Centro Educativo de Nivel Secundario Nº 451
Anexo Universidad Tecnológica Nacional
____
Dirección de Capacitación No Docente

Dirección General de Cultura y Educación
Provincia de Buenos Aires

MATEMATICA

Segundo Año
Módulo 3

LIBROS BACHILLER 2011

Formato digital - PDF

Publicación de edUTecNe - Editorial de la U. T. N.

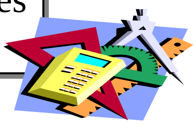
Sarmiento 440 - (C1041AAJ) - Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

http://www.edutecne.utn.edu.ar

edutecne@utn.edu.ar

CAPÍTULO 3

Sistema de ecuaciones



Escribimos en lenguaje simbólico el siguiente problema:
Hallar dos números sabiendo que el duplo del primero menos el triplo del segundo es 10 y que la diferencia entre el primero y el segundo es 10.

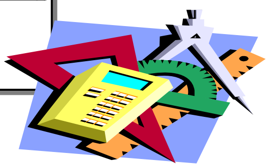
Si llamamos **x** al primer número e **y** al segundo número escribimos:

$$\begin{cases} 2\,x - 3\,y = 10 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

Duplo del primero = 2 . x
el triplo del segundo = 3 . y

Lo que escribimos es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.
Resolver el sistema significa encontrar el valor de **x** y el valor de **y** que satisfacen ambas ecuaciones.
Existen distintos métodos para resolver estos sistemas:

Método de Igualación:

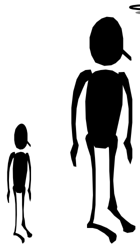


Escribimos el sistema de ecuaciones que planteamos anteriormente

$$\begin{cases} 2\,x - 3\,y = 10 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones:

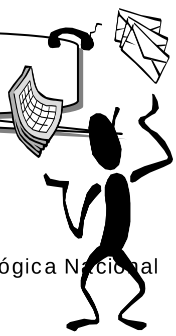
No me acuerdo lo que es despejar



$$2\,x = 10 + 3\,y$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{10 + 3\,y}{2} \\ x = 10 + y \end{cases}$$

Despejar una incógnita es hacer un pasaje de términos y dejar a la incógnita de un lado de la igualdad



Y ahora igualamos las dos ecuaciones obtenidas:

$$\frac{10 + 3\,y}{2} = 10 + y$$

Está dividiendo pasa multiplicando

$$10 + 3\,y = 2 \cdot (10 + y)$$

$$10 + 3\,y = 20 + 2\,y$$

Aplicamos propiedad distributiva.

Obtuvimos una ecuación con una sola incógnita.
Una vez obtenida la "y" reemplazamos ese valor en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores:

$$3\,y - 2\,y = 20 - 10$$

Agrupamos las "y" de un solo lado.

$$\boxed{y = 10}$$

Es decir en:

$$x = \frac{10 + 3\,y}{2} \quad \text{ó en } x = 10 + y$$

Como la segunda ecuación es más sencilla la reemplazamos ahí:

$$x = 10 + y$$

$$x = 10 + 10 = 20$$

Hacemos un resumen del método explicado anteriormente:

1º Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones.

2º Igualamos ambas ecuaciones.

3º Obtenemos una sola ecuación con una sola incógnita.

4º Resolvemos la ecuación haciendo pasaje de términos.(aplicando propiedad uniforme)

5º Obtenemos el valor de una de las incógnitas.

6º Con ese valor obtenido reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones para obtener el valor de la otra incógnita.

Otro ejemplo:

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ x - 9y = -13 \end{cases}$$

1- Despejo x de ambas ecuaciones

$x = 11 - 3y$

$x = -13 + 9y$

$11 - 3y = -13 + 9y$

$-3y - 9y = -13 - 11$ → Queda una ecuación con una sola incógnita

$-12y = -24$

$y = -24 : (-12)$

$y = 2$

Igualo ambas ecuaciones:

¿y ahora que hago?

Con este valor se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones donde figura la x despejada:

Por ejemplo

$x = 11 - 3y$

$x = 11 - 3 . 2$

$x = 11 - 6 = 5$

$x = 5$

La solución del sistema es:

S = { 5 ; 2 }

Método de Sustitución

Es otro método que me permite resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. El procedimiento es distinto al de igualación pero se llega al mismo resultado.

Hagamos un ejemplo:

Dado el siguiente sistema.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

1º) Despejo cualquiera de las dos incógnitas de la primera ecuación (x o y). Por ejemplo vamos a despejar y:
$y = 10 - x$ *

2º) Reemplazamos el valor de y en la segunda ecuación:

$2x - y = 8$
$2x - (10 - x) = 8$

Obtuvimos una ecuación con una sola incógnita (en este caso x):
$2x - 10 + x = 8$
$3x = 8 + 10$
$3x = 18$
$x = 18 : 3$
$x = 6$

3º) Reemplazamos el valor de x en y o sea en *:
$y = 10 - x$
$y = 10 - 6$
$y = 4$

La solución del sistema es:
S = { 6 ; 4 }

Otro ejemplo:

Resolvemos el ejercicio que anteriormente hicimos con el método de igualación por el método de sustitución:

1º) **Despejo x de la primera ecuación:** $x = 11 - 3y$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ x - 9y = -13 \end{cases}$$

¿Y ahora?

2º) **Reemplazo en la segunda ecuación el valor de x: o sea:**

x – 9 y = -13

lo reemplazo por 11 – 3 y

Obtenemos:
$11 - 3y - 9y = -13$
$11 - 12y = -13$
$-12y = -13 - 11$
$12y = -24 : (-12)$
$y = 2$

3º) Reemplazamos el valor de y para obtener el de x en:

$x = 11 - 3\,y$
$x = 11 - 3 \,.\, 2$
$x = 11 - 6$
$x = 5$

La solución del sistema es:

$$\mathbf{S = \{ 5 \,;\, 2 \}}$$

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2\,x - y = 8 \end{cases}$$

1º) Despejá y de las dos ecuaciones:

$y = 10 - x$

2º) La ordenamos:

$y = -\,x + 10$

3º) Despejamos y de la segunda ecuación:

$-y = -\,2\,x + 8$
$y = 2\,x - 8$

Fíjate, ¿qué obtuvimos?

$y = -\,x + 10$
$y = 2\,x - 8$

Confeccionamos una tabla de valores para cada una de las funciones:

$y = -x + 10$ $\qquad\qquad$ $y = 2\,x - 8$

Acordate que los valores de x los podés elegir vos, es decir, son arbitrarios, mientras que los valores de **y** dependen de los de **x**, es decir que para cada valor de x voy a

x	y
0	10
1	9
-2	12
4	6

x	y
0	-8
1	-6
4	0

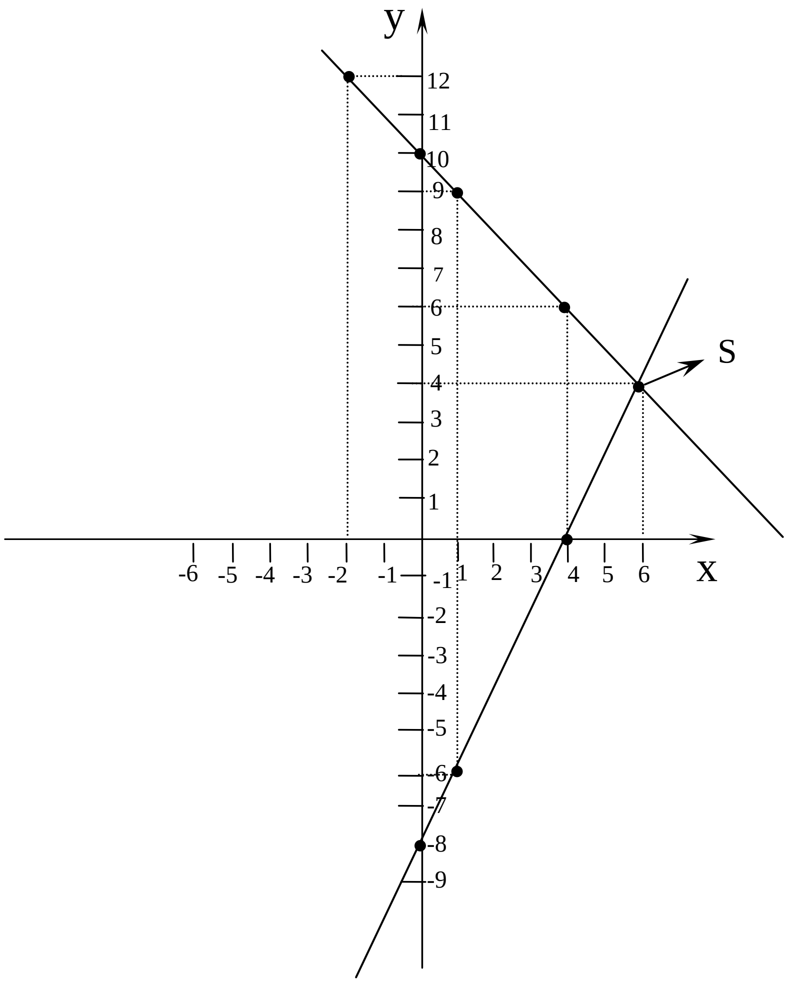
obtener un valor de y según la ecuación dada.

x = 0 (en la primer recta)
y = - x + 10

y = 0 + 10 = 10

Si   x = 1
y = - x + 10
y = - 1 + 10 = 9

Y así sucesivamente son los valores que obtuvimos en las tablas.
Una vez que hicimos las tablas de valores graficamos las dos rectas en los mismos ejes.



Observá que las dos rectas se cortan en un punto, el punto donde se cortan es la solución del sistema, si hallamos gráficamente las coordenadas del punto son S =(6; 4).
Esto significa que un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas puede resolverse tanto gráfica como analíticamente y la solución es la misma, es decir tiene que coincidir la solución analítica con la solución gráfica.
Es decir que si son paralelas no se cortan en ningún punto, el sistema no tiene solución o la solución es el conjunto vacío.
Te doy un ejemplo:

$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Lo resolvemos por sustitución despejando y de la primera ecuación:

$-y = -4 - 2x$

$y = 4 + 2x$ (multiplicamos por –1 toda la ecuación anterior)

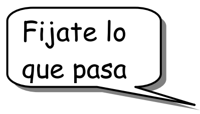
Reemplazamos en la segunda ecuación:

$2x - (4 + 2x) = 1$

$2x - 4 - 2x = 1$

$2x - 2x = 1 + 4$

$0 = 5$ ¡Que disparate!

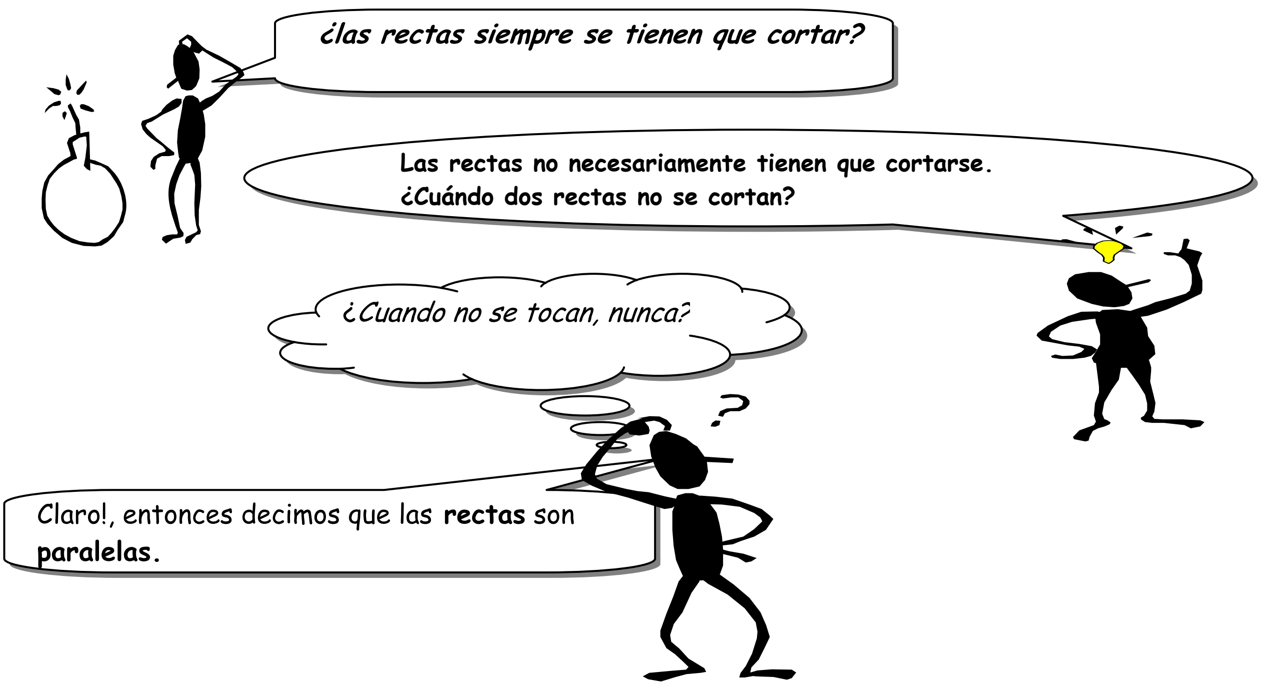


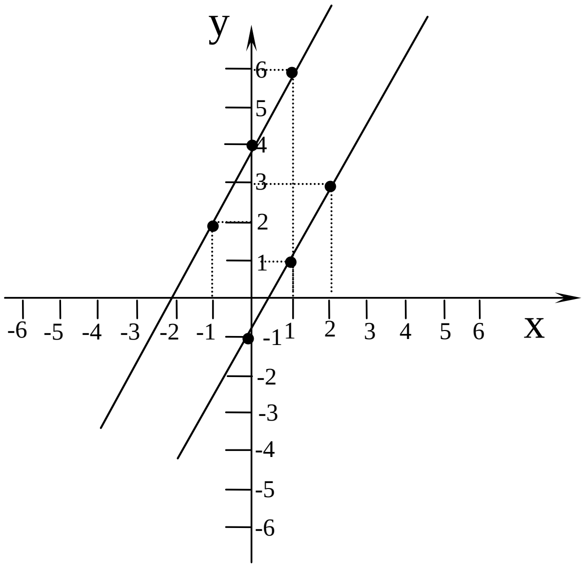
Como ves esto no tiene solución, cuando sucede algo así decimos que la solución es el **conjunto vacío**.

$y = 2x + 4$

$y = 2x - 1$

Confeccionamos las tablas de valores:





$y = 2x - 1$

x	y
0	-1
2	3
1	1

$y = 2x + 4$

x	y
0	4
1	6
-1	2

Corte por la línea de puntos y envíe

Actividad nº 1

1) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación, comprobando las soluciones con el método gráfico.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ 3x - 3y = -30 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y = -12 \\ 3x + 5y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2) **Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución, comprobando las soluciones por el método gráfico.**

a) $\begin{cases} -2x + 4y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 5y = -7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 4y = -3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y - 3x = 6 \\ y + 8 = 3x \end{cases}$

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Corte por la línea de puntos y envíe

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3) Resolver los siguientes sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

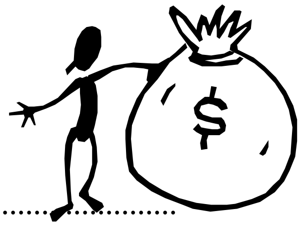
a) Por el método de sustitución el ejercicio 1

b) Por el método de igualación el ejercicio 2

c) Graficar ambos sistemas.

1) $\begin{cases} 2x - 14 = 4y \\ x - 6y = 19 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 6y = -10 \end{cases}$



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....