

# “Diseño y Análisis de Colectores Solares Planos”

*Fauroux, Luis Enrique, Jagër, Mariano<sup>(1)</sup>*

*Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas, Instituto de Medio Ambiente, Universidad Nacional de La Matanza*

Florencio Varela 1903 (B1754JEC). San Justo, Buenos Aires, Argentina

[lfauroux@ing.unlam.edu.ar](mailto:lfauroux@ing.unlam.edu.ar)

<sup>(1)</sup>[mariano@jager.com.ar](mailto:mariano@jager.com.ar)

## **Resumen**

Se desarrollan modelos matemáticos para el diseño de colectores solares planos que son implementados sobre una plataforma de modelado algebraico. Los modelos se desarrollan a partir del análisis de la fuente de energía, el mecanismo de transformación y transferencia de la misma, las resistencias que se oponen a este proceso, la configuración del colector y el cuerpo absorbente final de la energía transformada. Se plantea su extensión a otros tipos de colectores y se evalúan aspectos relacionados al ahorro y consideraciones medioambientales. Se busca optimizar el rendimiento de colectores solares planos para la obtención de agua caliente sanitaria, lo que significa alcanzar 60°C a la salida del equipo. El desempeño correcto se verifica con datos disponibles de colectores comercializados actualmente y de la bibliografía citada. Se analizaron diversas comparaciones y la respuesta del modelo ante cambios de los parámetros. También se hace referencia de las características medioambientales de los colectores, y otras consideraciones a valorar al momento de implementar un sistema diseñado de esta manera. Se busca optimizar la obtención de energía a través de fuentes que no contribuyan a la contaminación ambiental y que su uso permita disminuir la demanda de otros recursos que afecten el medio ambiente. Las características de los colectores solares planos dependen de variables geográficas y climáticas. No son la solución total a la problemática de la energía, sino que pueden ser utilizados en forma complementaria. El trabajo presenta la comparación con productos comerciales reconocidos. Se contrastaron los resultados obtenidos, con los obtenidos por otros autores, y con los valores propuestos en la bibliografía. Con esta contrastación se valida la comparación efectuada respecto del factor de eficiencia del colector, el coeficiente global de pérdidas de calor y el área del colector.

**Palabras clave:** modelo, optimización, colectores

## 1. Introducción

### 1.1 Modelo matemático

El desarrollo de un modelo matemático requiere analizar la fuente de energía, el mecanismo de transformación y transferencia de energía, las resistencias que se oponen a este proceso, la configuración del colector y el cuerpo absorbente final de la energía transformada. En un colector solar se presentan los tres mecanismos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La radiación es el transporte de energía calorífica, puede tener lugar tanto en presencia como en ausencia de materia. Este proceso tiene carácter de onda electromagnética térmica que se halla en un determinado rango de frecuencias. La emisión tiene lugar en todas direcciones y un cuerpo puede reflejarla, absorberla o transmitirla. Se denomina radiación térmica a la que resulta exclusivamente de la temperatura [19]. La radiación solar tanto directa como difusa, es la energía a absorber. Su magnitud es función de las características geográficas (latitud, altura sobre nivel del mar, sombras, cobertura nubosa), climatológicas, ángulo de instalación y época del año del lugar de implementación. A los efectos del diseño de un colector solar sólo es necesario tomar un valor de referencia, estimado para la zona de estudio. El funcionamiento del sistema se basa en las leyes básicas de la radiación, que se propaga en longitudes de onda corta. Cuando incide en una superficie transparente, parte de ella se absorbe, otra se refleja y en mayor proporción se transmite (Figura 1).

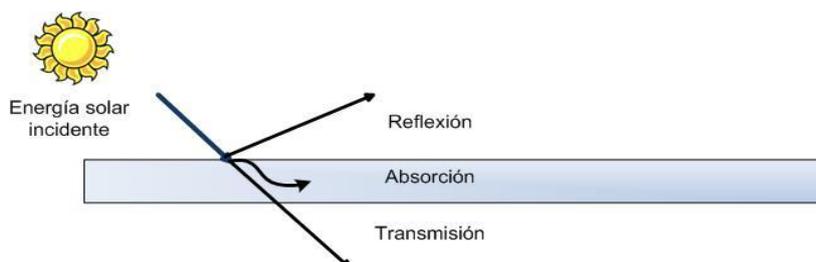


Figura 1. Radiación incidente sobre una superficie transparente

Los fenómenos descritos dependerán de las características de los materiales: absorptividad, absorbancia, emisividad, reflectividad, reflectancia y transmitancia. La absorptividad determina la cantidad de radiación incidente que puede absorber. La absorbancia representa en sí la fracción de radiación incidente que es absorbida. La emisividad es aquella proporción entre la energía radiada y la energía que radiaría un cuerpo negro ideal, a la misma temperatura y con la misma superficie. En óptica y termodinámica, la reflectividad representa la fracción de la radiación incidente que es reflejada por una superficie. Se considera ésta una propiedad direccional porque depende de la direcciones de las radiaciones incidente y reflejada, además de su longitud de onda. Algunos enfoques diferencian la reflectividad de la reflectancia en que la primera es un valor aplicable a capas reflejantes gruesas, mientras que la segunda se aplica a capas delgadas. Si ocurre en capas delgadas, los efectos de la reflexión interna pueden ocasionar que la reflectancia sea una función del grosor de la superficie. La transmitancia es un valor que expresa la cantidad de radiación solar que puede atravesar una superficie transparente, comparada con la radiación solar que incide sobre esta. Dentro de un colector el desarrollo matemático considera la transmitancia infrarroja, aquella para la que una superficie transparente es opaca. Si ésta se puede establecer para cualquier ángulo de incidencia, lo más común es indicar valores para una incidencia perpendicular de los rayos solares sobre la superficie [19]. Una vez que la energía se transmite a través de la cubierta se dirige hacia la placa absorbedora y tubos, quienes absorben una parte y aumentan su temperatura. La porción de energía no absorbida es emitida como radiación térmica en el espectro infrarrojo y luego reflejada hacia la cubierta transparente. Dicha cubierta en estas condiciones de temperatura es opaca a la radiación infrarroja, por lo que es nuevamente reflejada hacia la placa absorbedora. Este proceso se repite en varias oportunidades y es el denominado "efecto invernadero" dentro del colector (Figura 2), donde  $\alpha_p$  es la absorbancia de la placa, de la cubierta transparente  $\alpha_c$ ,  $\tau$  y  $\rho_c$  son respectivamente, la absorbancia, transmitancia y reflectividad difusa. Mientras que  $H_T$  es la energía solar total incidente.

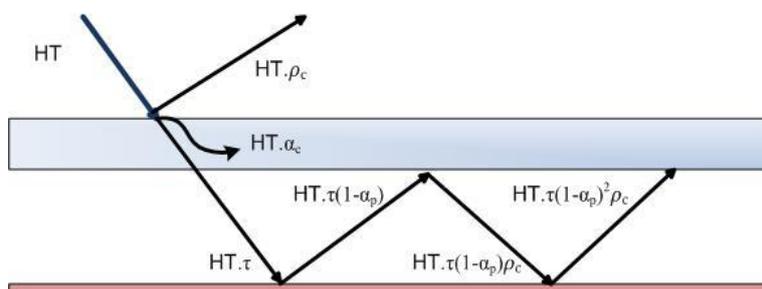


Figura 2. Efecto invernadero dentro de un colector

Este efecto es acumulativo, pero tiene un límite, que es cuando las pérdidas de calor aumentan hasta que la energía recibida es igual a la desperdiciada. La temperatura máxima alcanzada es conocida como temperatura de estancamiento  $T_{est}$ . Un colector solar plano se compone (Figura 3) de una caja generalmente metálica, cuyos lados y fondo aislados. Desde el fondo y hacia arriba, se dispone de un material aislante, una placa reflectiva [20], la placa colectora portadora de los tubos quienes deben poseer de buena conductividad térmica.

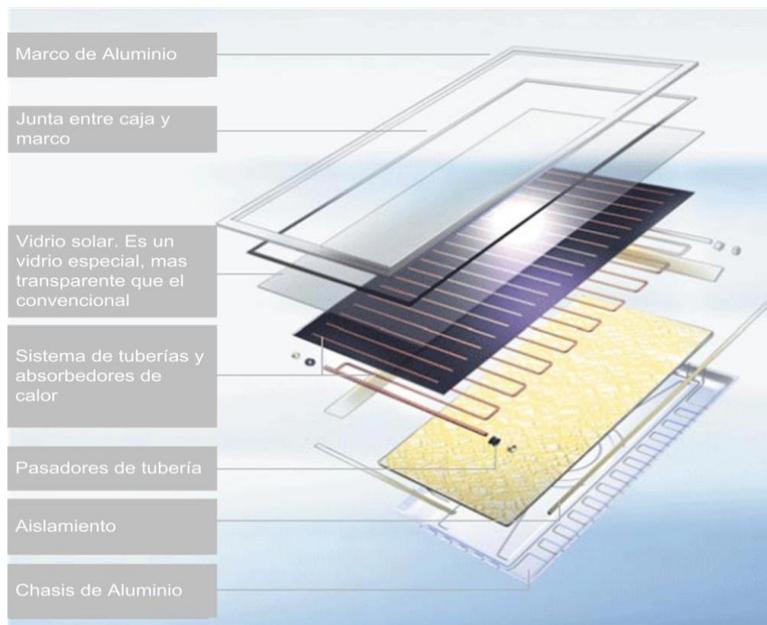


Figura 3. Esquema de un Colector Solar Plano

Finalmente el colector se tiene una o más cubiertas transparentes, que son la cara expuesta del sistema, y por lo tanto, la más sensible a las variaciones del medio externo,

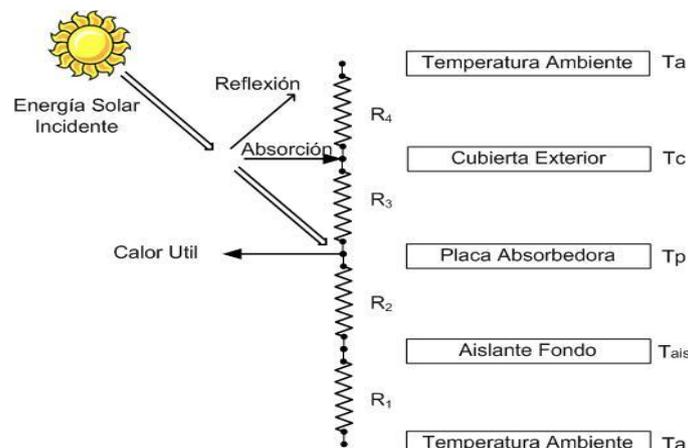


Figura 4. Balance de Energía en un colector solar

En la Figura 4 se pueden analizar las resistencias a la transferencia de calor. La energía que atraviesa la cubierta. Se transforma en calor elevando la temperatura de la placa y tubos, y luego transmitida al fluido caloportador en los tubos [20]. La radiación dentro de colectores ha sido analizada por otros autores que orientaron al cálculo de las necesidades, pérdidas de calor, etc... El presente trabajo busca, en cambio, la optimización del diseño. Se requiere, entonces, plantear una función objetivo. Las alternativas son varias: minimizar pérdidas de calor, los costos, etc... En este caso el objetivo es la maximización del rendimiento,

$$\eta = \frac{Q_u}{H_T \cdot A_C} \quad (1)$$

Donde  $\eta$  es el rendimiento,  $Q_u$  es el calor útil,  $H_T$  es la energía solar total incidente, y  $A_C$  el área efectiva del colector. Sin embargo, el calor útil es solo una parte del calor absorbido

$$Q_{abs} = Q_u + Q_L + (du/dt) \quad (2)$$

La velocidad del cambio de energía interna en el colector  $du/dt$ , es despreciable en relación al calor útil y al calor perdido durante el proceso  $Q_L$ . El calor útil depende del caudal másico  $m_{\text{fluido}}$  del fluido

$$Q_u = m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}} \cdot (dT/dt) \quad (3)$$

Siendo  $dT/dt$  la variación de temperatura del fluido a través del tiempo. Una parte del calor es reflejada y otra absorbida (Figura 1). El calor absorbido dependerá de la fracción absorbida  $\tau\alpha$

$$Q_{\text{abs}} = H_T \cdot A_C \cdot (\tau\alpha) \quad (4)$$

Esta fracción ( $\tau\alpha$ ) es una característica del material de la cubierta, y representa al efecto invernadero

$$\tau\alpha = \frac{\tau \cdot \alpha}{1 - (1 - \alpha) \cdot \rho_d} \quad (5)$$

Reordenando la Ecuación (4) se define la cantidad de energía absorbida por unidad de área  $S$ .

$$S = \frac{Q_{\text{abs}}}{A_C} = H_T \cdot \tau\alpha \quad (6)$$

Retomando el balance de energía en el colector, Ecuación (2), queda analizar la pérdida total de calor  $Q_L$ . La misma es proporcional al área del colector y a la diferencia de temperatura entre la placa con el medio ambiente, que se refleja en el coeficiente global de pérdidas de calor  $U_L$

$$Q_L = U_L \cdot A_C \cdot (T_p - T_a) \quad (7)$$

La Ecuación (2) puede redefinirse reemplazando las pérdidas totales  $Q_L$  de la Ecuación (7), y el calor absorbido  $Q_{\text{abs}}$  de la Ecuación (6)

$$S \cdot A_C = Q_u + U_L \cdot A_C \cdot (T_p - T_a) \quad (8)$$

De (8) puede despejarse el calor útil  $Q_u$

$$Q_u = A_C \cdot (S - U_L \cdot (T_p - T_a)) \quad (9)$$

Las Ecuaciones (3, 9) describen el calor útil  $Q_u$ . Su relación permite definir, conociendo la distribución de la temperatura en el fluido, el factor de remoción de calor del colector  $Fr$

$$Fr = \frac{m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}} \cdot (T_f - T_a)}{A_C \cdot (S - U_L \cdot (T_{f1} - T_a))} \quad (10)$$

Este parámetro vincula el calor obtenido efectivamente con el que se obtendría si toda la superficie del colector se encontrara a la temperatura del fluido a la entrada  $T_{f1}$  [3]. La falta de homogeneidad térmica en el área total, obliga a independizar la Ecuación (10) de las temperaturas de entrada y salida del fluido,  $T_{f1}$  y  $T_f$ . Por tratarse de gradientes de temperatura, se requiere el estudio del balance de energía en un elemento diferencial dentro del tubo [3]. Para ello se elige la configuración de la parrilla (Figura 5) y la distribución de los tubos en la placa absorbedora.

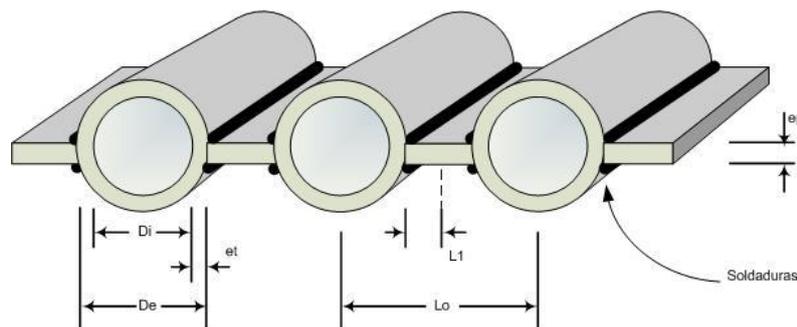


Figura 5. Esquema elegido para el desarrollo

De la configuración se desprende el perfil de la “aleta” (Figura 6), unión de los tubos con la placa.

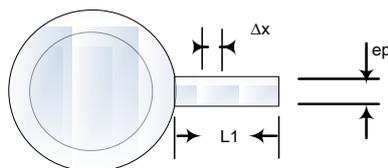


Figura 6. Esquema de la aleta y el elemento diferencial

Se considera el espesor de la placa  $e_p$ , por existir conducción en ese sentido, aunque la transferencia más significativa ocurre hacia los tubos. El mecanismo de conducción está dado por la diferencia de temperatura que provoca la remoción del calor por parte del fluido. A través de la aleta el calor fluye hacia los tubos y de ahí al fluido caloportador. El elemento diferencial  $\Delta x$ , es una parte de la placa. El balance diferencial de energía respecto al calor por conducción  $Q_{cond}$ , utilizando la Ecuación (9) igualada a cero, es

$$Q_{cond} \cdot e_p(x) - Q_{cond} \cdot e_p(x+\Delta x) + S \cdot \Delta x - U_L \cdot (T_t - T_a) \cdot \Delta x = 0 \quad (11)$$

Luego, dividiendo miembro a miembro la Ecuación (11) por  $\Delta x$  y haciendo tender el mismo a cero

$$-e_p \cdot \frac{dQ_{cond}}{dx} + S - U_L \cdot (T_t - T_a) = 0 \quad (12)$$

Siendo el calor por conducción directamente proporcional a la conductividad térmica de la placa,  $k$

$$Q_{cond} = -k \cdot dT/dx \quad (13)$$

A partir de las Ecuaciones (12,13), y operando sobre la Ecuación (11), se obtiene que

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{U_L}{k \cdot e_p} \cdot \left( T_t - T_a - \frac{S}{U_L} \right) \quad (14)$$

La resolución de la Ecuación (14) es, sabiendo que la diferencia de temperatura del tubo  $T$  con respecto a la longitud será de  $0 \text{ }^\circ\text{K}$  a una distancia “ $x$ ”, y de “ $T_t$ ” a la distancia de la aleta  $L1$ ,

$$\frac{\left( T - T_a - \frac{S}{U_L} \right)}{\left( T_t - T_a - \frac{S}{U_L} \right)} = \frac{\cosh(c \cdot x)}{\cosh(c \cdot L1)} \quad (15)$$

Viendo la Ecuación (15) se deduce que la temperatura máxima de los tubos  $T_t$  sucede cuando la distancia  $x$  tiende a cero. El parámetro  $c$  se define, en primera instancia como

$$c^2 = \frac{U_L}{k \cdot e_p} \quad (16)$$

Y el calor de conducción a ser transmitido por unidad de longitud (dos “aletas”)

$$Q_{cond} = -2 \cdot k \cdot \frac{dT}{dx} \quad (17)$$

Así, volviendo a la Ecuación (11) y derivando la Ecuación (15), el calor conducido resulta ser

$$Q_{cond} = (L0 - d_e) \cdot (S - U_L \cdot (T_t - T_a)) \cdot \frac{\tanh(c \cdot L1)}{(c \cdot L1)} \quad (18)$$

El término  $\frac{\tanh(c \cdot L1)}{(c \cdot L1)}$  es la eficiencia geométrica de una superficie plana [3], que es el rendimiento de la aleta [1]. Redefiniendo  $c$  en un nuevo parámetro  $Bi$ , en función de la longitud de la aleta,

$$Bi = \frac{U_L \cdot L1^2}{k_p \cdot e_p} \quad (19)$$

Optimizando el rendimiento de la aleta, mejora el rendimiento del colector.

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh(\sqrt{\text{Bi}})}{\sqrt{\text{Bi}}} \quad (20)$$

Aún queda por analizar la energía radiante que también reciben los tubos, energía que traducida en términos de calor responde a Ecuación (21) [3] y el calor a transferir la Ecuación (22), que es suma por de los calores por conducción y radiación, Ecuaciones (18,21).

$$Q_{\text{rad}} = d_e \cdot (S - U_L \cdot (T_t - T_a)) \quad (21)$$

$$Q_{\text{tr}} = ((L_o - d_e) \cdot \eta_{\text{aleta}} + D) \cdot (S - U_L \cdot (T_t - T_a)) \quad (22)$$

Desde la convección en la interfaz tubo-fluido, a una temperatura  $T_f$  en cualquier punto, este calor útil también puede expresarse como la Ecuación (23).

$$Q_{\text{tr}} = \pi \cdot d_i \cdot h_{\text{cf}} \cdot (T_t - T_f) \quad (23)$$

Nuevamente se buscó independizar al modelo de la temperatura del tubo  $T_t$ . Se despejó la misma de la Ecuación (22) y se la reemplazó en la Ecuación (23), obteniendo para el calor útil la Ecuación (24),

$$Q_{\text{tr}} = L_o \cdot F \cdot (S - U_L \cdot (T_f - T_a)) \quad (24)$$

donde  $F$  es el factor de eficiencia del colector, cuya expresión matemática está dado por [3].

$$F = \frac{1}{\frac{L_o \cdot U_L}{h_{\text{cf}} \cdot \pi \cdot d_i} + \left( \frac{L_o}{d_e + (L_o - d_e) \cdot \eta_{\text{aleta}}} \right)} \quad (25)$$

Esta es una expresión independiente de las temperaturas, y corresponde a un factor de diseño. Es el turno ahora del balance de energía en un elemento diferencial del tubo. Con el objeto de maximizar el rendimiento haremos que la diferencia entre el calor útil  $Q_u$  y el calor transferido  $Q_{\text{tr}}$  (Ecuaciones (3, 23)) por todos los tubos sea igual a cero

$$m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}} \cdot (dT/dt) - \eta_t \cdot L_o \cdot F \cdot (S - U_L \cdot (T_f - T_a)) = 0 \quad (26)$$

En régimen estacionario la temperatura inicial del fluido es la temperatura de entrada del fluido al colector  $T_{f1}$ . Así la Ecuación (15) con este límite y una longitud  $a$  para los tubos, queda expresada

$$\frac{(T_f - T_a - \frac{S}{U_L})}{(T_{f1} - T_a - \frac{S}{U_L})} = e^{-\frac{U_L \cdot \eta_t \cdot L_o \cdot F \cdot a}{m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}}}} \quad (27)$$

En función del área del colector, el factor de remoción de calor  $F_r$  de la Ecuación (9) es

$$F_r = \frac{m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}}}{A_C \cdot U_L} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{U_L \cdot F \cdot A_C}{m_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}}}} \right) \quad (28)$$

En este punto se alcanzó el parámetro de diseño  $F_r$ , como  $F$  y  $\eta_{\text{aleta}}$  (Ecuaciones (25, 20)), sin estar referido a distintas temperaturas. Es posible retomar ahora la Ecuación (8), donde el  $Q_u$  es afectado por el  $F_r$ . El que, a su vez, depende de la temperatura de entrada del fluido y la  $T_a$ .

$$Q_u = A_C \cdot F_r \cdot (H_T \cdot \tau \alpha - U_L \cdot (T_{f1} - T_a)) \quad (29)$$

Reemplazando y operando en la Ecuación (1), la función objetivo  $\eta$  a optimizar por el modelo será,

$$\eta = F_r \cdot (\tau \alpha) - F_r \cdot U_L \cdot \frac{T_{f1} - T_a}{H_T} \quad (30)$$

En la Ecuación (30) se destaca la importancia de las pérdidas de calor y la cantidad de energía solar incidente. También puede observarse la influencia de la  $T_a$ , las características de los

materiales y el  $Q_u$ . Hay que tener en cuenta que algunos proveedores brindan el caudal volumétrico  $G_{\text{fluido}}$ , que se vincula con el caudal másico  $m_{\text{fluido}}$ , a través de

$$m_{\text{fluido}} = G_{\text{fluido}} \cdot \delta_{\text{fluido}} \cdot A_C \quad (31)$$

Por lo que fue conveniente reformular la Ecuación (28) en base a este parámetro quedando el factor de remoción de calor como,

$$F_r = \frac{G_{\text{fluido}} \cdot \delta_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}}}{U_L} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{U_L \cdot F}{G_{\text{fluido}} \cdot \delta_{\text{fluido}} \cdot C_{p\text{fluido}}}} \right) \quad (32)$$

Las Ecuaciones (28,32) pueden utilizarse indistintamente. Resta aún por determinar las relaciones existentes entre las dimensiones del área efectiva, largo  $a$ , ancho  $b$  y perímetro del colector  $P$ . Se consideró variable el número de tubos  $n_t$ . Estas expresiones, no se aprecian en otros trabajos (por tratarse de otros enfoques) y están dadas por,

$$A_C = a \cdot b \quad (33)$$

$$b = n_t \cdot L_o \quad (34)$$

$$P = 2 \cdot a + 2 \cdot b \quad (35)$$

El ancho efectivo del colector (y por ende, de la placa) depende del número de tubos. El diámetro interno de los tubos  $d_i$  y el espesor de los mismos  $e_t$ , influyen sobre el diámetro externo  $d_e$ , la longitud de la aleta  $L1$  y la distancia entre tubos  $L_o$ ,

$$d_e = d_i + 2 \cdot e_t \quad (36)$$

$$L1 = \frac{b - (n_t \cdot d_e)}{n_t \cdot 2} \quad (37)$$

$$L_o = 2 \cdot L1 + d_e \quad (38)$$

dado que algunos fabricantes proveen como dato el  $V_{\text{fluido}}$ , éste fue agregado al modelo. Es un valor útil para definir restricciones que condicionen tanto la cantidad y diámetro externo de los tubos, como la longitud de la aleta. El volumen del fluido en función de las dimensiones del diseño,

$$V_{\text{fluido}} = (d_i/2)^2 \cdot \pi \cdot n_t \cdot a \quad (39)$$

Conociendo la superficie de la cubierta, fondo y laterales, se puede estimar las pérdidas de calor. Las pérdidas por el fondo y laterales son referidas por sus coeficientes,  $U_{fo}$  y  $U_{la}$ .

$$U_L = U_{fo} + U_{la} + U_{sup} \quad (40)$$

Estas pérdidas dependen de la baja conductividad térmica  $k_a$  del aislante, su espesor y las dimensiones de las superficies expuestas. El cálculo del coeficiente de pérdidas por el fondo  $U_{fo}$  está representado (Figura 4) por dos resistencias,  $R_1$  y  $R_2$ , que corresponden a la convección (entre la placa y el medio ambiente) y la conducción térmica del aislante.

$$U_{fo} = \frac{1}{R_1 + R_2} \quad (41)$$

De las Ecuaciones (42,43) resulta que  $R_1 \ll R_2$ , despreciable frente a las pérdidas conductivas [3].

$$R_1 = 1/h_{fo} \quad (42)$$

$$R_2 = 1/h_a \quad (43)$$

Las pérdidas laterales, teniendo en cuenta que  $k_{la}$  es la conductividad térmica de aislante sería,

$$U_{la} = k_{la} \cdot h \cdot \frac{P}{l \cdot A_C} \quad (44)$$

El cálculo del coeficiente de pérdidas a través de la cubierta superior  $U_{sup}$  requiere conocer las temperaturas de cada una de las cubiertas y sus coeficientes convectivos de transferencia, los que no son fáciles de obtener. Hottel y Woertz [17] han propuesto una ecuación empírica, de la que existen variantes según sea la configuración del colector. La propuesta para este trabajo es [3]

$$U_{sup} = \frac{1}{\left(\frac{C}{T_p}\right) \cdot \left(\frac{T_p - T_a}{N + f_1}\right)^x + \frac{1}{h_v}} + \frac{\sigma \cdot (T_p + T_a) \cdot (T_p^2 + T_a^2)}{\frac{1}{\varepsilon_p + 0,00591 \cdot N \cdot h_v} + \frac{2 \cdot N + f_1 - 1}{\varepsilon_c} - N} \quad (45)$$

La Ecuación (44) muestra que el coeficiente  $U_{sup}$  depende de la cantidad de cubiertas  $N$ , su emisividad  $\varepsilon_c$  y la emisividad de la placa  $\varepsilon_p$ . La transferencia convectiva de calor (aire-colector) se manifiesta por su coeficiente  $h_v$ , que se encuentra relacionado a la velocidad del viento  $v_v$  [1,3].

$$h_v = 5,7 + 3,8 \cdot v_v \quad (46)$$

Estos factores junto a la temperatura ambiente  $T_a$ , representan la dependencia respecto de los parámetros ambientales. La situación geográfica está reflejada en una variable auxiliar  $C$ ,

$$C = 520 \cdot (1 - 0,000051 \cdot \beta^2) \quad (47)$$

afectada por la inclinación del colector  $\beta$  e, indirectamente, por la latitud [3]. Siempre que  $0^\circ < \beta < 70^\circ$ , mientras que para valores tales como  $70^\circ < \beta < 90^\circ$  debe utilizarse  $\beta = 70^\circ$ . El factor  $f_1$ ,

$$f_1 = (1 - 0,04 \cdot h_v + 0,0005 \cdot h_v^2) \cdot (1 + 0,058 \cdot N) \quad (48)$$

que se calcula por medio de una correlación dependiente del coeficiente de transferencia de calor por convección (aire – colector)  $h_v$  y el número de cubiertas  $N$  [1,3]. La  $T_p$  afecta al término convectivo en forma directa y además, indirectamente, a través de la variable auxiliar  $x$  [3],

$$x = 0,43 \cdot \left(1 - \frac{100}{T_p}\right) \quad (49)$$

En la Ecuación (8) se estableció la relación entre la  $T_p$ , energía absorbida y el coeficiente  $U_{sup}$ , pero este es sólo un aspecto. El fluido circula por los tubos a una temperatura muy diferente a la de la placa y tubos, aunque siempre inferior a ésta. La  $T_p$  se puede vincular a la temperatura de salida del fluido, una vez en régimen estacionario [2],

$$T_p = T_f + Q_u \cdot R_{pf} \quad (50)$$

Siendo  $R_{pf}$  la resistencia a la transmisión de calor entre la placa y fluido [2],

$$R_{pf} = \frac{1}{h_{cf} \cdot n_t \cdot a \cdot \pi \cdot d_i} \quad (51)$$

De las Ecuaciones (50,51) se deduce que la temperatura de placa es función de la temperatura de salida del fluido, la que está dada una vez alcanzado el régimen estacionario por

$$T_f = T_{f1} + \left(1 - \frac{F_r}{F}\right) \cdot \frac{Q_u}{A_c \cdot U_L \cdot F_r} \quad (52)$$

Ecuación que se obtiene siguiendo los mismos principios que los involucrados en el análisis de la Ecuación (28) [2]. Cuando el sistema se encuentra en equilibrio se alcanza una nueva variable de diseño, la temperatura de estancamiento  $T_{est}$ . A esta temperatura el rendimiento del colector es cero. No hay más transferencia de calor, ni la  $T_p$  ni la del fluido aumentan. Por lo que la  $T_{est}$  se obtiene despejando la temperatura de entrada del fluido de la función objetivo

$$T_{est} = T_a + \frac{F_r \cdot \tau \alpha \cdot H_T}{F_r \cdot U_L} \quad (53)$$

Las relaciones así planteadas permiten inferir que para ser resuelto el modelo, es necesario un proceso iterativo sometido a restricciones y limitaciones aplicadas sobre las variables de diseño.

## 1.2 Restricciones

Una vez planteada la función objetivo se establecieron las restricciones al modelo. La solución se encuentra dentro de un espacio delimitado por las variables de diseño y por las restricciones a las que el modelo sea sometido. Si se piensa físicamente en un colector, las Ecuaciones (54-58) dejan establecidas las restricciones respecto de temperaturas y calores involucrados.

$$T_f \geq T_{f1} \quad (54)$$

$$T_p \geq T_{f1} \quad (55)$$

$$T_f \leq T_a + \frac{S}{a} \quad (56)$$

$$Q_u \leq H_T \cdot A_C \quad (57)$$

$$Q_u \geq 0 \quad (58)$$

## 1.3 Limitaciones a las Variables de Diseño

Las variables son aquellas que el modelo ha ido ajustando, conforme se sucedieron las iteraciones. Las Ecuaciones (59,65), limitan las dimensiones del colector, el espesor y diámetro externo de los tubos. Las limitaciones así expresadas permiten acotar entonces el caudal másico a circular por los tubos  $m_{\text{fluidado}}$  y el volumen circulante del fluido en el colector, limitado por la Ecuación (66). Definir una ecuación para el número de tubos  $n_t$  no resultó práctico, sin embargo, de no establecer una limitación, la solución tiende a magnitudes poco realistas, o que provocaron alguna divergencia. Basados en datos bibliográficos [1,6], se los limitó según la Ecuación (67).

$$1.5 \text{ m}^2 \leq A_C \leq 2.6 \text{ m}^2 \quad (59)$$

$$a \leq 2.2 \text{ m} \quad (60)$$

$$b \geq 1.2 \text{ m} \quad (61)$$

$$de < L_o \leq 0.50 \text{ m} \quad (62)$$

$$d_{i\text{mín}} + 2 \cdot e_{t\text{mín}} \leq d_e \leq d_{i\text{máx}} + 2 \cdot e_{t\text{máx}} \quad (63)$$

$$1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \leq d_i \leq 9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (64)$$

$$1 \cdot 10^{-4} \text{ m} \leq e_t \leq 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (65)$$

$$1.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \leq V_{\text{fluidado}} \leq 1.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (66)$$

$$1 \leq n_t \leq 100 \quad (67)$$

Pueden agregarse otras limitaciones, aunque es importante que las mismas sirvan para determinar un mejor espacio para la solución y no tornar el modelo en un sistema irresoluble o rígido. El mismo razonamiento es aplicado a la enumeración de restricciones.

## 1.4 Elección de los materiales, definiciones y parámetros

En este sentido se recurrió a la bibliografía de referencia [1, 3] en lo que respecta a la calidad de los materiales. Para que estas comparaciones sean válidas se eligió el captador de la "Línea Confort" CR 12S8 [18], por ser un colector utilizado en las investigaciones de referencia [4, 6]. Los valores de aquellos parámetros que debieron ser estimados se extrajeron de tablas teniendo en cuenta las consideraciones pertinentes [10].

## 1.5 Resultados

Se realizaron distintas pruebas y comparaciones con el objeto de: a) contrastar los valores del coeficiente global de pérdidas de calor, b) comparar los resultados obtenidos respecto a otro colector con dimensiones similares, c) cotejar el valor del rendimiento optimizado por el modelo respecto a aquel esperado, d) analizar la incidencia de ciertos parámetros en el rendimiento.

Tabla 1. Resumen de variables y parámetros del modelo desarrollado.

VARIABLE Test.L	183.588	°C	Temperatura de estancamiento
VARIABLE Ac.L	2.045	m <sup>2</sup>	Area efectiva del colector
VARIABLE a.L	1.704	m	Longitud de los tubos
VARIABLE b.L	1.200	m	Ancho de la parrilla
VARIABLE nt.L	22		Número de tubos
VARIABLE di1000.L	7.598	mm	Diámetro interior
VARIABLE de1000.L	9.598	mm	Diámetro exterior
VARIABLE et1000.L	1.000	mm	Espesor de los tubos
VARIABLE vFluidol.L	1.700	litros	Volumen del fluido caloportador
VARIABLE UL.L	4.449	$\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$	Coef. de pérdidas de calor por radiación - convección y conducción

La Tabla 1 corresponde a los valores obtenidos luego de correr del modelo. En ella también se presentan algunos de los parámetros ingresados para la evaluación de la respuesta del modelo. El análisis de los archivos de salida indica que existen variables no lineales, que la ejecución finalizó correctamente, con iteraciones, que la solución es alcanzable, que no hubo valores fuera de rango, sin reporte errores [20], lo que indica una correcta codificación del modelo. Los valores obtenidos fueron comparados con aquellos disponibles en “Diseño de una instalación solar térmica para la producción de ACS en un edificio multivivienda” [4], donde el valor del coeficiente  $U_L$  es menor (3,68 vs 4,45 del modelo), su área es mayor (2,58 vs 2,05 del modelo), y el rendimiento es mejor (78% vs 64,8% del modelo). Sin embargo los resultados de la fuente están basados en una energía solar incidente considerablemente mayor [4] a los  $800 \text{ W / m}^2$ , que sugiere el proveedor. Para que la comparación sea viable, se varió la conductividad térmica del aislante a los efectos de equiparar el coeficiente  $U_L$  y se ejecutó el modelo con el valor propuesto por el fabricante ( $1000 \text{ W / m}^2$ ). El rendimiento así obtenido fue de 73,6%, que se acerca sensiblemente al aportado [20]. El hecho de haber supuesto algunos materiales, cuyas características se reflejan como parámetros del modelo, no es un detalle menor, las propiedades físico-químicas sin duda influyen en los resultados [20]. La ubicación geográfica de la fuente es Barcelona ( $41^\circ \text{ N}$ ) y comparativamente se halla en una situación desventajosa frente a la de Buenos Aires ( $34^\circ \text{ S}$ ), en lo que se refiere al respecto de los valores de radiación solar [14].

La segunda comparación se hizo sobre la “Pasteurización de leche con energías renovables en una comunidad rural de Cusco (Perú)” [6], se observó es que el diámetro externo de los tubos resultó ser más del doble que el que arroja el modelo desarrollado. El volumen planteado es cuatro veces superior al utilizado en este trabajo, consistente con el diámetro expuesto. Forzando el modelo mediante la alteración de las restricciones y limitaciones, se observa que estos dos factores son los que provocan la diferencia en la cantidad de tubos, 22 obtenidos vs 12 planteados. Esto permite estimar, de todas maneras, que el modelo resuelve correctamente. También en el estudio de referencia, la emisividad de la placa es muy alta, por tener un tratamiento de ennegrecido de bajo costo, perjudicando la eficacia del colector consultado.

La tercera comparación se realizó sobre los datos del fabricante [18], los mismos que se utilizaron para ejecutar el modelo. Para ello se comenzó calculando el rendimiento esperado aportado en las especificaciones del colector en cuestión (Figura 7). El valor de abscisas se calcula por la Ecuación (68), Donde  $T_m$  es la temperatura media de la placa y  $G$  es la energía solar incidente.

$$\frac{T_m - T_a}{G} = \frac{333.15^\circ\text{K} - 293.15^\circ\text{K}}{800 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 0.05 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \quad (68)$$

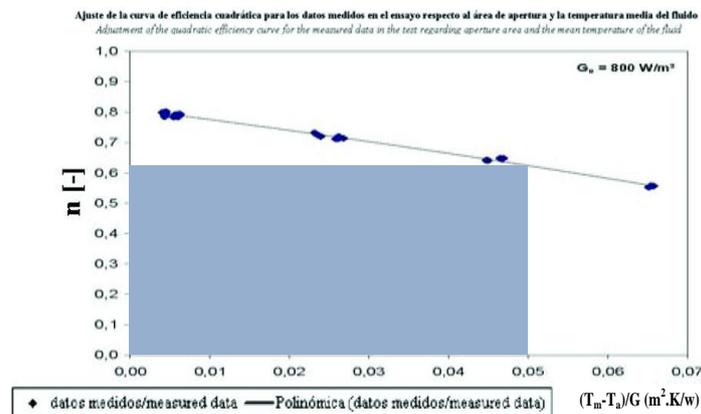


Figura 7. Curva de rendimiento del captador Línea Confort CR 12S8.

El rendimiento esperado gráficamente, es (aprox.) del 63%, el modelo proyecta entre 64,1% y 64,91% según sea el algoritmo usado. La  $T_{est}$  según el fabricante es 196°C, para el modelo resulta de 183,5°C. Las diferencias se justifican en los diámetros de tubo, y dimensiones de la placa, que se ajustan durante el proceso. Aún así los resultados son comparables, ya que las magnitudes son del mismo orden. Luego se analizó la flexibilidad del modelo, la capacidad de resolución del soporte [5], las alternativas constructivas y la influencia de determinadas variables. Por ejemplo, para latitudes más cercanas al ecuador es mayor la cantidad de energía solar incidente, la temperatura ambiente y los días más largos [20]. Así, la ecuación de costos puede variar, y la diferencia en el rendimiento puede no justificar un material de mejor calidad, situación a tener en cuenta al evaluar la factibilidad y amortización de una instalación. Una variante como cubierta más económica que el cristal, es el policarbonato. Los valores de transmitancia y emisividad son 0,81 y 0,1 frente a los del cristal (0,95 y 0,01 respectivamente). El resultado fue un aumento en la cantidad de tubos de 22 a 27, y una merma (aprox.) del 14% en el rendimiento de 64,9% a 50,8%. En ambos casos la diferencia es considerablemente alta. Respecto a la placa y tubos, una opción puede ser aluminio recubierto con óxido de cobre, cuya absorbancia y emisividad son ligeramente inferiores a los de la placa de referencia (0,93 vs 0,95 y 0,11 vs 0,12) pero la mayor diferencia es la conductividad, 209,3 W / (m °C) del aluminio contra 386 W / (m °C) del cobre. En estas condiciones la cantidad de tubos aumentó de 22 a 25, y una caída de alrededor de 1,7% del rendimiento, de 64,9% a 63,2%. Aún con estos valores, esta alternativa parece ser más factible, ya que las diferencias son de menor proporción. Para estimar la influencia de la aislación, ya sea en el fondo o lateral, se sugirió un material (hipotético) cuya conductividad térmica tuviera un valor probable de  $2,5 \cdot 10^{-2}$  W / (m °C) frente a la original espuma de poliuretano, de  $3 \cdot 10^{-2}$  W / (m °C), se logró con esto una mejora del rendimiento en un 1,4%, se desconoce en este caso el costo que tendría una aislación de estas características y su injerencia en el costo total, para poder estimar la factibilidad de la inversión. Seguidamente, teniendo en cuenta el aislante original, se evaluó primero el disminuir en medio milímetro el espesor de la aislación, y luego aumentarlo en medio milímetro, observándose una disminución en el rendimiento del 2% para el primer caso y un aumento de la eficiencia del 1,4% en el segundo. Una correcta evaluación de costos es la que definirá la distribución más beneficiosa para la relación “costo / rendimiento”.

## 1.6 Condiciones Ambientales

La medición anual promedio medida en el Aeroparque J. Newbery, Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) – Argentina, del viento es de 16 m/s (originalmente se utilizó 4 m/s), la temperatura ambiente promedio anual es de 18 °C, a los efectos de esta evaluación se tomarán valores de temperatura ambiente correspondientes a la media de los meses de agosto y mayo, alrededor de los 18 °C, todos datos estadísticos suministrados por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN). Así, si sólo variara la temperatura ambiente el rendimiento caería un 2,8%, al tiempo que el número de tubos ascendería solo de 22 a 23, ahora si el único factor a alterar fuera la velocidad del viento el rendimiento calculado es un 4% menor y los tubos aumentan a 26, pero si cambiaran ambos al mismo tiempo, el rendimiento sufriría una caída sensible del 7,3%, con 26 tubos.

## 2. Conclusiones

El hecho de que tanto el coeficiente de pérdidas totales, como el área del colector obtenidos en el trabajo de referencia sean mayores, demuestra que el modelo desarrollado es capaz de alcanzar una solución optimizada bajo las condiciones planteadas. La segunda comparación muestra que el rendimiento disminuye notablemente si aumenta la emisividad de la placa. Se puede observar a través de dicha ecuación que un aumento en emisividad de la placa provoca un aumento del coeficiente de pérdidas de calor por la cubierta y, por consiguiente, el aumento del coeficiente de pérdidas de calor total y así disminuye el rendimiento. La emisividad de la placa depende fuertemente de la calidad del tratamiento de ennegrecido, la predicción del modelo, coincide con lo expresado por la bibliografía [6]. Se comprueba también, que disminuye la cantidad de tubos al aumentar su diámetro, manteniendo la proporción del volumen del fluido caloportador. Los parámetros para la tercera comparación fueron el rendimiento, la  $T_{est}$  y algunos de los valores de diseño especificados por el fabricante. Otras características de diseño, fueron sujetas a restricciones y limitaciones. Se comprobó entonces que el espacio sugerido de solución está dentro de márgenes aceptables, el rendimiento obtenido fue apenas superior al que el fabricante propone, que el resultado es el esperable para un modelo de optimización. La  $T_{est}$  resultó ser levemente más baja, no resultando un inconveniente [20]. Distinto hubiera sido el caso si se hubiera obtenido una temperatura superior a la de referencia, dado que es un factor determinante en la selección de materiales y de influencia en el costo. Luego de realizadas las comparaciones, se sometieron los parámetros a cambios que pudieran verificar la flexibilidad del modelo y la reacción del mismo ante las alteraciones impuestas. Así se comenzó a buscar alternativas para la cubierta transparente. La propuesta fue la de utilizar una cubierta de policarbonato por ser más económica que el cristal. Esta modificación causó un aumento del número de tubos y una merma en el rendimiento, ambos de magnitudes considerables. Esta reacción era la esperada porque este

material posee una menor transmitancia y mayor emisividad, (100 veces mayor). De lo expuesto se extrae que, si el requerimiento al colector es exigente, es inconveniente un cambio en el material de la cubierta. Del mismo modo se evaluaron las posibles opciones menos costosas para el material de la placa y tubos. Sus características inciden indirectamente en las pérdidas de calor y directamente en el rendimiento, por ejemplo si baja la absorbancia de la placa, baja el rendimiento del colector. Varios son los materiales propuestos como alternativa al cobre. Entre ellos se eligió el aluminio, con un tratamiento de ennegrecido con óxido de cobre. Como en el caso anterior se observó una caída del rendimiento y un crecimiento en el número de tubos, pero en este caso no fueron tantas las diferencias en las variables elegidas. Estos resultados permiten reflexionar acerca de la posibilidad de rebajar los costos utilizando esta configuración. Siguiendo la línea en el aspecto constructivo, se continúa con el estudio de la aislación. Por supuesto que son de suma importancia los efectos que pueda tener con respecto al cuidado del medio ambiente. Se observa una diferencia sensible en el rendimiento cuando es alterado su espesor, ya sea en el fondo como en los laterales. Esto convierte a la aislación en uno de los componentes más importantes en el diseño. Parece simple concluir que es suficiente con aumentar el espesor del aislante para lograr una mejor rentabilidad, sin embargo es necesario previamente verificar el aumento en el peso y costo. En conclusión, se requiere un mayor análisis respecto al posible impacto ambiental y de los costos aparejados. Las aislaciones conocidas, de bajo impacto y baja conductividad térmica como la propuesta en el modelo, son más costosas y la inversión realizada deberá estar bien justificada. Se estudiaron particularmente los efectos de la temperatura ambiente y la velocidad del viento en forma particular. El objeto de este análisis es poder proyectar de una manera aproximada el comportamiento de un colector hacia comienzo del otoño y final del invierno. Se verifica entonces que combinando una disminución de la temperatura ambiente y un aumento en la velocidad del viento, el rendimiento se reduce, por lo que es importante la dimensión final de la instalación, a fin de cubrir las necesidades en los períodos climáticos más exigentes. Este desarrollo de optimización deja lugar a futuras líneas de trabajo. Esto resulta de la versatilidad para permitir cambios en parámetros, restricciones y limitaciones. Las características del soporte [5] dejan abierta la posibilidad de derivar la investigación hacia un nuevo objetivo, como por ejemplo el de minimizar los costos de fabricación.

### 3. Referencias

- [1] Hermosillo Villalobos, Juan Jorge. (1995). *Notas sobre el Curso de Energía Solar*. Instituto Tecnológico y de Estudios.
- [2] Fernández Diez, Pedro. (2009). "Procesos Termosolares en Baja, Media y Alta Temperatura", Ed. Redsauce.
- [3] Guevara Vásquez, Sixto. (2003). "Teoría para el diseño de calentadores solares de agua", UNATSABAR – OPS/CEPIS.
- [4] Schmidt Pérez, Sergio. (2010). "Diseño de una instalación solar térmica para la producción de ACS en un edificio multivivienda". Master thesis (pre-Bologna period).
- [5] GAMS Development Corp. Sistema General de Modelado Algebraico (GAMS).
- [6] Alcón Morlas, Tatiana (2007). "Pasteurización de leche con energías renovables en una comunidad rural de Cusco (Perú)". Master thesis (pre-Bologna period).
- [7] Welty, James R. "Transferencias de Calor Aplicada a la Ingeniería". Editorial Limusa, primera edición.
- [8] "Termodinámica Aplicada". Editorial McGraw - Hill, primera edición.
- [9] Helsdon, R.M. "Termodinámica Aplicada", Editorial Ediciones URMO, primera edición.
- [10] Perry. (1990). "Manual del Ingeniero Químico". Sexta edición.
- [11]<http://www.enbuenasmanos.com/articulos/muestra.asp?art=1718>
- [12][http://www.myfootprint.org/es/about\\_the\\_quiz/what\\_it\\_measures/](http://www.myfootprint.org/es/about_the_quiz/what_it_measures/)
- [13] CECU (proyecto europeo RES & RUE Dissemination – Programa ALTENER)
- [14] CENSOL 5.0. Censolar. ADMINISTRACIÓN CENTRAL (HEADQUARTERS) Parque Industrial PISA - Edificio Censolar. C/ Comercio 12, 41927 Mairena del Aljarafe, Sevilla (España). Teléf.: (34) 954 186 200 - Fax: (34) 954 186 111
- [15]<http://www.miliarium.com/Prontuario/Tablas/Quimica/PropiedadesTermicas.asp>
- [16]<http://www.calculatuahorro.com.ar/index.html> (Toyota)
- [17] Hottel, H.C.; Woertz, B.B. (1942). "The Performance of Flat-Plate Solar Heat Collectors", American Society of Mechanical Engineers Transactions.
- [18] CHROMAGEN ~ Solar Water Solutions. Sha'ar Ha'amakim 36588, Israel  
Distribuidor en Argentina:  
SAPOLIN S.A, Angel Gallardo 174 Piso 5, C.P. 1405, Ciudad Autónoma Buenos Aires
- [19] González Redondo, Mercedes. "Radiación térmica". Universidad Politécnica de Madrid ~ Departamento de Física, María. E.T.S. de Arquitectura (Física e Instalaciones Aplicadas a la Edificación, al Medio Ambiente y al Urbanismo).
- [20] Fauroux, Luis Enrique. (Dic.2012). Tesis de Maestría en Gestión Ambiental (UNLaM) - Diseño y Análisis de Colectores Solares Planos.