# ESTUDIO Y ANÁLISIS DE LA VERSIÓN DINÁMICA DEL MODELO DE TAMAÑO DE LOTE ECONÓMICO

Gisela C. Vizcaino*, Isidro A. Rodriguez, Gustavo A. Osisnaldi, Guillermo D. García, Fabricio O. Sanchez-Varretti.

*Grupo de Físico – Química de Sistemas Complejos (GFQSC), Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Rafael. Gral. J. J. de Urquiza 340M5602GCH.*
*giselacarina_7@hotmail.com, irodriguez09@hotmail.com.ar, gosisnaldi@gmail.com, ggarcia@frsr.utn.edu.ar, fsanchez@frsr.utn.edu.ar.*

**RESUMEN**

En la actualidad, la comunicación y la toma de decisiones se han incrementado en intensidad y reducido en tiempo con la ayuda de las computadoras. Es importante destacar que la programación de las computadoras al igual que el diseño de un sistema productivo, se tratan del diseño de un algoritmo. Podemos plantear como hipótesis, la existencia de una metodología de abastecimiento óptima de materias primas en base a una combinación específica de pedidos para satisfacer un sistema productivo. Debido a la importancia de la producción y la planificación en las empresas con respecto a los requerimientos de materiales necesarios para que las mismas puedan producir en tiempo y forma, es que surge la necesidad de analizar mediante diversas técnicas algorítmicas la mejor manera de abastecer la demanda.
Existe para tal fin, un modelo de programación dinámica que sería deseable que utilizaran las empresas, ya que se logran menores costos de abastecimiento. A este modelo se lo denomina Algoritmo de Harvey M. Wagner y Thompson M. Whitin (W&W). Formulamos como objetivo desglosar el algoritmo de W&W en sus partes más importantes para facilitar su aplicación práctica y manual en pequeñas y medianas empresas; también expresar el procedimiento de resolución del mismo para brindar una mejor comprensión y por último; comparar con otras técnicas y comprobar que el algoritmo de W&W arroja mejores resultados en cuanto al costo de pedir.

**Palabras Claves:** Algoritmo, planificación, requerimientos de materiales.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los tiempos que corren, la comunicación ha crecido con la ayuda del uso de las computadoras y, principalmente, de la gran interrelación que hay, gracias a las innovaciones tecnológicas, entre el hombre y las máquinas de computación. Éstas son herramientas de gran apoyo para facilitar el arduo trabajo de quienes hacemos uso de ellas, ya sea para presentar un trabajo con mayor prolijidad o para agilizar los tiempos de preparación de las tareas [1, 2].

En el presente trabajo se aborda una metodología distinta y poco utilizada en la solución de problemas de abastecimiento de materias primas y/o materiales para la producción de un determinado producto. Para esto nos introducimos en el análisis de una clase de algoritmo, el Algoritmo de Wagner Whitin, que será de gran utilidad en la producción de bienes y servicios.

La programación de las computadoras y el diseño de un sistema productivo se tratan del diseño de un algoritmo.

Se ha planteado como hipótesis la existencia de una metodología de abastecimiento óptima de materias primas en base a una combinación específica de pedidos. En ella, se expone la importancia de la Producción y la Planeación en las empresas, con respecto a los requerimientos de materiales necesarios para que las mismas puedan producir en tiempo y forma de manera que abastezcan a la demanda.

Las principales técnicas que se utilizan a menudo para obtener las materias primas o insumos necesarios para la producción, con el menor costo posible, son: Lote por Lote; Lote Económico (EOQ); y Balance Parcial de Período [3]. Cada una de ellas, se destaca por una particularidad a la hora de resolver las necesidades de ordenar materiales y/o materias primas, para producir el bien que la empresa desee obtener.

Existe una cuarta técnica que se pretende investigar, analizar y resolver, para comprobar que dicho algoritmo funciona con las variables usualmente utilizadas y que arroja mejores resultados que las anteriores técnicas.

Es una técnica que posee varios años desde su creación, muy poco difundida e implementada, pero que, sin embargo, aporta mayores beneficios económicos a las empresas. Esta técnica fue nombrada como Algoritmo de Harvey M. Wagner y Thompson M. Whitin (Algoritmo de W&W) [3]. Es un modelo de programación dinámica que sería preferible que utilizaran las empresas, ya que, con su implementación, a la hora de ordenar materiales y/o materias primas para su producción se consiguen menores costos en comparación con la aplicación de cualquiera de las tres técnicas anteriores. Es decir, que el Algoritmo de W&W aporta mayores beneficios y menores costos en la producción para los tiempos que corren.

Es un interesante modelo a analizar ya que permanentemente las empresas buscan minimizar costos. Por tal motivo, se presenta en este trabajo, en forma resumida, el algoritmo original que lograron desarrollar los autores.

Vale destacar que el Algoritmo de W&W está pensado para que se implemente como un programa de control de inventarios aplicado con software en las empresas debido a su complejidad a la hora de resolverlo, pero también al mismo tiempo puede implementarse de manera manual. Esto requiere disponibilidad de tiempo, concentración y precisión a la hora de resolverlo.

En base a todo lo expresado, es que nos proponemos como objetivo general desglosar el Algoritmo de W&W en sus partes más importantes para facilitar su aplicación práctica, y como objetivos particulares; expresar el procedimiento de resolución del mismo, comparar éste con las tres técnicas antes mencionadas y resolver un ejemplo práctico para facilitar su comprensión e implementación en una pyme.

El trabajo se divide en las siguientes secciones: *Metodología*, donde se presentan los conceptos de algoritmo, planificación de materiales, y el algoritmo de W&W. *Resultados*, donde se realizará la comparación entre el algoritmo de W&W con las otras técnicas, y para finalizar *Conclusiones* donde se ofrece un resumen de lo que se ha logrado obtener con esta investigación.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Algoritmo.

Al igual que los idiomas sirven de vehículo de comunicación entre los seres humanos, existen lenguajes que realizan la comunicación entre los seres humanos y las computadoras. Estos lenguajes permiten expresar los programas o el conjunto de instrucciones que el operador humano desea que la computadora ejecute. La evolución de los lenguajes y lo que hoy conocemos como Algoritmos Computacionales, desde su aparición hasta nuestros días son, y seguirán siendo; vitales para el desarrollo de aplicaciones para computadoras. Es interesante saber, de hecho, que

el manejo y dominio de la lógica de programación para resolver problemas, sirve para poder aplicarlo tanto en el uso cotidiano y doméstico, como en las empresas debido a la gran utilidad que se le da hoy en día.
Un algoritmo es un conjunto de operaciones y procedimientos que deben seguirse para resolver un problema. La palabra algoritmo, se deriva del nombre latinizado del gran matemático Árabe Mohammed Al-Khowarizmi, que vivió durante el siglo IX, el cual escribió sobre los años 800 y 825 su obra Quitad Al Mugabala, donde se acopiaba el sistema de numeración hindú y el concepto del cero. También Al-Khowarizmi alcanzo gran reputación por el enunciado de las reglas para sumar, restar, multiplicar y dividir números decimales. La traducción al latín del apellido de la palabra algorismus, derivo posteriormente en algoritmo. Euclides, el gran matemático griego (del siglo IV antes de Cristo) que invento un método para encontrar el máximo común divisor de dos números, se considera con Al-Khowarizmi, el otro gran padre de la algoritmia (ciencia que trata de los algoritmos).
El lenguaje algorítmico, es aquel por medio del cual se realiza un análisis previo del problema a resolver y encontrar un método que permita resolverlo. Al conjunto de todas las operaciones a realizar y el orden en que deben efectuarse, se le denomina algoritmo. Es un método para resolver un problema mediante una serie de datos precisos, definidos y finitos ya que:

**a)** Un algoritmo debe ser preciso e indicar el orden de realización de cada paso.
**b)** Un algoritmo debe estar definido. Si se sigue un algoritmo dos veces, se debe obtener el mismo resultado cada vez.
**c)** Un algoritmo debe ser finito. Si se sigue un algoritmo se debe terminar en algún momento; o sea, debe tener un numero finito de pasos.

El programador de computadoras, al igual que el administrador de empresas, es una persona que resuelve problemas, por lo que para llegar a ser un programador eficaz, necesita aprender a resolver problemas de un modo riguroso y sistemático. A continuación veremos las técnicas usualmente utilizadas en la planificación de requerimientos de materiales.

### 2.2. Planeación de Requerimientos de Materiales.

La Planeación de Requerimientos de Materiales (MRP por sus siglas en inglés) [3], es una técnica de demanda dependiente que usa listas de materiales, inventario, facturación esperada y programas maestros de producción, con la finalidad de determinar los requerimientos de materiales [1]. Para hacer efectiva esta planeación, el administrador de operaciones o el encargado del sector de producción deberá:

**a)** Armar un programa maestro de producción (qué y cuándo debe producirse).
**b)** Detallar un listado de especificaciones y materiales necesarios para la elaboración de un producto.
**c)** Verificar cual es el inventario disponible.
**d)** Ver que órdenes de compra están pendiente.
**e)** Controlar los tiempos de producción y entrega.

Además, cabe destacar que el plan de requerimiento de materiales es global, ya que es un programa que muestra la demanda total de un producto “x” (antes de restar el inventarios actual y las entregas programadas) así como y cuando debe colocarse una orden a proveedores, o cuando debe iniciar la producción para satisfacer la demanda en una fecha dada. Para cumplir con lo anterior, y una vez restado del inventario actual, nos encontramos con lo que realmente hay en stock o lo que se llama requerimientos netos.

#### 2.2.1. Técnicas para determinar el tamaño del lote

En función de los requerimientos netos se toma la decisión de cuánto ordenar, es decir, la decisión del tamaño del lote. Existen varias técnicas para determinar el tamaño de los lotes en un sistema MRP, las más usadas son las siguientes:
**Lote por Lote:** técnica para determinar el tamaño del lote que genera exactamente lo que se requiere para cumplir el plan, es decir, el sistema MRP produce unidades solamente cuando se necesitan, sin inventario de seguridad y sin previsión para otros pedidos.
**Lote Económico (EOQ):** es una técnica para determinar el tamaño del lote, preferiblemente usado cuando la demanda es independiente y relativamente constante. Es una técnica estadística que usa promedios (por ejemplo demanda promedio) mientras que el sistema MRP, supone una demanda conocida (dependiente), que se refleja en el programa maestro de producción. El EOQ es la técnica más conocida para el control de almacenes.

**Balance Parcial del Periodo (PPB):** técnica para ordenar inventario que equilibra los costos de mantener y preparar mediante el cambio del tamaño del lote, para que refleje los requerimientos del siguiente tamaño de lote en el futuro para demandas conocidas. El balance parcial desarrolla una parte económica del periodo (EPP), es decir el lapso en el que el costo de preparar y mantener son iguales [3].

Estas tres técnicas utilizan los mismos términos para resolver un problema:

| | |
|---|---|
| *Costo de mantener inventario:* | costos de guardar o llevar artículos en inventario. |
| *Costo de ordenar:* | costo del proceso de colocar una orden. |
| *Costo de preparar:* | costo de preparar una máquina o un proceso para la producción. |
| *Tiempo de preparación:* | tiempo necesario para preparar una máquina o un proceso para la producción. |

El Algoritmo de Harvey M. Wagner y Thomson M. Whitin [4] propiamente dicho, es un modelo de programación dinámica que agrega cierta complejidad al cálculo del tamaño del lote, ya que supone un horizonte de tiempo finito más allá del cual no hay requerimientos netos adicionales. Este algoritmo proporciona mejores resultados que las tres técnicas explicadas anteriormente. En la sección 3 se compararán los resultados a través de un ejemplo práctico.

### 2.3. Algoritmo de Wagner Whitin.

Es un algoritmo avanzado de solución, en una versión dinámica del modelo de lote económico, lo que permite la posibilidad de que las demandas de un solo artículo, los gastos de inventario, mantenimiento y los costos de instalación puedan variar en $N$ períodos, deseando un esquema de gestión de inventario de mínimo costo total, que satisfaga la demanda conocida en cada período. Se demuestra que son posibles horizontes de planificación disjuntos, los que eliminan la necesidad de disponer de datos para todos los $N$ períodos.
Es bien conocida la "fórmula de la raíz cuadrada" [5], para un tamaño de lote económico bajo el supuesto de una tasa de demanda de estado estable. El cálculo se basa en un equilibrio de los costos de mantenimiento del inventario, con los costos de realizar un pedido. Cuando el supuesto de una tasa de demanda de estado estacionario se ha caído, es decir, cuando las cantidades demandadas en cada período se conocen, pero son diferentes y, además, cuando los costos de inventario varían de un período a otro, la fórmula de la raíz cuadrada (aplicado a la demanda global media y costos) ya no garantiza una solución de costo mínimo.

## 3. DESARROLLO DEL ALGORITMO DE WAGNER - WHITIN

### 3.1. Versión dinámica del modelo de tamaño de lote económico.

Los autores presentan un algoritmo simple para la solución de la versión dinámica del modelo. El modelo matemático puede ser visto como un problema de un solo sentido de factibilidad temporal, en el que es posible pedir inventario en el período $t$ para la demanda en el período $t + k$, pero no viceversa. Supongamos que un fabricante produzca un elemento con $N$ valores posibles de una cierta dimensión crítica. Se prevé entonces un programa de demanda conocida para los $N$ tipos de elementos.
Al igual que en la formulación de tamaño de lote estándar, se supone que los costos de compra (o fabricación) y el precio de venta del elemento es constante en todos los períodos de tiempo, y por lo tanto sólo los costos de gestión de inventario son de interés.
En el período $t$-ésimo, $t = 1, 2,..., N$, tendremos:

$d_t$ = cantidad demandada
$i_t$ = carga de interés por unidad de inventario trasladado hasta el período $t + 1$
$s_t$ = costo de ordenar (o preparar)
$x_t$ = cantidad ordenada (o fabricada).

Se supone que en todos los períodos las demandas y los costos no son negativos. El problema es encontrar un programa $x_t \geq 0$, $t = 1, 2,..., N$, de tal manera que todas las demandas se cumplen en un costo total mínimo. Cualquier programa de este tipo, no necesariamente único, se denomina óptimo.

Por supuesto, un método para resolver el problema de optimización es enumerar $2^{(N-1)}$ combinaciones de ordenar o no ordenar en cada período (en este caso se asume que una orden es colocada en el primer período).
Se deja que *I* represente el inventario entrante en un período y $I_0$ el inventario inicial, para el período *t*:

$$I = I_0 + \sum_{j=1}^{t-1} x_j - \sum_{j=1}^{t-1} d_j \geq 0 \qquad (1)$$

Se puede escribir la ecuación funcional [6, 7] que representa la política de costo mínimo para los períodos *t* hasta *N*, teniendo en cuenta el inventario de entrada *I*, como:

$$f_t(I) = \min_{\substack{x_t \geq 0 \\ I + x_t \geq d_t}} \left[ i_{t-1} I + \delta(x_t) s_t + f_{t+1}(I + x_t - d_t) \right] \qquad (2)$$

En el período *N* tenemos:

$$f_N(I) = \min_{\substack{x_N \geq 0 \\ I + x_N = d_N}} \left[ i_{N-1} I + \delta(x_N) s_N \right] \qquad (3)$$

En consecuencia se calcula $f_t$, a partir de $t = N$, en función de *I*, en última instancia se deriva $f_1$, obteniendo así una solución óptima ya que *I* para el período 1 se ha especificado.
El teorema 2 a continuación, establece que es admisible limitar la consideración de sólo $N + 2 - t$, $t > 1$, valores de *I* para el período *t*. (Por ejemplo si $N = 2$, $t = N = 2$ la ecuación (1) nos da *I* soluciones, *I* e $I_0$ en este caso.)
Mostraremos en forma resumida los teoremas del trabajo original sin entrar en detalles matemáticos.
*Teorema 1*: Existe un programa óptimo de tal manera que $Ix_t = 0$ para todo *t* (donde *I* es el inventario entrante en el período *t*).
*Teorema 2*: Existe un programa óptimo de tal manera que para todo *t*:

$$x_t = 0 \text{ ó } \sum_{j=t}^{k} d_j \text{ para algún } k,\ t \leq k \leq N \qquad (4)$$

*Teorema 3*: Existe un programa óptimo.
*Teorema 4*: Teniendo en cuenta que $I = 0$ para el período *t*, lo óptimo es tener en cuenta los períodos 1 hasta $t - 1$ por sí mismos.
Ahora podemos ofrecer una formulación alternativa a la ecuación (2). Sea *F(t)* el programa de un costo mínimo para los períodos de 1 a *t*. Entonces:

$$F(t) = \min \left[ \begin{array}{c} \min\limits_{1 \leq j < t} \left[ s_j + \sum\limits_{h=j}^{t-1} \sum\limits_{k=h+1}^{t} i_h d_k + F(j-1) \right] \\ s_t + F(t-1) \end{array} \right] \qquad (5)$$

*Horizonte de planificación TEOREMA*: si en cierto periodo el mínimo de la ecuación (5) ocurre antes de ese periodo en cuestión, luego en periodos posteriores es suficiente considerar solamente los periodos posteriores al que ha ocurrido el mínimo.
Al tomar conocimiento de las propiedades especiales del modelo, se puede formular una ecuación alternativa funcional que tiene la ventaja de que los datos potencialmente requieren menos períodos *N* para obtener un programa óptimo, es decir, puede ser posible sin ninguna pérdida de optimización reducir el compromiso con el programa a un "horizonte de planificación" más corto que los períodos *N* sobre la única base de datos de este horizonte. Así en el modelo de Algoritmo de Wagner-Whitin, una solución óptima existe entre una clase muy simple de políticas.
En general, puede ser necesario para poner a prueba las *N* políticas en el período *N*-ésimo, lo que implica una tabla de $N(N+1)/2$ entradas (frente a $2^{(N-1)}$ para todas las posibilidades). Así, el algoritmo de avance de la ecuación (5) es por lo menos tan eficiente como la ecuación (2). Como

se puede ver, el número de entradas por lo general es mucho menor que este número si hacemos un uso completo del teorema del horizonte de planificación.

### 3.2. Procedimiento para la resolución del modelo de Algoritmo de W&W [8].

**a)** Definir:

Costo unitario (h),
Costo de ordenar (C),
Costo de mantener (propiedad) como fracción del costo unitario (p),
Periodos de utilización,
Necesidades en cada periodo.

**b)** Cálculo de $Z_{ce}$= C + h P $\sum_{i = c,..., e}$ ($Q_{ce}$-$Q_{ci}$).
Es decir, la sumatorio debe realizarse a partir de la diferencia entre el periodo que estamos analizando menos el primero para el primer término, el periodo que estamos analizando menos el segundo y así sucesivamente hasta llegar a la diferencia con él mismo.
Posteriormente se hace esta diferencia comenzando desde el segundo periodo y repitiendo el procedimiento anterior. Así continuamos hasta el último periodo.
**c)** Matriz de costos variables totales $Z_{ce}$.
**d)** Cálculo del costo mínimo $f_e$.
$f_e$ = min ($Z_{ce}$ + $f_{c-1}$).

Se define $f_0$ = 0,
$f_1$ está formado por: $Z_{11}$+$f_0$
$f_2$ está formado por el valor mínimo entre la suma de $Z_{21}$+$f_0$ y la suma de $Z_{22}$+$f_1$.
$f_3$ está formado por el valor mínimo entre, la suma de $Z_{31}$+$f_0$, la suma de $Z_{32}$+$f_1$ y la suma de $Z_{33}$+$f_2$.
Y así sucesivamente. Este procedimiento arroja el valor mínimo entre varios valores. Se debe especificar que combinación de $Z_{ce}$ + $f_{c-1}$ corresponde al valor mínimo.
**e)** Se construye a continuación la tabla de alternativas a los costos variables y el total en la cual se vuelcan todas estas posibilidades analizadas anteriormente.
**f)** Se realiza la programación óptima de pedidos y costos variables acumulados.

## 4. RESULTADOS

Supongamos que una empresa quiere calcular sus costos de ordenar y mantener inventario con los 4 criterios expuestos hasta ahora. Ésta determinó que el costo de preparación es $100 y el costo de mantener inventario $1 por período. El programa de producción es el siguiente (Tabla 1):

Tabla 1 *Programa de producción.*

| Período | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Búsqueda | 0 | 30 | 40 | 0 | 10 | 40 | 30 | 0 | 30 | 55 | Suma = 235 |

Los resultados obtenidos de la utilización de cada una de las primeras tres técnicas son los que se detallan a continuación:

Lote por Lote: $700
Lote económico: $715
Balance Parcial del Periodo: $490

### 4.1. Comparación con los resultados del Algoritmo de W&W.

Debemos evaluar cada opción con la ecuación:

$$Z_{ce} = C + h P \sum_{i = c,..., e} (Q_{ce} - Q_{ci})$$

Las combinaciones posibles serán (Tabla 2):

Tabla 2 *Resumen de las combinaciones posibles según el algoritmo W&W.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| $Z_{11}$ | 100 | $Z_{22}$ | 100 |
| $Z_{12}$ | 130 | $Z_{23}$ | 140 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $Z_{13}$ | 210 | $Z_{24}$ | 140 |
| $Z_{14}$ | 210 | $Z_{25}$ | 170 |
| $Z_{15}$ | 250 | $Z_{26}$ | 330 |
| $Z_{16}$ | 450 | $Z_{27}$ | 480 |
| $Z_{17}$ | 630 | $Z_{28}$ | 480 |
| $Z_{18}$ | 630 | $Z_{29}$ | 690 |
| $Z_{19}$ | 870 | $Z_{210}$ | 1130 |
| $Z_{110}$ | 1365 | | |
| $Z_{33}$ | 100 | $Z_{44}$ | 100 |
| $Z_{34}$ | 100 | $Z_{45}$ | 110 |
| $Z_{35}$ | 120 | $Z_{46}$ | 190 |
| $Z_{36}$ | 240 | $Z_{47}$ | 280 |
| $Z_{37}$ | 360 | $Z_{48}$ | 280 |
| $Z_{38}$ | 360 | $Z_{49}$ | 430 |
| $Z_{39}$ | 540 | $Z_{410}$ | 540 |
| $Z_{310}$ | 925 | | |
| $Z_{55}$ | 100 | $Z_{66}$ | 100 |
| $Z_{56}$ | 140 | $Z_{67}$ | 130 |
| $Z_{57}$ | 200 | $Z_{68}$ | 130 |
| $Z_{58}$ | 200 | $Z_{69}$ | 220 |
| $Z_{59}$ | 320 | $Z_{610}$ | 440 |
| $Z_{510}$ | 595 | | |
| $Z_{77}$ | 100 | $Z_{88}$ | 100 |
| $Z_{78}$ | 100 | $Z_{89}$ | 130 |
| $Z_{79}$ | 160 | $Z_{810}$ | 240 |
| $Z_{710}$ | 325 | | |
| $Z_{99}$ | 100 | $Z_{1010}$ | 100 |
| $Z_{910}$ | 155 | | |

De aquí se desprende la matriz de costos totales (Tabla 3):

Tabla 3  *Matriz de costos totales según el algoritmo W&W.*

| CE | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 130 | 210 | 210 | 250 | 450 | 630 | 630 | 870 | 1365 |
| 2 | | 200 | 240 | 240 | 270 | 430 | 580 | 580 | 790 | 1230 |
| 3 | | | 230 | 230 | 250 | 370 | 490 | 490 | 670 | 1055 |
| 4 | | | | 310 | 320 | 400 | 490 | 490 | 640 | 750 |
| 5 | | | | | 310 | 350 | 410 | 410 | 530 | 805 |
| 6 | | | | | | 350 | 380 | 380 | 470 | 690 |
| 7 | | | | | | | 450 | 450 | 510 | 675 |
| 8 | | | | | | | | 480 | 510 | 620 |
| 9 | | | | | | | | | 480 | 535 |
| 10 | | | | | | | | | | 570 |
| Mínimos | 100 | 130 | 210 | 210 | 250 | 350 | 380 | 380 | 470 | 535 |

La función objetivo es (Tabla 4):

Tabla 4 *Resumen de los valores obtenidos por las función objetivo.*

| | |
|---|---|
| $f_0$ = | *0* |
| $f_1$ = | *100* |
| $f_2$ = | *130* |
| $f_3$ = | *210* |
| $f_4$ = | *210* |
| $f_5$ = | *250* |
| $f_6$ = | *350* |
| $f_7$ = | *380* |
| $f_8$ = | *380* |
| $f_9$ = | *470* |
| $f_{10}$ = | *535* |

La programación óptima de los pedidos y los costos variables acumulados son las siguientes (Tabla 5):

Tabla 5 *Programación y costos acumulados según el algoritmo W&W.*

| Período | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Totales |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Necesidades | 0 | 30 | 40 | 0 | 10 | 40 | 30 | 0 | 30 | 55 | 235 |
| Cantidad pedida | | 80 | | | | 70 | | | 85 | | 235 |
| Costos variables acumulados | | 100 | 150 | 160 | 170 | 270 | 300 | 300 | 400 | 455 | 455 |

**5. CONCLUSIONES**

Hemos visto a lo largo de este trabajo las generalidades de los algoritmos hasta llegar a un algoritmo puntual: el Algoritmo de Wagner & Whitin. Estas técnicas, están orientadas para utilizarse en cada uno de los niveles de complejidad y variedad o alternativas para las cuales se aplican los algoritmos.

Se ha planteado posteriormente el Plan de Requerimientos de Materiales (MRP), ya que son datos esenciales a saber para solucionar los problemas de stock o de inventario que tengan las empresas y también las tres técnicas más usadas para realizar pedidos de materiales o materias primas para producir. El Algoritmo de W&W toma algunas particularidades de las técnicas anteriormente mencionadas, las une junto con otras que agregan los autores de este modelo para lograr una mayor cantidad de combinaciones en la forma de realizar el pedido. De esta manera se puede elegir aquella que sea más rentable para la empresa mientras ésta produce, y al mismo tiempo pide la mayor cantidad de materias primas o materiales al menor costo posible.

No hay ninguna duda que los autores publicaron este artículo teniendo la certeza de que sus investigaciones darían mejor resultado en función de la tecnología de la época. En este trabajo, se pudo reflejar con el estudio y los cálculos matemáticos realizados entre las comparaciones de las cuatro técnicas; que el Algoritmo de W&W arroja mejores resultados dentro de los casos analizados y calculados. Por tal motivo, se admite que en la mayoría de los casos aporta mejores resultados, pero se deja a voluntad de quien quiera seguir investigando si existen casos en los cuales esta técnica no sea la más adecuada y no genere el mejor resultado, debido a casos especiales que pueden surgir.

Por tal motivo es que concluimos en que logramos cumplir los objetivos propuestos: desglosar el Algoritmo de W&W en sus partes más importantes para facilitar su aplicación práctica, y expresar el procedimiento de resolución de manera que se observe la capacidad de amplitud que tiene la técnica de W&W para arrojar menores costos a las Empresas.

Como observación, no le damos la importancia que le deberíamos que dar al uso de la tecnología hoy en día. Puntualmente, en este caso, si siguiéramos analizando hasta agotar todas las combinaciones posibles, veríamos con más detalle todo lo que hace un algoritmo ejecutado en una PC por nosotros y como agiliza el trabajo del ser humano, ya que manualmente tardamos mucho más tiempo y necesitamos de precisión y concentración. Esto nos refleja que la tecnología es objetiva y dinámica, siempre y cuando sepamos usarla.

## 6. REFERENCIAS


[1] Gálvez, Javier; Gonzáles, Juan. (1993). *Algorítmica, Análisis y Diseño de Algoritmos*. II Edición. Editora RA-MA - Addison-Wesley Iberiamericana. USA.

[2] Correa Uribe, Guillermo, (1992). *Desarrollo de Algoritmos y sus aplicaciones*. USA. III Edición. Editora MacGraw - Hill Inc. Colombia. pp. 251.

[3] Heizer, Jay; Render, Barry. (2009). *Principios de Administración de las Operaciones*. Mexico. Séptima Edición. Pearson Educación.

[4] Wagner, Harvey; Whitin, Thomson. (1958). “Dynamic Version of the Economic Lot Size Model”. *Management Science. Vol. 5, 89–96*. USA.

[5] Whitin, Thomson. (1957). *The Theory of Inventory Management*. Princeton, NJ. 2nd ed. Princeton University Press.

[6] Bellman, Richard. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

[7] Karlin, Samuel. (1955). “The structure of dynamic programming models”. Naval Res. Logist. Quart. 2(4) 285–294.

[8] Procedimiento y explicación de un ejemplo práctico del Algoritmo de Wagner- Whitin: http://lg2006.blogspot.com/2006/05/algoritmo-de-wagner-whitin.html



**Agradecimientos**

Los autores de este trabajo desean agradecer a la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) - Facultad Regional San Rafael (FRSR). A la Licenciatura en Administración de Empresas de la UTN – FRSR. También al Grupo de Físico Química de Sistemas Complejos (GFQSC) de la UTN – FRSR y a los organizadores del COINI.