

Mitigación de daños en tanques contenedores de líquido bajo excitación sísmica, con optimización de costos.

María E. Compagnoni¹, Carlos A. Martínez²

*1 Facultad Regional San Rafael – Universidad Tecnológica Nacional, CONICET
mecompanoni@conicet.gov.ar*

2 Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, CONICET

RESUMEN.

Los tanques son estructuras especialmente construidas con el propósito de almacenar sustancias fluidas tales como agua, combustibles líquidos, productos químicos, etc. El interés por un comportamiento seguro de este tipo de estructuras bajo cargas sísmicas, radica no sólo en el costo de su reposición en caso de falla y pérdida del contenido, sino también en los impactos sociales y ambientales que un accidente puede provocar, dado que en algunos casos son vitales para los sistemas de distribución de agua, y en otros como en la industria petroquímica y en centrales nucleares pueden almacenar sustancias peligrosas (corrosivas o explosivas). El objetivo de este trabajo es reducir las posibilidades de falla, mediante un diseño sismorresistente de tanques cilíndricos flexibles de acero, con optimización del material. En el mismo, la masa de líquido se representa mediante el modelo de Housner, modificado posteriormente por Malhotra, el cual toma en cuenta la flexibilidad de la pared del tanque considerando dos masas concentradas referidas como masa “convectiva” y masa “impulsiva” y la respuesta sísmica se obtiene mediante un análisis dinámico modal espectral. El método propuesto proporciona las dimensiones más económicas para el tanque, para un volumen de líquido de diseño predefinido.

Palabras Claves: Tanques cilíndricos flexibles; Mitigación de daño, Modelo mecánico equivalente; Optimización.

1. INTRODUCCIÓN.

Los tanques son estructuras especialmente construidas con el propósito de almacenar sustancias fluidas, tales como agua, productos derivados del petróleo, productos químicos de diferente naturaleza, etc. En general, su función es estratégica, dado que son vitales en los sistemas de distribución de agua, y en otros casos pueden almacenar sustancias peligrosas (corrosivas o explosivas) como sucede en la industria petroquímica y en centrales nucleares. Los tipos de depósitos más comunes en la industria local son, tanques cilíndricos verticales o tanques rectangulares, ambos apoyados en el suelo, como se puede ver en la Figura 1.



(a) Bodega Calle Centenario s/n, San Rafael, Mendoza.



(b) Bodega Ugarteche, Lujan De Cuyo, Mendoza.



(c) Pileta de fermentación de bodega, San Rafael, Mendoza.



(d) Tanque cilíndrico CNEA, San Rafael, Mendoza.

Figura 1 *Imágenes de tanques en industrias locales. (Fotografías tomadas en 2013)*

En la provincia de Mendoza, se encuentra también una planta de refinamiento de combustible donde se almacenan grandes volúmenes de petróleo y otros líquidos combustibles derivados (Figura 2).



Figura 2 *Destilería YPF, Lujan de Cuyo, Mendoza.*

Es necesario asegurar el buen desempeño de los tanques de almacenamiento, durante su vida útil y, más importante aún, frente a la acción sísmica, en una zona del país, con alta actividad sísmica como Mendoza, ya que una eventual falla durante un movimiento sísmico, trae como consecuencia no sólo el costo de reposición, sino también desastres ambientales, [1].

El sismo de Alaska en 1964 de una magnitud de 8.4, fue uno de los casos que despertó el interés por un comportamiento seguro de tanques superficiales bajo cargas sísmicas. Este sismo causó daños en contenedores de líquidos que se ubicaban en un radio de 160 km del epicentro [2]. En la

comunidad de Valdez, de este estado, la falla de algunos tanques ocasionó el derrame de combustible que desencadenó un incendio que duró varios días (Figura 3). En el mismo terremoto pero en la ciudad de Anchorage se registraron daños de 21 depósitos y tan sólo cuatro no sufrieron roturas. Siete tanques que almacenaban combustible, colapsaron derramando casi tres millones de litros de combustible de aviación y afortunadamente no se originaron incendios (Figura 4), [3].



Figura 3 *Planta Union Oil tank farm.*



Figura 4 *Colapso de tanque de almacenamiento.*

En los últimos años se han producido numerosas fallas catastróficas de tanques contenedores de líquido debido a eventos sísmicos severos tales como los ocurridos en 1960 en Chile [4]; en 1994 en Northridge, California [5]; en 1995 en Kobe, Japón [6]; y en 1999 en Kocaeli, Turquía, [7, 8] y en la región del Maule, Chile, 2010 (Figura 8) [9].



Figura 5 Tanque vertical en el hospital que debido a la falta de anclaje se volcó durante el terremoto de Northridge 1994.



Figura 6 Daño ocasionado por el fuego a los tanques de nafta de la refinería Tüpras. Sismo de Kokaeli 1999.



Figura 7 Tanque dañado por el sismo de Kobe en 1995.



Figura 8 Daño depósitos de vino. Sismo de Chile en 2010.

La experiencia obtenida sobre los desastres naturales en tanques de almacenamiento revela que, para reducir la vulnerabilidad a niveles aceptables se requiere de acciones preventivas y de diseños de ingeniería adecuados. Con el propósito de contribuir en la primer etapa de las medidas de mitigación de daño, la prevención, en este trabajo se propone un método simple de de diseño sísmico de tanques cilíndricos de acero de pared delgada con optimización uso de material. La evaluación del comportamiento sísmico de los tanques de acero se realiza en base al modelo mecánicos propuesto por Housner [10, 11, 12] y modificado posteriormente por Malhotra [6]. En el método planteado se evalúa la resistencia y estabilidad del tanque bajo carga sísmica. Por lo tanto, los objetivos de este estudio es determinar los valores óptimos de relación de esbeltez ($S=R/H$) y espesor de cáscara, para volúmenes específicos de almacenamiento de líquidos.

1.1. Comportamiento de Depósitos no Elevados Durante un Sismo.

Las diferentes fallas que presentan los depósitos de almacenamiento de líquidos, tienen importantes implicancias tanto económicas como sociales. Los daños registrados en estos, debido a acciones sísmicas, se pueden clasificar en cuatro categorías generales:

- Pandeo en la parte baja de la pared del tanque, donde la compresión axial debido al momento de vuelco es máximo. En esta zona, el pandeo de la pared aparece con grandes deformaciones y es conocido como “pata de elefante” (Figura 9).
- Daños de pandeo en la tapa o en la parte superior de la pared lateral debido al efecto de oleaje del líquido (Figura 10).
- Daños en las tuberías y otros accesorios que se vinculan rígidamente a las paredes del tanque (Figura 11).
- Daños debido a falla de la fundación (Figura 12).



Figura 9 Falla "pata de elefante".

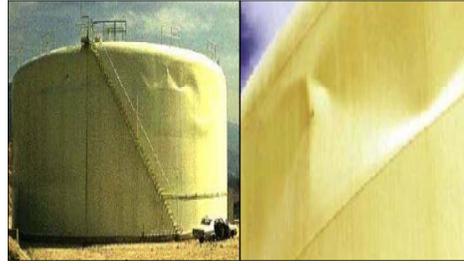


Figura 10 Pandeo en la parte superior de la pared lateral.



Figura 11 Falla en la tubería.



Figura 12 Falla de la cimentación por licuefacción.

1.2. Medidas de mitigación de daños.

La acción humana frente a los desastres puede ser clasificada en etapas, las cuales de manera general son las siguientes:

- Prevención: son todas las medidas y acciones que se ejecutan con el objeto de evitar la ocurrencia de un desastre.
- Mitigación: es el conjunto de acciones que se adoptan antes de un evento para reducir las pérdidas humanas y materiales.
- De emergencia o rehabilitación: son todas aquellas acciones coordinadas para atender las consecuencias generadas por el desastre, inmediatamente posterior al mismo.
- De reconstrucción o restauración: son las acciones orientadas a restablecer las condiciones de vida y servicio, después del desastre. Se puede subdividir a su vez en tres fases: recuperación a corto plazo, a mediano plazo y la recuperación definitiva a largo plazo.

Estas etapas no son independientes entre sí, sino más bien una cadena interrelacionada.

2. EVALUACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE LOS TANQUES DE ALMACENAMIENTO DE LÍQUIDOS CILÍNDRICOS.

En este estudio el comportamiento del sistema tanque-líquido, se representa mediante el modelo de Malhotra [6], quien modificó el modelo de Housner [10] para considerar la flexibilidad de la pared del tanque. El Modelo Mecánico Equivalente (MME) desarrollado por Malhotra [6], considera depósitos cilíndricos de pared delgada, de radio R , altura total L , y espesor e parcialmente llenos de líquido hasta una altura H (Figura 13).

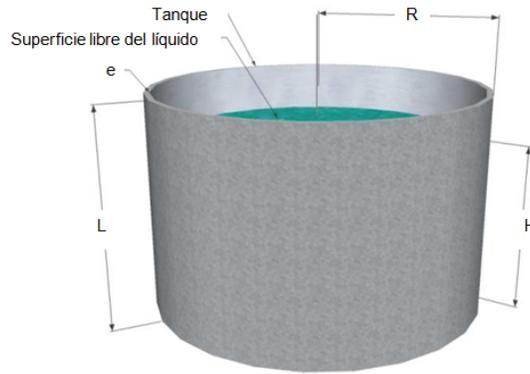


Figura 13 Geometría del Tanque

Según este modelo, para pequeñas oscilaciones, la respuesta característica del sistema tanque-líquido se puede obtener mediante un sistema de dos grados de libertad. En efecto, la masa de líquido durante la excitación sísmica, vibra en dos formas diferentes, asociadas a las dos masas equivalentes, denominadas: masa convectiva m_c , (parte superior de la masa de líquido en donde se producen las olas en la superficie del líquido y cuyos desplazamientos horizontales son equivalentes a la altura de ola) y masa impulsiva m_i , (parte de la masa de líquido que vibra junto a la pared del tanque), como se puede ver en la Figura 14.

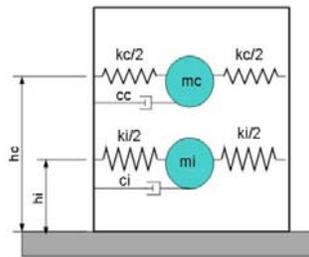


Figura 14 Modelo mecánico del tanque cilíndrico.

Las masas convectiva e impulsiva se determinan a partir de la masa de líquido m , como:

$$\begin{aligned} m_c &= \gamma_c m \\ m_i &= \gamma_i m \end{aligned} \quad (1)$$

con:

$$m = \pi R^2 H \rho_l \quad (2)$$

en la cual ρ_l es la densidad del líquido; γ_c y γ_i , son las relaciones de masa que se obtienen a partir de la relación de aspecto del tanque (S).

La frecuencia fundamental de la masa convectiva ω_c , e impulsiva ω_i , se determinan mediante las siguientes expresiones:

$$\omega_c = \frac{2 \pi}{C_c \sqrt{R}} \quad (3)$$

$$\omega_i = \frac{2 \pi \sqrt{e/R} \sqrt{E}}{C_i H \sqrt{\rho_l}} \quad (4)$$

donde E es el módulo de elasticidad.

Para determinar las alturas de cada masa se utilizan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} h_i &= \tau_i H \\ h_c &= \tau_c H \end{aligned} \quad (5)$$

Los parámetros γ_c , γ_i , τ_c , τ_i , C_c y C_i son funciones de la relación de aspecto del tanque, S y se determinan mediante la Ec. (6) que surge a partir de la interpolación de las curvas dadas en [6]:

$$\begin{Bmatrix} C_i \\ C_c \\ \gamma_i \\ \gamma_c \\ \tau_i \\ \tau_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,212 & 2,103 & -8,243 & 16,450 & -16,720 & 12,942 \\ -0,077 & 0,743 & -2,769 & 5,008 & -4,420 & 3,023 \\ -0,006 & 0,045 & -0,069 & -0,211 & 0,850 & -0,062 \\ 0,005 & -0,038 & 0,068 & 0,169 & -0,789 & 1,046 \\ -0,013 & 0,119 & -0,394 & 0,584 & -0,3466 & 0,4657 \\ 0 & 0 & -0,011 & 0,036 & 0,101 & 0,489 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S^5 \\ S^4 \\ S^3 \\ S^2 \\ S \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

2.1. Respuesta sísmica del modelo mecánico equivalente

La respuesta sísmica del sistema de depósito-líquido se determina de acuerdo a los siguientes pasos:

2.1.1 Paso 1: Evaluación de las aceleraciones espectrales

La excitación se define a partir del espectro de respuesta de pseudoaceleración dado por el código INPRES CIRSOC 103 [13] admitiendo que el lugar de emplazamiento del tanque corresponde a la zona sísmica IV y el suelo tipo II.

Con base en los valores obtenidos para los periodos convectivo T_c e impulsivo T_i y conocidas las características correspondientes al espectro de diseño, se da lectura a los valores de las pseudoaceleraciones espectrales convectiva Sa_c e impulsiva Sa_i , respectivamente, en la Figura 15 se ilustra el espectro de respuesta de pseudoaceleraciones.

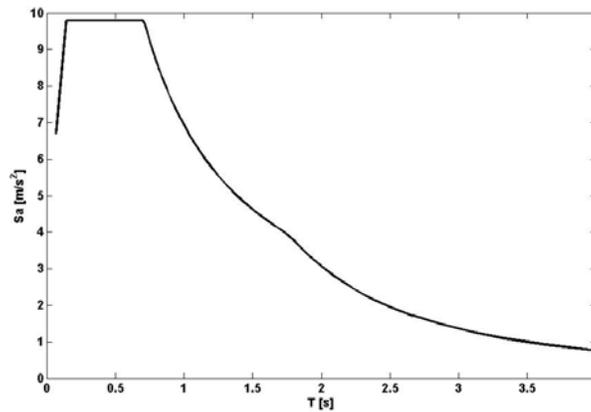


Figura 15 Espectro de respuesta de pseudoaceleración. Zona sísmica IV, tipo suelo II.

2.1.2 Paso 2: Evaluación de los desplazamientos espectrales

El desplazamiento vertical máximo de la superficie del líquido debido al oleaje (d_{max}), según [6], está dada por:

$$d_{max} = R \frac{Sa(T_c)}{g} \quad (7)$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad y T_c el periodo convectivo.

2.1.3 Paso 3: Evaluación de los esfuerzos sísmicos máximos

Las respuestas máximas impulsiva y convectiva no ocurren simultáneamente, por lo que la fuerza cortante y el momento de vuelco máximos probables se obtienen mediante la combinación de los efectos impulsivo y convectivo [16]. Por lo tanto, el corte en la base máximo está dado por:

$$Q_{max} = \sqrt{((m_i + m_t) Sa_i)^2 + (m_c Sa_c)^2} \quad (8)$$

donde m_t es la masa del tanque, Sa_i la aceleración espectral impulsiva y Sa_c la aceleración espectral convectiva.

De la misma manera, el momento de vuelco máximo es:

$$M_{max} = \sqrt{((m_i h_i + m_t h_t) Sa_i)^2 + (m_c h_c Sa_c)^2} \quad (9)$$

donde h_i y h_c son las alturas de la masa impulsiva y convectiva respectivamente (Ec. (5)), y h_t es la altura del centro de gravedad del tanque.

2.1.4 Paso 4: Evaluación de las tensiones máximas

La tensión axial máxima (σ_{max}) desarrollada en la base del tanque, puede ser calculada como:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{\pi R^2 e} \quad (10)$$

La tensión de corte máxima (τ_{max}) está dada según [17] por:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}}{\pi R e} \quad (11)$$

2.1.5 Paso 5: Evaluación de la estabilidad del tanque de acero

Las comprobaciones de estabilidad se realizan respecto a un posible modo de falla elástico. De acuerdo con [13,17], la tensión axial requerida para causar pandeo elástico en una estructura cilíndrica, depende de la variación circunferencial de la presión interna, la amplitud de las imperfecciones y el espesor de la cáscara. El factor de reducción, λ , dado en la Ec. (12) es utilizado para tener en cuenta la amplitud de las imperfecciones [13,17]

$$\lambda = 1 - 1,24 \frac{\delta}{e} \left[\sqrt{1 + \frac{2}{1,24 \frac{\delta}{e}} - 1} \right] \quad (12)$$

donde δ/e es la relación entre la amplitud de la imperfección máxima y el espesor del depósito, que puede estimarse como [13]:

$$\frac{\delta}{e} = \frac{0,06}{a} \sqrt{\frac{R}{e}} \quad (13)$$

con

$a = 1$ para construcción normal;

$a = 1,5$ para construcción de calidad;

$a = 2,5$ para construcción de alta calidad.

Luego, el parámetro adimensional, α^2 , se define como [13,17]

$$\alpha^2 = \frac{\sigma_y}{\lambda \sigma_{pr}} \quad (14)$$

donde, σ_y es la tensión de fluencia del acero y σ_{pr} la resistencia al pandeo de un tanque perfecto, que está dado por [13,17]

$$\sigma_{pr} = 0,6 E \frac{e}{R} \quad (15)$$

Con el fin de evitar el pandeo elástico del tanque, la desigualdad siguiente debe ser satisfecha [13,17]

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{pr}} \leq 0,19 + 0,81 \frac{\sigma_d}{\sigma_{pr}} \quad (16)$$

donde σ_b es la tensión máxima membrana vertical en el tanque y σ_d viene dada por [13,17]

$$\sigma_d = \sigma_{pr} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\bar{\sigma}}{5}\right)^2 \left(1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_{pr}}\right)^2} \leq \sigma_{pr} \quad (17)$$

con

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \lambda \sigma_{pr} & \alpha^2 &\geq 2 \\ \sigma_0 &= \sigma_y \left(1 - \frac{\alpha^2}{4}\right) & \alpha^2 &< 2 \end{aligned} \quad (18)$$

y

$$\bar{\sigma} = \frac{p R}{e \sigma_{pr}} \leq 5 \quad (19)$$

donde p es la presión hidrodinámica más baja.

3 DISEÑO ÓPTIMO DE TANQUES CILÍNDRICOS FLEXIBLES

3.1. Problema de optimización general

El problema de optimización general consiste en minimizar una función objetivo F respecto de n parámetros:

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} F(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (20)$$

sujeta a las siguientes restricciones

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad j = 1, \dots, k \quad (21)$$

siendo k el número total de restricciones del problema de optimización

3.2. Función objetivo y restricciones

Para el problema de optimización particular de tanques cilíndricos flexibles sometidos a acción sísmica se define la función objetivo a minimizar como la cantidad total de material a utilizar respecto del radio del tanque (R) y el espesor (e) del mismo. La altura del tanque queda definida a partir de estos parámetros, el volumen de diseño y desplazamiento máximo vertical de ola d_{max} . De esta manera, la Ec. (20) se puede describir de la siguiente manera:

$$\min_{R, e} F = \pi R^2 e + 2\pi e R (H + d_{max}) \quad (22)$$

siendo H la altura de líquido y d_{max} la altura máxima de ola dada por la Ec. (7). La altura H de líquido se calcula en función del volumen de diseño y del radio R como:

$$H = \frac{V}{\pi R^2} \quad (23)$$

y las restricciones de la Ec. (22) son:

$$\begin{aligned} \sigma_{adm} - \frac{M_{max}}{\pi R^2 e} &\leq 0 \\ \tau_{adm} - \frac{Q_{max}}{\pi R e} &\leq 0 \\ \bar{\sigma} - 5 &\leq 0 \\ \frac{\sigma_b}{\sigma_{pr}} - 0,19 - 0,81 \frac{\sigma_d}{\sigma_{pr}} &\leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

El problema de optimización formulado por las ecuaciones anteriores puede ser resuelto por distintos procedimientos numéricos. Los métodos de optimización más comunes se basan en programación lineal secuencial, los cuales consisten en resolver sub-problemas previamente linealizados y, si bien poseen la ventaja de ser simples y fácilmente implementables, carecen de robustez cuando se trata con problemas complejos. En la siguiente sección se presenta el método "Programación Cuadrática Secuencial" empleado en este estudio, con el cual se salvan los inconvenientes anteriormente mencionados.

3.3. Procedimiento de optimización

En general, puede decirse que el problema de optimización presentado en las Ecs. (22) y (24) es un problema de programación no lineal con restricciones. Uno de los métodos de resolución de este tipo de problemas que ha recibido especial atención en los últimos años es el de Programación Cuadrática Secuencial o SQP (Sequential Quadratic Programming) que es un método iterativo de optimización no lineal. Este método requiere que, tanto la función objetivo como las restricciones sean dos veces diferenciables (derivadas continuas), y tiene la ventaja de poder trabajar con funciones implícitas de las variables, dado que la evaluación de derivadas se realiza en forma numérica.

Los métodos SQP resuelven una secuencia de sub-problemas de optimización, cada uno de los cuales optimiza una forma cuadrática de la función objetivo sujeta a una linealización de las restricciones. El esquema más simple de este problema puede verse de la siguiente forma:

- Paso 0: Seleccionar un punto de partida x^0 de la función.
- Paso 1: Aproximar el problema con una forma cuadrática de la función objetivo sujeta a una linealización de las restricciones en la x^t .
- Paso 2: Resolver la optimización para d^t .
- Paso 3: Si $d^t = 0$, fin, sino, $x^{t+1} = x^t + d^t$, incrementar t y volver al paso 1.

Los métodos SQP han sido implementados en muchos programas comerciales, incluyendo NPSOL, NLPQL, OPSYC, OPTIMA, MATLAB, etc. Una explicación completa del método puede encontrarse en las referencias [18] o [19].

4. RESULTADOS

Esta sección ilustra los resultados del proceso de optimización de los tanques de acero de pared delgada cilíndricos sometidos a cargas sísmicas. Varias capacidades de tanques han sido evaluadas, contemplando que la industria local es muy variada. Se han analizado capacidades que van desde 0,5 a 10000 m³.

En la Figura 19 se muestran los valores óptimos de radio interno (R), en función del volumen de diseño, mientras que en la Figura 7 se observa la variación de la altura total L .

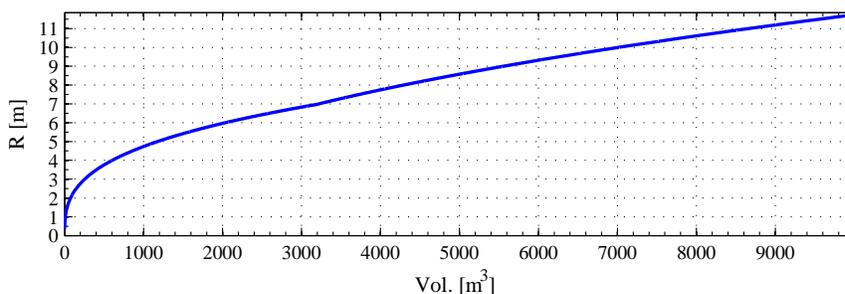


Figura 16 Radio interno óptimo, R .

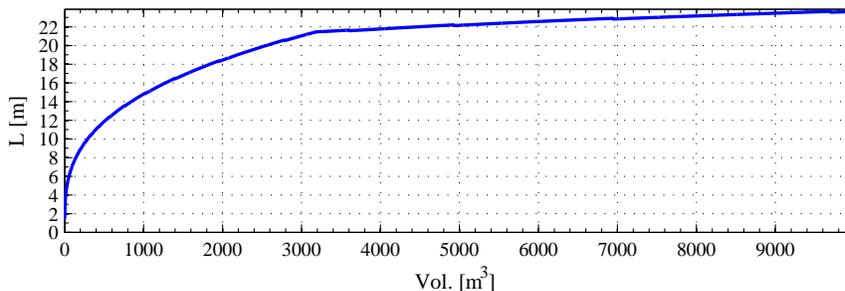


Figura 17 Altura de Tanque, L .

Como era de esperar, tanto el radio del tanque, R , como la altura total L , aumentan con el incremento del volumen requerido (capacidad) de tanque.

El espesor óptimo de la cáscara, e , se presenta en la Figura 18 para valores crecientes de volúmenes de diseño. Se puede observar que el espesor crece en forma fuerte para los primeros incrementos de volumen, mientras que para valores superiores el crecimiento es más suave.

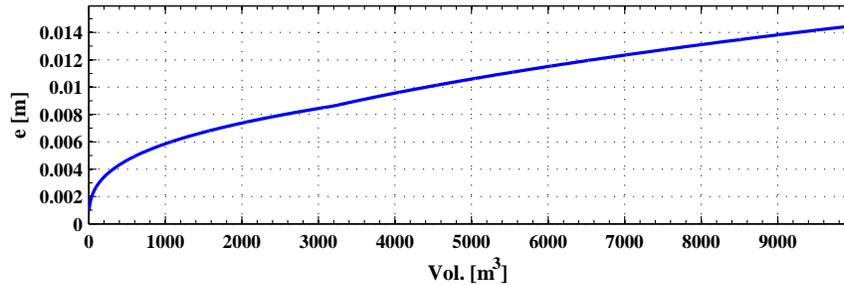


Figura 18 *Espesor óptimo de la cáscara, e.*

En la Figura 19 se muestra la variación de la relación de aspecto S respecto del volumen de diseño. Como se puede observar, para volúmenes de diseño inferiores a 3196 m^3 , la relación de aspecto que conduce al diseño óptimo según la metodología propuesta es $S = R/H = 3$; mientras que para volúmenes mayores se observa que esa relación disminuye, hasta un valor cercano a 2 para 10000 m^3 de volumen de diseño.

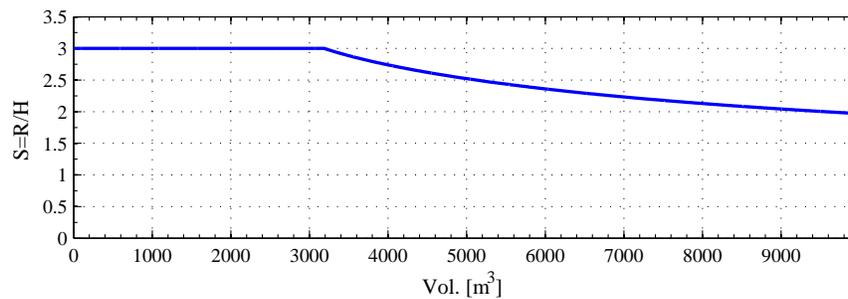


Figura 19 *Relación de aspecto (S) óptima.*

5. CONCLUSIONES.

En este trabajo se presenta una metodología sencilla y eficaz, que permite determinar los parámetros óptimos de diseño de tanques de acero cilíndricos de pared delgada contenedores de líquidos, a partir del modelo mecánico equivalente de Malhotra [5]. El procedimiento emplea criterios de resistencia y estabilidad para asegurar la integridad de los tanques bajo cargas sísmicas, con el fin de evitar el daño de los mismos durante estos eventos. Estas cargas se encuentran definidas por el espectro de diseño en los códigos sísmicos, por lo que la respuesta dinámica es obtenida, en este estudio, a partir de análisis modal espectral. El procedimiento propuesto es verificado con varios volúmenes de almacenamiento de líquidos, mostrando la versatilidad de la metodología para trabajar con diferentes capacidades utilizadas en la industria. Se observa que para volúmenes bajos de capacidad, los parámetros de diseño quedan definidos por criterios de estabilidad, mientras que para volúmenes mayores, el criterio que controla es la resistencia. Además se observa, que para las condiciones estudiadas, es conveniente utilizar la máxima relación de esbeltez permitida por el modelo para demandas de volúmenes bajas.

6. REFERENCIAS.

- [1] Chang James I. and Cheng-Chung Lin. (2006). "A study of storage tank accidents". Journal of Loss Prevention in the process industries Industries, 19 : 51–59.
- [2] Cooper, T. W., y Wachholz, T. P. (2003). "Performance of Petroleum Storage Tanks During Earthquakes". J. ASCE.
- [3] Hansen, W. R.. (1965). "Effects of the earthquake of March 27, 1964, at Anchorage, Alaska. Reston, U.S.". Geological Survey Professional Paper 542-A.
- [4] Steinbrugge KV, Flores RA. (1963). "The Chilean earthquakes of May 1960: A structural engineering viewpoint". Bull Seism of America. 53(2):225–307.
- [5] Kroy, C. E.. (1995). "Performance of elevated tanks during recent California seismic events". AWWA Annual Conference & Exhibition.
- [6] Malhotra, P. K., Wenk, T. and Wieland, M., (2000). "Simple Procedures for Seismic Analysis of Liquid Storage Tanks". *Structural Engineering International*, IABSE, Vol. 10, No. 3, 197-201,
- [7] Sezen, H., Livaoglu, R., & Dogangun, A. (2008). "Dynamic analysis and seismic performance evaluation of above-ground liquid-containing tanks. Engineering Structures". 30(3):794-803.

- [8] Yazici, G. AND Cili, F. (2008). "Evaluation of the liquid storage tank failures in 1999 the Kocaeli earthquake". World Conference on Earthquake Engineering Beijing, China October 12-17.
- [9] EERI - EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH INSTITUTE. (2010). "The M_w 8.8 Chile Earthquake of February 27, 2010". *EERI Special Earthquake Report - June 2010*.
- [10] Housner, G. W. (1954). "Earthquake Pressures on Fluid Containers". Eighth Technical Report under Office of Naval Research, Project Designation No. 081- 095, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- [11] Housner, G. W.. (1957). "Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers". Bulletin of the Seismological Society of America. 47:313-346.
- [12] Housner, G. W. (1963). "The dynamic behavior of water tanks. Bulletin of the Seismological Society of America". 53: 381–387.
- [13] Eurocode-8. (2003). "Design of structures for earthquake resistance, Part 4: Silos, tanks, and pipelines". Final PT Draft. European Committee for Standardization.
- [14] API Standard 650. (2007). *Welded Steel Tanks for Oil Storage*. Publication of American Petroleum Institute. Washington, D.C.,
- [15] Proyecto de Reglamento INPRES – CIRSOC 103 Parte I, Reglamento Argentino para Construcciones Sismorresistentes – Construcciones en General. (2008). INTI, Buenos Aires, Argentina.
- [16] Haroun, M. A. and Housner, G. W.. (1981). "Seismic Design of Liquid Storage Tanks". Journal of Technical Councils, ASCE, 107:191-207.
- [17] Hamdan, F. H.. (2000). "Seismic behavior of cylindrical steel liquid storage tanks". Journal of Constructional Steel Research. 53:307–333.
- [18] Arora JS. Introduction to optimum design, second ed. San Diego: Elsevier Ltd. (2004).
- [19] Belegundu A. D, Chandrupatla T. R. (2011). Optimization Concepts and Applications in Engineering, second ed. New York: Cambridge University Press.