + 2 = 6 - 1$$

3) una igualdad donde figuren dos expresiones algebraicas o una expresión algebraica y una numérica origina lo que se llama “**ecuación**”.

Ejemplos: $2x + 3y = 5x + 2$

$$2x - 3z = 5$$

$$3z^3 = 16$$

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN :

Resolver una ecuación es hallar su **solución**.

La solución (o las soluciones) de una ecuación es el valor (o los valores) que ha de tomar la incógnita para transformar la ecuación en una igualdad numérica.

Ejemplo 1)

$$2x + 4y = 5x + 2 \quad \text{si } x = 2 \quad \text{e} \quad y = 2$$

$$2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 5 \cdot 2 + 2$$

$$12 = 12$$

$$\text{entonces } x = 2 \quad \text{e} \quad y = 2$$

son solución de esta ecuación.

Como podemos ver, se podría encontrar otros valores que al reemplazar sus valores en la ecuación verifiquen la igualdad.

Ejemplo 2)

$$3x + 5 = 8 \quad \text{si } x = 1$$

$$3 \cdot 1 + 5 = 8 \quad x = 1 \text{ es solución de la ecuación, cualquier otro}$$

número que se reemplace no verifica la igualdad, si $x = 8$

$$3 \cdot 8 + 5 = 8$$

$$24 + 5 = 8$$

**LENGUAJE COLOQUIAL Y
LENGUAJE SIMBÓLICO**



Cuando para resolver un problema se necesita plantear una ecuación, se debe pasar del lenguaje coloquial al simbólico.

Ejemplo ¿cuál es el doble de la suma entre 8 y 3 ?

Como lo que se busca es el número que cumpla con esa condición, le asignamos una letra , en general “**x**” y se la llama incógnita.

Entonces , el doble del número será **2x**, y finalmente la ecuación que representa el problema planteado será:

$2x = 8 + 3$

Otros ejemplos:

El doble de un número	2x
El triple o triplo de un número	3x
La mitad de un número	x : 2
Un número par	2x (todo número multiplicado por 2 sera par)
Un número impar	2x + 1 (si a un par se le suma 1 será impar)
El consecutivo de un número	x + 1
El anterior de un número	x -1
El producto de un número y su consecutivo	x. (x + 1)
La suma de tres número consecutivos	x + (x +1) + (x + 2)
La décima parte de un número	x : 10
La cuarta parte de un número	X : 4

TRABAJAMOS JUNTOS



Unir con flechas cada enunciado con la expresión simbólica correspondiente.

La mitad de la edad que tendré en 5 años

El triple del consecutivo de un número.

El doble de un número dividido su consecutivo.

El triple de un numero menos la mitad de ese numero.

$3x - x:2$
 $(x$

$3 (x+1)$

$2x : (x + 1)$



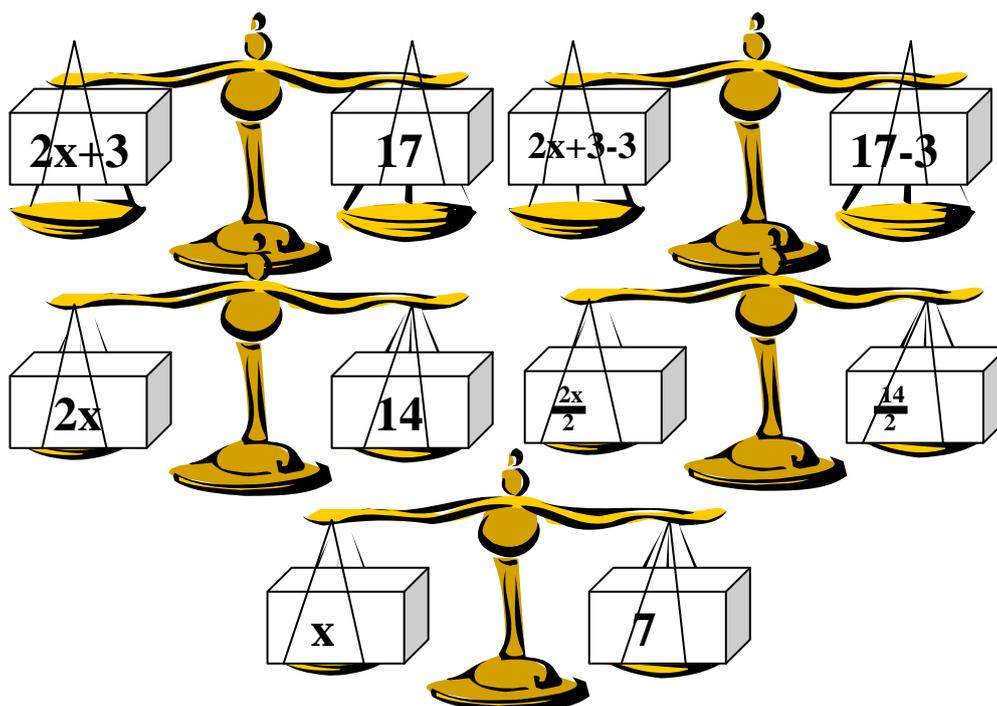
RESOLVER ECUACIONES.

En toda ecuación se conocen algunos datos y se desconocen otros, que se representan mediante letras y se llaman incógnitas. Como una ecuación es una igualdad se puede pensar como una balanza en equilibrio, para conservar este equilibrio se sabe que lo que se agregue o quite de un platillo debe agregarse o quitarse del otro.

Entonces, como el objetivo es hallar el valor de la incógnita, efectuamos operaciones en ambos platillos, aplicando lo que se conoce como propiedad uniforme.

Propiedad Uniforme:

- 1) Si a ambos miembros de una igualdad se le suma o resta un mismo número, la igualdad no varía.
- 2) Si a ambos miembros de una igualdad la multiplicamos o dividimos por un mismo número (distinto de cero) la igualdad no varía.



Para acortar la resolución en lugar de aplicar la propiedad uniforme se hace lo que se conoce como “**pasaje de términos**”

Ejemplo 1



Resolvemos haciendo
pasaje de términos

o Aplicando propiedad
uniforme
 $2x = 4$

$2 \cdot x = 4$
 $x = 4 : 2$
 $x = 2$

multiplica \
 Pasa
 dividiendo

$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$
 $x = \frac{4}{2}$

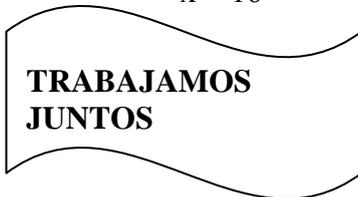
$x = 2$

Ejemplo 2

Resolvemos: a) haciendo pasaje de términos, b) aplicando propiedad uniforme

divide $x : 2 = 8$
 $x = 8 \cdot 2$ — multiplica
 $x = 16$

$x : 2 = 8$
 $(x : 2) \cdot 2 = 8 \cdot 2$
 $x \cdot 2 = 16$



$x = 16$

Ejemplo 3:

$2x - 1 = 9$
 $2x = 9 + 1$

separo en términos
pasa el 1 con la operación inversa a la - o

sea +

$2x = 10$
 $x = 10 : 2$
 $x = 5$

efectúo la suma ($9 + 1 = 10$)
 paso el 2 que está multiplicando; dividiendo
 efectúo la cuenta ($10 : 2 = 5$) es el resultado

ejemplo 4:

$3x - 6 = 9$
 $3x = 9 + 6$ — pasa sumando
 $3x = 15$ — se efectuó la suma ($9+6=15$)
 $x = 15 : 3$ — el 3 que estaba multiplicando pasa
 dividiendo
 $x = 5$

ejemplo 5: $2x - 1 = x + 8$

En el ejemplo observamos que tenemos x en ambos miembros de la igualdad. Cuando ocurre esto, se agrupan las x en un miembro (de un solo lado) para poder calcular su valor.

¿Cómo se opera con la x ?



$(2x - 1x = x)$ “Si se tienen dos x y se le resta una x , entonces queda una x ”

Observar:

(otros ejemplos de agrupamiento de las x)

$$\begin{aligned}2x - x &= x \\3x - 2x &= x \\2x + x &= 3x \\4x - 2x &= 2x \\4x - 3x &= x\end{aligned}$$

Seguimos con el ejemplo:

$$\begin{aligned}2x - 1 &= x + 8 \\2x - x &= 8 + 1 \text{ pasa el 1 sumando y la } x \text{ restando} \\x &= 9\end{aligned}$$

otro ejemplo:

$$\begin{aligned}6x - 8 &= 2x + 16 \\6x - 2x &= 16 + 8 \\4x &= 24 \\x &= 24 : 4 \\x &= 6\end{aligned}$$

pasamos las $2x$ restando
resolvemos de ambos lados
 $6x - 2x = 4x$ y $16 + 8 = 24$
el cuatro pasa dividiendo

Nota: “cuando tenemos x en ambos miembros de una ecuación (es decir de un lado del igual y del otro lado), debemos agrupar las x en un mismo miembro (ya sea a la derecha o a la izquierda del igual), a los números que no tienen x en el otro”

ejemplo:

$$\begin{aligned}4x - 2 &= 2x + 18 \\4x - 2x &= 18 + 2\end{aligned}$$

Ya agrupamos las x con las x , y los números con los números.

Ahora sumamos o restamos respectivamente:

$$4x - 2x = 2x \quad / \quad 18 + 2 = 20$$



$$\begin{aligned}2x &= 20 \\x &= 20 : 2 \\x &= 10\end{aligned}$$

Ejemplo 6: Manuel está en un delivery haciendo entregas a domicilio viernes, sábados y domingos; trabaja 12 horas cada día y le pagan por hora \$ x . Durante el fin de semana gastó \$30 en un libro, el lunes contaba con \$690. ¿Cuánto cobra por hora de trabajo?.



1 día ————— 12 hs.
3 días ————— $12 \times 3 = 36$ horas

cantidad de horas que trabaja durante el fin de semana.

La ecuación buscada sería:

$$36x - 30 = 690$$

Si la resolvemos:

$$36x = 690 + 30$$

$$36x = 720$$

$$x = 720 : 36$$

$$x = \$20$$

Juan gana \$20 por hora

Problema 2

En una editorial cada libro de una colección cuesta \$6. La editorial por el envío de una cierta cantidad de libros cobra un recargo de \$15 en concepto de flete.

Si una librería realiza un pedido y gasta por todo concepto (incluido el flete) \$375

¿Qué cantidad de libros solicitó?

$$6x + 15 = 375$$

$$6x = 375 - 15$$

$$6x = 360$$

$$x = 60$$

Respuesta: 60 libros.

Sigamos resolviendo juntos

ECUACIONES!!!!!!!

Hallar la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $2(x - 4) = 5(x - 4)$ aplicamos la propiedad distributiva.

$$2x - 2 \cdot 4 = 5 \cdot x - 5 \cdot 4$$

$2x - 8 = 5x - 20$ agrupamos las x con las x y los números con

$$20 - 8 = 5x - 2x$$

$$12 = 3x$$

$$12 : 3 = x$$

$$4 = x$$



Verificamos, reemplazamos $x = 4$

$$2(4 - 4) = 5(4 - 4)$$

$$2 \cdot 0 = 5 \cdot 0$$

$$0 = 0$$

b) $\frac{x-5}{2} + 6 = 10$ separar en términos

$$\frac{x-5}{2} = 10 - 6$$

$\frac{x-5}{2} = 4$ para seguir despejando la incógnita x , observamos lo que quedo escrito y para seguir pasando

b) y se va la segunda!!!!

$$\frac{2x-6}{3} = 4$$

$$2x-6 = 3 \cdot 4$$

$$2x-6 = 12$$

$$2x = 12 + 6$$

$$2x = 18$$

$$x = 18 : 2 \quad \quad \quad \mathbf{x = 9}$$

c) $\frac{2x-6}{3} = x + 4$

$2x - 6 = 3(x - 4)$ propiedad distributiva. Como 3 divide a todo el primer miembro cuando pasa al otro miembro multiplica a todo el miembro

$$2x - 6 = 3x - 12$$

$2x - 6 = 3x - 12$ juntamos las x con las x y los números con los números.

$$12 - 6 = 3x - 2x$$

$$6 = x$$

PROBAMOS EN LA
ACTIVIDAD QUE SIGUE ????



NOMBRE Y APELLIDO: _____

DEPENDENCIA: _____

Matemática

Actividad 6

Problema 1)

En el platillo de una balanza hay una caja, y en el otro, media caja y una pesa de 1 kg. la balanza está en equilibrio. Escriban la ecuación que les permita calcular el peso de la caja entera. (Sugerencia hacer el gráfico)

.....

Problema 2)

Resolver cada ecuación:

a) $\frac{2x-5}{3} = x-10$

b) $2x - 8 = \frac{2x+4}{2}$

.....

c) $2(x+7) = x+15$

d) $4(x-1) = 3(x+2)$

.....

e) $\frac{2x}{3} = 14$ resolvemos juntos

f) $\frac{5x}{2} = 10$

$2x = 14 \cdot 3$ (como 3 está dividiendo
 pasa multiplicando)

$x = \frac{42}{2}$ (como 2 está multiplicando
 pasa dividiendo)

En este caso se podía dividir primero y multiplicar después.



Problema 3)

La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble del primero; el tercero, el doble del segundo y el cuarto, el doble del tercero. ¿cuáles son los números?

.....
.....
.....
.....
.....

Problema 4)

La suma de dos números es 32 y uno de ellos es siete veces mayor que el otro. Hallen los dos números.

.....
.....
.....
.....
.....



Problema 5)

Los días de vacaciones que le corresponden a Juan son el doble de las que le corresponden a María más cinco días ¿cuántos días le corresponden a cada uno?

.....
.....
.....
.....
.....