



*Editorial de la
Universidad Tecnológica Nacional*



Diseño de tapa: Carlos Busqued

FISÍCA MODERNA Y APLICACIONES

Luis Alberto Clementi

ISBN 978-987-1896-13-4

CDD 530.711

© edUTecNe, 2013

1a ed. - Buenos Aires

198 páginas ; 297x210 cm.

Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional – edUTecNe

<http://www.edutecne.utn.edu.ar>

edutecne@utn.edu.ar

© [Copyright] La Editorial de la U.T.N. recuerda que las obras publicadas en su sitio web son *de libre acceso para fines académicos y como un medio de difundir el conocimiento generado por autores universitarios*, pero que los mismos y edUTecNe se reservan el derecho de autoría a todos los fines que correspondan.

Universidad Tecnológica Nacional – República Argentina

Rector: Ing. Héctor C. Brotto

Vicerrector: Ing. Carlos E. Fantini

edUTecNe – Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional

Coordinador General: Ing. Ulises J.P. Cejas

Director de Ediciones: Ing. Eduardo Cosso

Coordinación del Comité Editorial: Dr. Jaime A. Moragues

Área Pre-Prensa y Producción: Tco. Bernardo H. Banega, Ing. Carlos Busqued,
Nicolás Mauro

Área Promoción y Comercialización: Fernando H. Cejas



Prohibida la reproducción total o parcial de este material sin el permiso expreso de
edUTecNe



FISÍCA MODERNA Y APLICACIONES

Luis Alberto Clementi

edUTecNe
Buenos Aires, 2013

Física Moderna y Aplicaciones

Luis Alberto Clementi

Diseño de tapa: Carlos Busqued

Clementi, Luis Alberto

Física moderna y aplicaciones. - 1a ed. - Buenos Aires : Edutecne, 2013.
198 p. ; 297x210 cm.

ISBN 978-987-1896-13-4

1. Física. 2. Enseñanza Universitaria. I. Título
CDD 530.711

Impreso en Argentina – Printed in Argentina

ISBN 978-987-1896-13-4

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723

© edUTecNe, 2013

Sarmiento 440, Piso 6

(C 1041AAJ) Buenos Aires, República Argentina

A mi esposa Victoria, y a mis padres Alicia y Luis

CONTENIDO

PREFACIO

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA CUÁNTICA

CAPÍTULO 2. NÚCLEO ATÓMICO Y DESINTEGRACIÓN RADIOACTIVA

CAPÍTULO 3. INTERACCIÓN DE LA RADIACIÓN CON LA MATERIA

CAPÍTULO 4. APLICACIONES DE LA FÍSICA NUCLEAR

APÉNDICE A. OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE CORRIMIENTO DE COMPTON

APÉNDICE B. LINEAMIENTOS PARA LA RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE SCHRODINGER EN COORDENADAS ESFÉRICAS

ÍNDICE

BIBLIOGRAFÍA

PREFACIO

En este libro se presentan y describen algunas de las principales temáticas incluidas en el campo de la física moderna. Se encuentra dedicado a estudiantes de ingeniería con conocimientos previos de cinemática, electricidad y magnetismo. El objetivo principal de esta obra es el de servir de guía de estudios en el abordaje de las temáticas incluidas en los cursos de física moderna de carreras de ingeniería.

En el Capítulo 1 se cubren algunos conceptos de la física cuántica y la física atómica. Se presentan en primer lugar los principales fenómenos físicos que derivaron en la teoría cuántica. Se analiza en particular el fenómeno de emisión de radiación por un cuerpo negro y algunas de las diferentes teorías propuestas para intentar explicarlo. Se describen los experimentos en gases enrarecidos, los que permitieron caracterizar al electrón y a partir de los cuales se determinó la cuantización de la carga eléctrica. Posteriormente, se presentan el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, fenómenos cuyas teorías derivaron en los conceptos de cuantización de la luz. Finalmente, se describe el fenómeno de emisión de espectro discreto en gases y los modelos atómicos propuestos para intentar explicarlos en forma teórica. Se culmina el capítulo con un ejemplo de aplicación práctica: el láser.

El contenido del Capítulo 2 se enmarca en el campo de la física nuclear. En la primera mitad del capítulo se aborda en detalle al núcleo atómico. Se describen las fuerzas nucleares, la energía de amarre por nucleón y se brindan las directivas principales para determinar la estabilidad de los núcleos atómicos. Adicionalmente, se describen brevemente algunos modelos nucleares propuestos para explicar en forma teórica las energías de amarre nuclear. Posteriormente, se presentan los diversos mecanismos de decaimiento de los núcleos inestables: decaimientos alfa, beta, gamma, captura electrónica, transición isomérica y conversión interna. La segunda mitad del capítulo se dedica a la descripción de las leyes matemáticas que rigen el decaimiento o la desintegración de los núcleos radioactivos. Se presenta también una aplicación práctica de gran interés: el fechado por Carbono-14.

En la primera mitad del Capítulo 3 se describen en detalle los mecanismos de interacción de los diferentes tipos de radiaciones ionizantes con la materia. Se analiza principalmente el alcance o penetración en el medio de los diferentes tipos de radiaciones (alfa, beta, gamma y neutrones). Se definen también, los coeficientes de atenuación para partículas beta y fotones gamma o X, y la sección eficaz que caracteriza a la interacción de los neutrones con la materia. En la segunda mitad del capítulo se aborda la metrología de las radiaciones. Se describen los detectores de radiación gaseosos, semiconductores y centelleadores. Finalmente, se estudia en detalle la espectrometría de radiación gamma mediante detector de centelleo.

El Capítulo 4 cubre enteramente algunas de las diversas aplicaciones de la física nuclear. En particular se aborda en detalle la generación nucleoelectrónica de energía, principalmente a partir de la fisión

controlada del Uranio. Se describen los diferentes elementos constitutivos de una central nuclear y se analizan las configuraciones de los principales tipos de reactores nucleares. Además, se presenta una descripción breve de las diversas plantas nucleares para generación nucleoeléctrica de la República Argentina. Posteriormente se presentan algunas de las aplicaciones de la física nuclear en el campo de la medicina. Se describen los principios físicos de funcionamiento de los equipos de radiografía, tomografía computada, tomografía por emisión de positrones y por emisión de fotón único. Finalmente, se presentan los fundamentos físicos de la resonancia magnética nuclear y se describe el mecanismo de generación de imágenes en los equipos resonadores magnéticos.

Finalmente, el apéndice A presenta el desarrollo matemático completo a partir del cual se obtiene la ecuación de corrimiento de Compton y el apéndice B describe los lineamientos generales para la resolución de la ecuación de Schrödinger en coordenadas esféricas aplicada a átomos de un solo electrón.

Deseo expresar mi más profundo agradecimiento a los revisores de este libro, la Magister María Virginia Walz, el Dr. Jorge Ruben Vega, el Téc. Ruben Ignacio Plotnic y el Sr. Julian Aldecoba, quienes desinteresadamente invirtieron su tiempo en la lectura de esta obra y compartieron sus comentarios, críticas y sugerencias. Además, deseo agradecer al Prof. Rafael Pérez del Viso, cuyos escritos fueron de gran ayuda para el desarrollo de algunos de los párrafos de este libro.

CAPÍTULO 1**INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA CUÁNTICA****1.1. INTRODUCCIÓN**

En el siglo XIX la gran mayoría de la comunidad científica pensaba que las leyes físicas que gobernaban los principales fenómenos de interés ya estaban completamente desarrolladas. Por ejemplo, las leyes de movimiento y de gravitación de Newton, la teoría de Maxwell de unificación de la electricidad y el magnetismo, las leyes termodinámicas, los conocimientos de óptica y de cinética, eran suficientes en ese entonces para explicar la mayoría de los fenómenos físicos de interés.

Sin embargo, hacia finales del siglo XIX y principios del XX, una gran variedad de nuevos fenómenos físicos fueron observados durante la realización de experimentos, los cuales no pudieron explicarse a partir de conceptos newtonianos, maxwellianos o de la época. Es así que fueron apareciendo nuevas significaciones y conceptos, los cuales inspiraron nuevas teorías principalmente en los campos de la física atómica y nuclear. En particular, en 1900, Max Planck en un intento por explicar el fenómeno de la radiación térmica de un cuerpo negro establece una de las ideas básicas que llevaron al desarrollo de la teoría cuántica. Los posteriores aportes de Einstein, Compton, Bohr, Schrödinger, y otros, jugaron un papel crucial en el desarrollo de la teoría cuántica y de los modelos atómicos.

En este Capítulo, se presentan y describen algunos de los principales fenómenos físicos que derivaron en el desarrollo de la teoría cuántica y los modelos atómicos. En primer lugar se analizan los fenómenos de radiación térmica de un cuerpo negro, la conducción en gases enrarecidos, el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton. Posteriormente, se estudia el fenómeno de emisión en gases y los correspondientes modelos atómicos propuestos para explicar este fenómeno. Finalmente, se cierra el Capítulo con una aplicación práctica: el láser.

1.2. RADIACIÓN TÉRMICA

Es bien conocido el fenómeno por el cual todos los cuerpos a temperaturas por encima del cero absoluto ($T = 0 \text{ [K]} = -273.15 \text{ [}^\circ\text{C]}$) emiten radiación electromagnética. Las características de dicha radiación se encuentran en íntima relación con la temperatura del cuerpo, y las propiedades y características de su superficie. Si la temperatura del cuerpo es lo suficientemente alta éste se vuelve incandescente, es decir, la radiación emitida se produce principalmente en el espectro visible (longitud de onda, λ , comprendida entre 400 [nm] y 700 [nm]) como el conocido caso del filamento incandescente de Tungsteno en un foco encendido. A temperaturas bajas, los cuerpos continúan irradiando pero a una potencia menor y en longitudes de onda pertenecientes al espectro

infrarrojo ($\lambda > 700$ [nm]) y por lo tanto, dicha radiación no es detectada por el ojo humano.

La potencia irradiada por un objeto y su composición espectral (rango de longitudes de onda emitidas) dependerá principalmente de las propiedades y el estado de la superficie del objeto, y fundamentalmente de la temperatura del mismo. El estudio del proceso de emisión térmica de un objeto puede ser muy complicado, debido a que a la energía térmica emitida se suma la radiación emitida por los objetos circundantes y la reflejada por el objeto en estudio. Por esta razón, para simplificar el estudio de las leyes de radiación térmica, puede considerarse un cuerpo ideal, el cual absorbe toda la radiación incidente sin reflejar nada. Este cuerpo ideal se denomina *cuerpo negro* por el aspecto negro opaco que presenta al ser iluminado con luz visible. De esta manera, al considerar la radiación que sale desde la superficie de un cuerpo negro no existe el problema de distinguir entre la radiación emitida o reflejada.

Una buena aproximación a un cuerpo negro puede obtenerse en forma práctica cubriendo la superficie de un objeto con *negro de humo* (carbón pulverizado). Alternativamente, otra manera de realizar en forma práctica un cuerpo negro es mediante el llamado *radiador de cavidad*. La **Figura 1.1** muestra un esquema de un radiador de cavidad, el cual consta de una cavidad emplazada en el interior de un bloque de cualquier material que se mantiene a temperatura uniforme T . Un orificio o ventana de pequeño tamaño comparada con las dimensiones de la cavidad permite intercambiar energía con el exterior en la forma de ondas electromagnéticas. Toda la radiación electromagnética proveniente desde el exterior que ingrese a la cavidad a través del orificio sufrirá múltiples reflexiones dentro de la cavidad hasta ser totalmente absorbida, dado que la probabilidad que la radiación incidente pueda retornar al exterior resulta extremadamente baja debido al pequeño tamaño del orificio. El orificio se comporta entonces como un absorbente ideal y a su vez, como un emisor perfecto, pues mirando la cavidad desde afuera, el orificio se verá como un punto brillante. Bajo las condiciones detalladas anteriormente, la radiación emitida desde el interior de la cavidad a través del orificio tendrá la potencia y la composición espectral del cuerpo negro ideal. Por lo tanto el orificio se comportara como un cuerpo negro independientemente de la forma de la cavidad.

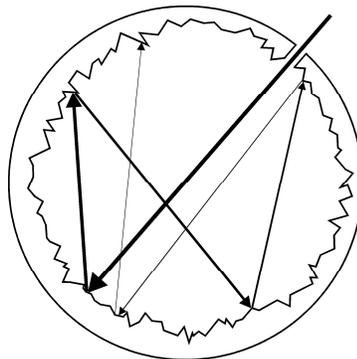


Figura 1.1: radiador de cavidad

Para estudiar el fenómeno de radiación térmica, deben definirse algunas de las magnitudes utilizadas en la descripción de este fenómeno. A tal fin, se define la radiancia espectral, $R(\lambda)$, de la superficie de un objeto a la energía emitida por unidad de tiempo y de área en todo el semiespacio delante del plano emisor y por unidad de ancho espectral. De esta forma, la potencia, P , emitida por unidad de área dentro del intervalo de longitudes de onda comprendido entre λ_0 y $\lambda_0 + d\lambda$ viene dada por:

$$P = R(\lambda_0) d\lambda \quad (1.1)$$

Las unidades de la radiancia espectral, en el sistema internacional, son $[J / s \text{ m}^2 \text{ m}] = [W / \text{m}^3]$. La radiancia espectral de un cuerpo (y por lo tanto la potencia irradiada por éste) depende directamente de la composición del cuerpo, de λ y de T . Por otro lado, para un cuerpo negro o un radiador de cavidad la radiancia espectral es solo función de λ y T . Para diferenciar ambos casos se designará a partir de ahora a la radiancia como R_λ y a la radiancia del cuerpo negro como $R_{\lambda,T}$.

Existe una relación de importancia entre R_λ y $R_{\lambda,T}$, la cual se deriva de consideraciones netamente termodinámicas. Para determinar tal relación considérese el esquema de la **Figura 1.2**. Se observa un cuerpo negro (A) y un cuerpo no-negro (B) situados en el vacío, en el interior de una cavidad de paredes perfectamente reflectoras para las ondas electromagnéticas. Ambos cuerpos se encuentran a la misma temperatura T (mayor al cero absoluto) sin contacto entre ellos. Bajo esta última hipótesis, el interior de la cavidad se halla atravesado continuamente, en todas direcciones, por las radiaciones electromagnéticas de origen puramente térmico producidas por los cuerpos A y B. Debido a que ambos cuerpos se hallan a la misma temperatura, la cavidad se encuentra en *equilibrio termodinámico* y debe cumplirse que:

- a) La densidad de energía electromagnética (energía electromagnética por unidad de volumen) en el espacio atravesado por las ondas es la misma en todos los puntos dentro de la cavidad.
- b) La composición espectral de la radiación electromagnética es la misma en todos los puntos dentro de la cavidad.
- c) El campo de radiación es isotrópico, es decir, la intensidad de las ondas para cada frecuencia es la misma en cualquier dirección.

Teniendo en cuenta a), b), y c), si se considera una superficie de prueba hipotética, de área ds , ubicada en cualquier lugar dentro de la cavidad, la energía que atraviesa dicha superficie por unidad de tiempo en un sentido debe ser igual a la energía que atraviesa la superficie en el sentido contrario. Más aun, si se mueve la superficie a otro punto de la

cavidad, la energía que atraviesa la superficie será la misma. Si la superficie de prueba se ubica sobre la superficie del cuerpo no-negro B la energía total por unidad de ancho espectral y por unidad de tiempo, $E_{T,B}$, que atraviesa la superficie en el sentido saliente del cuerpo B será igual a:

$$E_{T,B} = ds R_{\lambda} + E_r \quad (1.2a)$$

donde E_r es la energía reflejada por el cuerpo B. Si se repite el análisis ubicando la superficie de prueba sobre la superficie del cuerpo negro A, se obtiene:

$$E_{T,A} = ds R_{\lambda,T} + E_r = ds R_{\lambda,T} \quad (1.2b)$$

donde se ha considerado $E_r = 0$ para el cuerpo negro debido a que la energía reflejada es nula para el mismo. Comparando las Ecs. (1.2a) y (1.2b), y considerando que $E_{T,A} = E_{T,B}$ debido al equilibrio termodinámico, se concluye que:

$$R_{\lambda,T} > R_{\lambda} \quad (1.2c)$$

Es decir, independientemente de su forma o composición, el cuerpo no-negro emite menos energía por unidad de tiempo y por unidad de área que un cuerpo negro a la misma temperatura. En conclusión, de todos los cuerpos con igual temperatura, el cuerpo negro es el que irradia con mayor potencia.

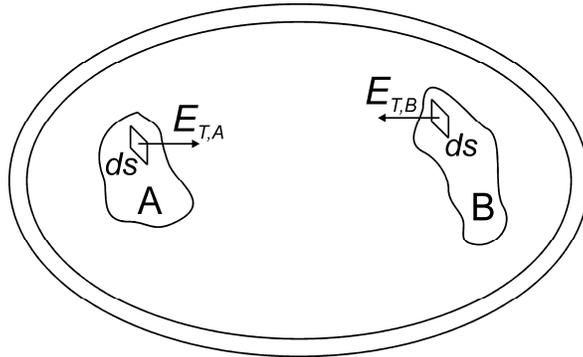


Figura 1.2: cuerpo negro y no-negro en una cavidad de paredes perfectamente reflectoras

Se define la emisividad espectral, e_{λ} , como:

$$e_{\lambda} = \frac{R_{\lambda}}{R_{\lambda,T}} \leq 1 \quad (1.3)$$

Es sencillo ver que para un objeto cualquiera, e_λ también resulta dependiente de la composición del cuerpo, de λ y de T ; y $e_\lambda = 1$ para el cuerpo negro o la cavidad radiante.

Integrando la radiancia espectral sobre la totalidad del espectro, es decir, desde $\lambda = 0$ hasta $\lambda = \infty$, se obtiene la radiancia integral R o simplemente radiancia.

$$R = \int_0^\infty R_\lambda d\lambda \quad (1.4)$$

R representa la potencia total emitida por unidad de área por un objeto a la temperatura T , y tiene unidades de $[W/m^2]$. Para el cuerpo negro o la cavidad radiante, la radiancia integral R_T sólo es función de la temperatura T .

A partir de la Ec. (1.3) puede definirse la emisividad integral, e , o simplemente emisividad, mediante:

$$e = \frac{R}{R_T} = \frac{\int_0^\infty R_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty R_{\lambda,T} d\lambda} \leq 1 \quad (1.5)$$

A partir de la Ec. (1.5) es sencillo razonar que la radiancia integral del cuerpo negro resulta mayor que la radiancia de cualquier otro cuerpo.

Lummer y Pringsheim, en 1899, fueron los primeros en realizar mediciones de la radiancia espectral del cuerpo negro. Sus mediciones se presentan cualitativamente en la **Figura 1.3** para diferentes temperaturas y en unidades arbitrarias. Puede verse fácilmente que a medida que la temperatura aumenta, la potencia emitida (área bajo la curva R_T equivalente a la radiancia integral) también aumenta. Además, a mayor temperatura el pico de la radiancia espectral se mueve a longitudes de onda menores. Este hecho explica por qué los cuerpos a mayor temperatura emiten principalmente en la zona del espectro visible, mientras que a menores temperaturas la radiación se encuentra en el infrarrojo.

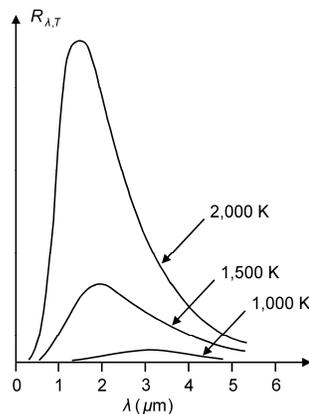


Figura 1.3: radiancia espectral de cuerpo negro

1.2.1. Ley de Stefan-Boltzmann

Años antes que Lummer y Pringsheim realizaran sus mediciones, Josef Stefan, en 1879, obtuvo una expresión empírica para la radiancia integral, dada por:

$$R = \sigma e T^4 \quad (1.6a)$$

donde e es la emisividad y σ es una constante conocida como la constante de Stefan-Boltzmann cuyo valor es $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ [W / m}^2 \text{ K}^4\text{]}$. La Ec. (1.6a) puede reescribirse para el cuerpo negro, recordando que $e = 1$, como sigue:

$$R_T = \sigma T^4 \quad (1.6b)$$

Pocos años después del establecimiento de las Ecs. (1.6a) y (1.6b), Ludwid Boltzmann demostró mediante razonamientos termodinámicos que R_T debía ser proporcional a T^4 y por ello la ley se conoce como ley de Stefan-Boltzmann.

1.2.2. Ley de Wien

Al igual que Boltzmann, mediante consideraciones termodinámicas, en 1893 Wien demostró que la radiancia espectral del cuerpo negro, $R_{\lambda,T}$, debía ser de la forma:

$$R_{\lambda,T} = \frac{f(\lambda T)}{\lambda^5} \quad (1.7)$$

donde $f(\lambda T)$ es una función del producto λT .

La ley de Wien para la radiancia espectral del cuerpo negro estaba de acuerdo con la ley de Stefan-Boltzmann para la radiancia integral del cuerpo negro. Para ver esto, se integra la Ec. (1.7) sobre todo el espectro (desde $\lambda = 0$ hasta ∞):

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda T)}{\lambda^5} d\lambda \quad (1.8)$$

Teniendo en cuenta que para $T = cte$ se tiene $d(\lambda T) = T d\lambda$, puede reescribirse la Ec. (1.8) mediante:

$$R_T = \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda T)}{\left(\lambda \frac{T}{T}\right)^5} \frac{1}{T} d(\lambda T) = T^4 \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda T)}{(\lambda T)^5} d(\lambda T) \quad (1.9)$$

Notando que $\int_0^{\infty} f(\lambda T)/(\lambda T)^5 d(\lambda T) = cte$, resulta la ley de Stefan-Boltzmann.

Adicionalmente, la ley de Wien logró explicar un hecho conocido experimentalmente, el cual puede observarse en la **Figura 1.3**, a saber: al aumentar la temperatura del cuerpo el pico de emisión se corre a longitudes de onda mas bajas. Para obtener el valor de λ donde la emisión es máxima, λ_m , a una temperatura T dada, se procede aplicando cálculo diferencial. La longitud de onda correspondiente al máximo de la radiancia $R_{\lambda,T}$ se obtiene derivando la Ec. (1.7) e igualando a cero. Es decir:

$$\frac{dR_{\lambda,T}}{d\lambda} = \frac{d[f(\lambda T)/(\lambda T)^5]}{d\lambda} = \frac{1}{T^4 \lambda^5} f'(\lambda T) - 5f(\lambda T) \frac{1}{T^5 \lambda^6} \quad (1.10)$$

Si se multiplica por T^5 y por λ^6 , se reemplaza por λ_m , y se iguala a cero (condición de máximo), se obtiene:

$$\lambda_m T f'(\lambda_m T) - 5f(\lambda_m T) = 0 \quad (1.11)$$

La Ec. (1.11) es una ecuación para la variable $(\lambda_m T)$, cuya solución es:

$$\lambda_m T = b = cte \quad (1.12)$$

donde b tiene el valor 2.898×10^{-3} [m K]. La ecuación (1.12) explica por qué al aumentar la temperatura de un objeto, el máximo de la radiancia se “corre” hacia longitudes de onda mas cortas (ver **Figura 1.3**). Se conoce normalmente a esta como la ley de corrimiento de Wien.

Finalmente, fue el mismo Wien quien propuso en 1896 una expresión para $f(\lambda T)$, la cual concordaba bastante bien con los resultados experimentales en la región del espectro correspondientes a longitudes de onda cortas. Sin embargo, su ecuación presentaba serios desacuerdos a longitudes de onda largas. La expresión propuesta por Wien viene dada por:

$$f(\lambda T) = c_1 e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (1.13a)$$

donde c_1 y c_2 son constantes, y por lo tanto:

$$R_{\lambda,T} = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (1.13b)$$

1.2.3. Ley de Rayleigh-Jeans y la catástrofe del ultravioleta

A finales del siglo XIX y principio del XX, cualquier intento por explicar la radiación térmica emitida por un cuerpo negro debía poder describir la forma de las curvas observadas experimentalmente por Lummer y Pringsheim (**Figura 1.3**), y debía ser consistente con las ideas plasmadas en las leyes de Stefan-Boltzmann y la ley de corrimiento de Wien.

En el año 1900, Lord Rayleigh y Sir James Jeans, en un intento por explicar el fenómeno de radiación térmica en un cuerpo negro consideraron una cavidad radiante cúbica como la esquematizada en la **Figura 1.4**, de paredes metálicas conductoras y a temperatura uniforme. Dentro de la cavidad se emiten ondas electromagnéticas en todas las direcciones debido a la radiación térmica emitida por las paredes de la cavidad. Sin embargo, solo las ondas o modos estacionarios, es decir aquellas ondas que exhiban nodos sobre las paredes de la cavidad, perduraran en el tiempo.

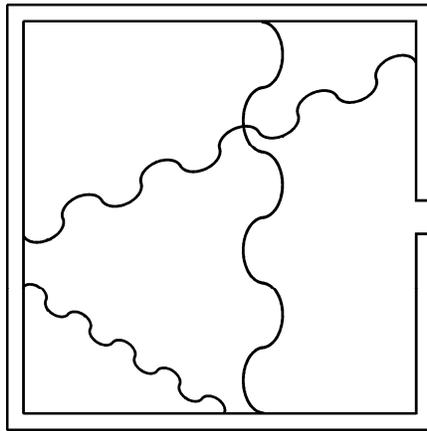


Figura 1.4: cavidad radiante y modos estacionarios

Bajo estas hipótesis, Rayleigh y Jeans obtuvieron una expresión para el número de modos estacionarios dentro de la cavidad comprendidos en el intervalo $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, $N(\lambda)$. La expresión obtenida por Rayleigh y Jeans viene dada por:

$$N(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} V d\lambda \quad (1.14)$$

donde V es el volumen de la cavidad. Dividiendo la Ec. (1.14) por el volumen de la cavidad y por $d\lambda$, y multiplicando por la energía promedio, $\bar{\epsilon}$, de los osciladores en las paredes de la misma, se obtiene una expresión para la densidad espectral de energía $\mu_{\lambda,T}$ dentro de la cavidad, es decir:

$$\mu_{\lambda,T} = \frac{8\pi}{\lambda^4} \bar{\epsilon} \quad (1.15)$$

Considerando que la densidad espectral de energía se relaciona con la radiancia espectral mediante $R_{\lambda,T} = (c/4) \mu_{\lambda,T}$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío, Rayleigh y Jeans llegaron finalmente a una expresión para la radiancia espectral del cuerpo negro:

$$R_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \bar{\epsilon} \quad (1.16)$$

Según la mecánica probabilística clásica los osciladores armónicos en las paredes de la cavidad emiten continuamente radiación electromagnética con una energía promedio dada por $\bar{\epsilon} = k_B T$, siendo k_B la constante de Boltzmann (1.380×10^{-23} [J / K]). Por lo tanto, la expresión final obtenida por Rayleigh y Jeans resultó de la forma:

$$R_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} k_B T \quad (1.17)$$

La ecuación (1.17) concuerda con la forma predicha por Wien, es decir:

$$R_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} k_B T = \frac{2\pi c k_B}{\lambda^5} \lambda T = \frac{f(\lambda T)}{\lambda^5} \quad (1.18)$$

La expresión (1.17) concuerda también con los datos experimentales a largas longitudes de onda, pero desafortunadamente no presenta ningún máximo, y la radiancia integral del cuerpo negro obtenida a partir de la Ec. (1.17) tiende a infinito, es decir:

$$R_T = \int_0^{\infty} \frac{2\pi c}{\lambda^4} k_B T d\lambda \rightarrow \infty \quad (1.19)$$

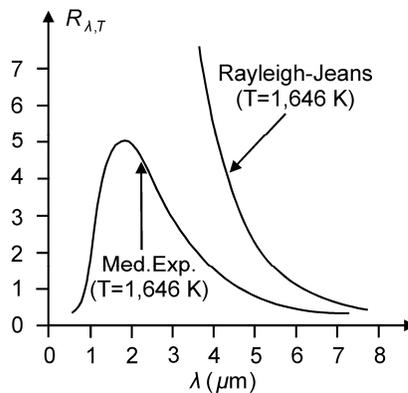


Figura 1.5: radiancia espectral de cuerpo negro. Datos experimentales vs. ley de Rayleigh-Jeans para $T=1,646$ [K]

La Ec. (1.19) se encuentra en total desacuerdo con los datos experimentales (**Figura 1.3**). Este fracaso de la física clásica en explicar el fenómeno de radiación de cuerpo negro se conoció como “*la catástrofe del ultravioleta*”. La **Figura 1.5** muestra una comparación entre datos experimentales y las predicciones obtenidas mediante la ley de Rayleigh-Jeans [Ec. (1.17)] a una temperatura dada. Puede verse que a longitudes de onda largas, ambas curvas tienden a coincidir.

1.2.4. Ley de Planck. Cuantización de la energía

La discrepancia entre los datos experimentales y las predicciones teóricas (ya sea a altas longitudes de onda en la ley de Wien o a bajas en la ley de Rayleigh-Jeans) fue resuelta en 1901, cuando Max Planck presentó su teoría cuántica, la cual predecía exitosamente la radiancia espectral para el cuerpo negro. Sin embargo, la teoría desarrollada por Planck se basaba en dos postulados en abierta oposición con la física clásica, los cuales son:

- Un oscilador armónico no puede tener cualquier energía, sino solamente valores múltiplos de una cantidad ϵ_0 .
- Un oscilador no gana o pierde energía en forma continua, sino bruscamente en saltos de amplitud ϵ_0 .

A partir de estos postulados, puede obtenerse una expresión para la energía de los osciladores en función de la cantidad ϵ_0 , de la forma:

$$\epsilon = n \epsilon_0 \quad (1.20)$$

donde n es un número entero. Bajo estas hipótesis, el análisis de Planck diferirá del propuesto por Rayleigh-Jeans en la energía promedio de los osciladores, $\bar{\epsilon}$. Mientras que el cálculo de la física clásica estipula $\bar{\epsilon} = k_B T$, a partir del nuevo planteo de Planck se obtiene:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_0}{\frac{\epsilon_0}{e^{k_B T}} - 1} \quad (1.21)$$

Si se utiliza ahora la nueva expresión para la energía promedio $\bar{\epsilon}$ [Ec. (1.21)] y se la reemplaza en la Ec. (1.16), se obtiene:

$$R_{\lambda, T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \frac{\epsilon_0}{e^{\frac{\epsilon_0}{k_B T}} - 1} \quad (1.22)$$

Adicionalmente, para compatibilizar sus resultados con la ley de Wien [Ec. (1.7)], Planck debió introducir un último postulado:

$$\epsilon_0 = h \nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (1.23)$$

donde ν es la frecuencia de la radiación electromagnética y h es una constante universal conocida como constante de Planck, cuyo valor es: $h = 6.6256 \times 10^{-34}$ [J seg.]. Nótese que se ha utilizado la relación $\nu = c / \lambda$ en la Ec. (1.23). Por lo tanto, la ley de Planck para la radiancia espectral de cuerpo negro finalmente queda como:

$$R_{\lambda,T} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B \lambda T}} - 1} \quad (1.24)$$

La Ec. (1.24) puede reescribirse como:

$$R_{\lambda,T} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (1.25)$$

con $c_1 = 3.7405 \times 10^{-16}$ [W m²] ; y $c_2 = 1.4388 \times 10^{-2}$ [m K]. Nótese la semejanza entre la expresión obtenida por Planck [Ec. (1.25)] y la correspondiente a la ley de Wien [Ec. (1.13)]. Se muestra en la **Figura 1.6** la comparación entre datos experimentales y las predicciones obtenidas mediante la ecuación de Planck [Ec. (1.25)] para una temperatura dada, observándose gran concordancia en todo el rango de longitudes de onda considerado.

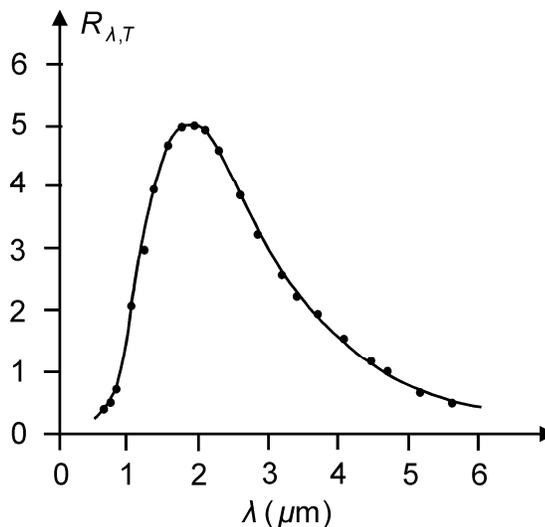


Figura 1.6: radiancia espectral de cuerpo negro. Datos experimentales vs. ley de Planck para $T=1,646$ [K]

Analizando en detalle la expresión obtenida por Planck, puede verse que para valores pequeños del producto λT (longitudes de onda cortas),

el valor de la exponencial en la Ec. (1.24) resulta muy superior a la unidad, por lo que esta última puede despreciarse, es decir, $e^{c_2/\lambda T} - 1 \approx e^{c_2/\lambda T}$, resultando la expresión correspondiente a la ley de Wien [Ec. (1.13b)]. Por otro lado, para altos valores del producto λT (longitudes de onda largas), el valor de la exponencial es pequeño y puede aproximarse aceptablemente por los dos primeros términos del desarrollo en serie de Taylor, es decir, $e^{c_2/\lambda T} \approx 1 + c_2/\lambda T$. Se obtiene así la expresión correspondiente a la ley de Rayleigh-Jeans [Ec. (1.17)].

El nuevo enfoque propuesto por Planck, que logró predecir satisfactoriamente los datos experimentales de la radiancia espectral del cuerpo negro sobre la base del postulado de cuantización de la energía de los osciladores dio lugar al nacimiento de la física cuántica.

1.3. RAYOS CATÓDICOS

La conducción de electricidad a través de gases enrarecidos (gases sometidos a baja presión) también fue un fenómeno ampliamente estudiado en la segunda mitad del siglo XIX. Los estudios realizados sobre este tipo de fenómenos dieron lugar a descubrimientos notables en el campo de la física, como por ejemplo, el descubrimiento del electrón por parte de Thomson. En la **Figura 1.7** se muestra un esquema típico de un clásico tubo de rayos catódicos utilizado comúnmente para el estudio del fenómeno de conducción en gases.

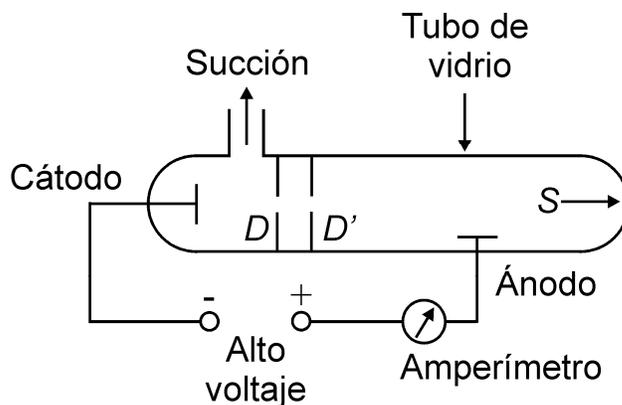


Figura 1.7: tubo de rayos catódicos

En el tubo de rayos catódicos de la **Figura 1.7**, una alta tensión aplicada entre el ánodo (positivo) y el cátodo (negativo) produce la circulación de una corriente eléctrica a través del tubo lleno de algún gas enrarecido. Esta corriente eléctrica produce un extraño patrón de capas luminosas y oscuras en el gas (no es intención de este texto explicar este fenómeno). Si la presión del gas dentro del tubo se disminuye a un valor muy bajo (cercano a 0.01 [mmHg]), el brillo del gas desaparece (debido a que la cantidad de gas en el tubo resulta extremadamente baja). Sin embargo, el amperímetro continúa indicando la existencia de una corriente eléctrica. Adicionalmente, otra indicación de que algo continúa

sucedido en el interior del tubo es la existencia de un punto luminoso (S) sobre la superficie interior del tubo en el extremo opuesto al cátodo. El tamaño y la posición del punto S sobre el extremo del tubo se ven influenciados por el tamaño y la localización de los orificios en los diafragmas D y D' , sugiriendo que el punto luminoso S es ocasionado por partículas provenientes del cátodo viajando en línea recta a través del tubo. Adicionalmente, la posición del punto S se ve influenciada también por la presencia de campos eléctricos o campos magnéticos cercanos al tubo, indicando que las partículas emitidas desde el cátodo están eléctricamente cargadas. El movimiento del punto S en presencia de campos magnéticos o eléctricos sugiere que los rayos están constituidos por partículas de carga negativa y se los denominó como rayos catódicos (por el simple hecho de ser emitidos por el cátodo). Actualmente, es de conocimiento que tales rayos catódicos son emitidos por el cátodo como resultado del bombardeo de éste por los átomos de gas dentro del tubo y están constituidos por electrones.

1.3.1. Relación carga / masa para el electrón

En 1897, Thomson, con el fin de caracterizar los rayos catódicos, realizó mediciones precisas de la relación carga / masa (q / m) de las partículas en los rayos catódicos. La **Figura 1.8** muestra un esquema del dispositivo utilizado por Thomson.

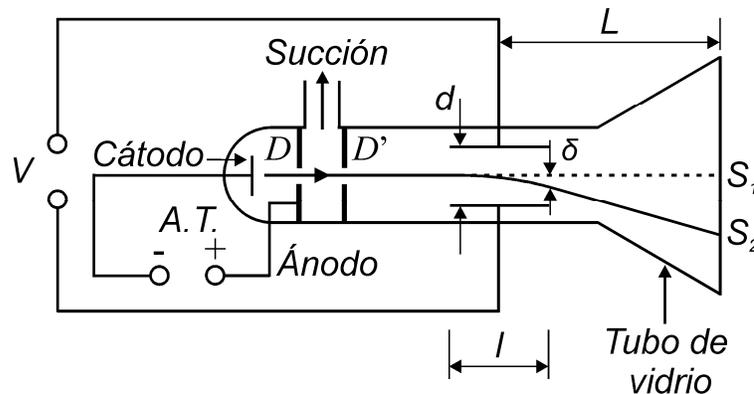


Figura 1.8: tubo de rayos utilizado por Thomson para medir q/m

En el esquema de la **Figura 1.8**, las partículas de carga negativa q y masa m son emitidas en el cátodo, pasan por el ánodo, el cual actúa como el primer diafragma (D), y por el segundo diafragma (D'). Ambos diafragmas limitan a las partículas a un haz puntual. Luego, las partículas atraviesan la zona entre dos placas metálicas paralelas de longitud l y separación d . Finalmente, inciden sobre la superficie final del tubo produciendo un punto de luz (S_1). Si se aplica un voltaje V sobre las placas paralelas, las partículas experimentarán una fuerza F de amplitud:

$$F = \frac{qV}{d} \quad (1.26)$$

Esta fuerza actúa en la dirección perpendicular a la velocidad v_e de las partículas y producirá una aceleración en dirección perpendicular a las placas, la cual puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton:

$$a = \left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{V}{d}\right) \quad (1.27)$$

Esta aceleración actúa durante el tiempo t que la partícula se encuentre atravesando las placas paralelas de longitud l . Este tiempo puede calcularse mediante un simple análisis cinemático:

$$t = \frac{l}{v_e} \quad (1.28)$$

donde v_e es la velocidad de las partículas. Inmediatamente luego de emerger de la zona de las placas, las partículas exhibirán una deflexión δ como consecuencia de la fuerza F aplicada [Ec. (1.26)]. Dicha deflexión puede calcularse mediante:

$$\delta = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{V}{d}\right)\left(\frac{l}{v_e}\right)^2 \quad (1.29a)$$

Si la deflexión de las partículas es pequeña, el valor δ se verá amplificado sobre el final del tubo en una magnitud $2L/l$, donde L es la distancia desde el centro de las placas a la zona de impacto. Por lo tanto, la distancia entre los puntos S_1 y S_2 ($\overline{S_1 S_2}$) vendrá dada por:

$$\overline{S_1 S_2} = \left(\frac{L}{l}\right)\left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{V}{d}\right)\left(\frac{l}{v_e}\right)^2 \quad (1.29b)$$

Finalmente, el valor q/m puede ser despejado de la Ec. (1.29b), obteniéndose:

$$\frac{q}{m} = \overline{S_1 S_2} \left(\frac{l}{L}\right)\left(\frac{d}{V}\right)\left(\frac{v_e}{l}\right)^2 \quad (1.30)$$

En la Ec. (1.30), todavía resta conocer la velocidad v_e de las partículas. Para obtenerla, Thomson añadió al dispositivo de la **Figura 1.8** un campo magnético con dirección perpendicular al campo eléctrico aplicado y al eje mayor del tubo de rayos. Con esta orientación de los campos eléctrico y magnético, las fuerzas electrostática y magnética ejercida sobre las partículas serán opuestas; de hecho, para cierto valor (H) del campo magnético, ambas fuerzas pueden cancelarse (lo cual puede evidenciarse observando una deflexión nula del haz). Esta situación de equilibrio puede escribirse como:

$$\frac{qV}{d} = H q v_e \quad (1.31)$$

El miembro izquierdo en la Ec. (1.31) corresponde a la fuerza eléctrica y el miembro derecho a la fuerza magnética. Despejando puede obtenerse una expresión para la velocidad v_e , mediante:

$$v_e = \frac{V}{H d} \quad (1.32)$$

Utilizando las Ecs. (1.30) y (1.32) Thomson pudo obtener un valor cercano al actualmente aceptado: $q/m = 1.76 \times 10^{-8}$ [coulombs / gramos].

El valor obtenido por Thomson para la relación q/m resultó mas de mil veces mayor al obtenido en esa época para átomos ionizados. Este último valor podía ser calculado mediante mediciones en experimentos de electrólisis de soluciones conteniendo átomos ionizados; a tal fin, se opera una celda electrolítica por un periodo de tiempo y se mide la carga total depositada por los átomos, así como también la masa total de los átomos depositada. Posteriormente, una simple cuenta permite obtener la relación carga / masa. El mayor valor q/m para un ión había sido obtenido para el átomo ionizado de Hidrógeno. Pero, el valor obtenido por Thomson para los rayos catódicos excedía en 1,836 veces el correspondiente al ión de Hidrógeno. Por lo tanto, a partir de las mediciones de Thomson se concluía que la carga de las partículas en los rayos catódicos era mucho mayor a la carga de un átomo de Hidrógeno ionizado o que la masa de las mismas debía ser mucho menor a la del ión Hidrógeno. En experimentos posteriores realizados por Millikan y Fletcher se determinaría que la segunda opción era la correcta. Además, Thomson determinó que la relación q/m resultaba independiente del gas utilizado y del metal del cátodo. Por otro lado, determinó también que las partículas cargadas emitidas resultaban iguales a las emitidas a consecuencia del efecto fotoeléctrico (descrito en la sección siguiente) descubierto por Hertz años antes. Estos resultados llevaron a Thomson a concluir que estas partículas cargadas (hoy conocidas como electrones) debían ser partes constitutiva de toda la materia.

En 1906 Millikan y Fletcher realizaron una serie de experimentos y determinaron la cuantización de la carga, es decir, que todas las partículas cargadas exhiben una magnitud de carga eléctrica que resulta un múltiplo entero de cierta unidad de carga básica. A partir de sus mediciones Millikan y Fletcher estimaron el valor de esta magnitud de carga eléctrica básica como: $e = 1.59 \times 10^{-19}$ [coulombios] (muy cercano al 1.602×10^{-19} aceptado actualmente como la carga del electrón). Se asumió además, que esta unidad básica de carga correspondía también a la carga eléctrica de las partículas en los rayos catódicos. Posteriormente, utilizando la relación q/m obtenida por Thomson, se logró calcular la masa de las mismas en un valor cercano al actualmente aceptado de $m_e = 9.11 \times 10^{-28}$ [gramos].

Como consecuencia de los experimentos de Millikan y Fletcher, nuevamente surgió el concepto de cuantización planteada por Planck años antes para los osciladores en una cavidad radiante, pero en este caso aplicado a la carga eléctrica.

1.3.2. Efecto fotoeléctrico

En el año 1887, Hertz descubrió un fenómeno producido durante la conducción en gases enrarecidos que tardaría muchos años en ser explicado. El dispositivo empleado por Hertz para llevar a cabo sus experimentos se muestra en la **Figura 1.9** y consiste básicamente en un tubo de rayos catódicos.

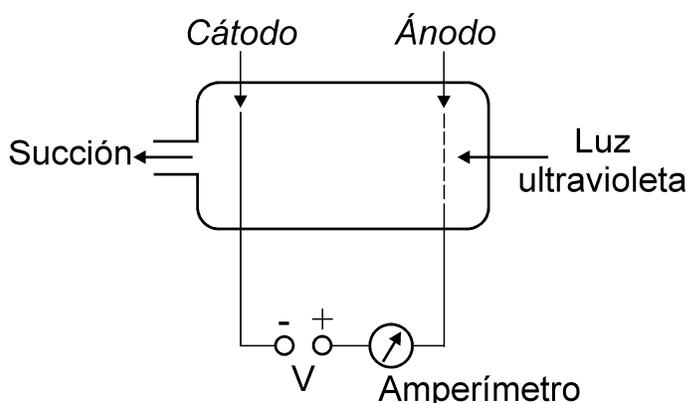


Figura 1.9: tubo de rayos utilizado por Hertz

El dispositivo de Hertz consta de una ampolla de vidrio en la que se genera vacío. Dos electrodos metálicos se encuentran en su interior; el cátodo (denominado comúnmente fotocátodo) constituido por un metal altamente pulido y el ánodo en forma de plato perforado. Ambos electrodos se mantienen a una diferencia de potencial de unos cuantos volts (con el ánodo positivo respecto del cátodo). Cuando luz ultravioleta pasa a través del ánodo perforado e incide sobre la superficie pulida del fotocátodo, una corriente eléctrica comienza a observarse a través del tubo, la cual se evidencia en el amperímetro. A este efecto se le conoce como efecto fotoeléctrico. El efecto persiste aun en condiciones de alto vacío, lo cual implica que la corriente no puede ser debida a iones de átomos gaseosos. Lenard, en 1900, comprobó que la corriente eléctrica se debía a las mismas partículas constitutivas de los rayos catódicos (electrones), al obtener para ellas el mismo valor q/m medido por Thomson.

Los experimentos realizados por Lenard sirvieron para aclarar la identidad de las partículas emitidas, pero demostraron algunas propiedades del fenómeno fotoeléctrico que no pudieron ser explicadas mediante la física clásica. En la **Figura 1.10** se observan algunas de las mediciones obtenidas por Lenard. De estas mediciones pueden concluirse algunas propiedades importantes del fenómeno fotoeléctrico: i) a valores suficientemente altos de V , todos los electrones emitidos desde el

fotocátodo llegan al ánodo (evidenciado por la saturación de la corriente I); ii) aun a voltajes V negativos existen electrones que llegan al ánodo (a pesar de la fuerza de repulsión que experimentan), con lo cual algunos electrones son emitidos del fotocátodo con energía cinética suficiente para vencer esta repulsión; y iii) independientemente de la intensidad de luz, por debajo de cierto valor negativo de V , la corriente cesa, indicando que la energía cinética máxima de los electrones emitidos por el fotocátodo es $E_{\max} = e V_{\max}$.

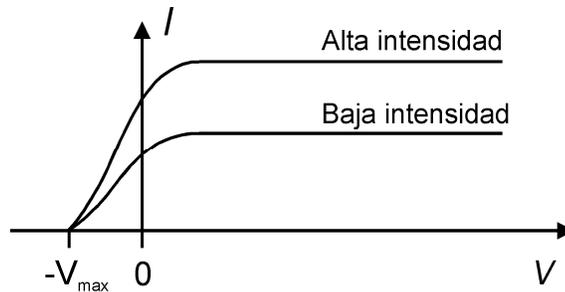


Figura 1.10: corriente I en el tubo en función de la tensión aplicada, V , entre ánodo y fotocátodo, para dos intensidades de luz incidente

Las mediciones de Lenard contradecían las predicciones obtenidas mediante la física clásica, las cuales se basaban en el modelo ondulatorio de la luz. Se comentan a continuación las predicciones clásicas comparándolas con las observaciones experimentales:

Dependencia de la energía cinética del fotoelectrón en relación a la intensidad de luz: según la teoría clásica los electrones deben absorber energía continuamente de las ondas electromagnéticas. Así, a medida que la intensidad de la luz incidente aumenta, la energía máxima de los electrones debería aumentar dado que la tasa de transferencia de energía resulta mayor. Sin embargo, las mediciones experimentales contradicen este hecho. La energía máxima de los fotoelectrones es independiente de la intensidad de la luz incidente. Esto es fácilmente observable en la **Figura 1.10** dado que las curvas correspondientes a intensidades de luz diferentes se cortan en el mismo valor negativo de voltaje aplicado.

Intervalo entre la incidencia de la luz y la emisión de fotoelectrones: según la teoría clásica, debido a que los electrones ganan energía en forma continua, a bajas intensidades de luz incidente es necesario un cierto intervalo de tiempo entre la aplicación de luz y el momento en que los electrones son emitidos del fotocátodo. Sin embargo, experimentalmente se observa que independientemente de la intensidad de la luz los electrones son emitidos casi instantáneamente (10^{-9} [seg.]).

Dependencia de la emisión de electrones con la frecuencia de la luz: según la teoría clásica los electrones deben ser emitidos por el fotocátodo a cualquier valor de frecuencia de la luz incidente,

siempre y cuando la intensidad de luz sea suficientemente alta. Sin embargo, los experimentos demuestran que por debajo de cierto valor de frecuencia, denominada frecuencia de corte, no existe emisión de electrones. Además, esta frecuencia de corte resulta dependiente del material del fotocátodo.

Dependencia de la energía máxima de los fotoelectrones con la frecuencia de la luz: la teoría clásica no da relación alguna entre la frecuencia de la luz incidente y la energía máxima de los fotoelectrones. Sin embargo, los experimentos muestran que a medida que la frecuencia de la luz incidente aumenta, la energía máxima de los fotoelectrones aumenta también. En efecto, al aumentar la frecuencia de la luz incidente, la tensión negativa necesaria para frenar los fotoelectrones debe ser mayor.

No fue hasta 1905 que el científico alemán Albert Einstein aportó una explicación exitosa del fenómeno fotoeléctrico. En su teoría, Einstein amplió los conceptos de Planck de cuantización de la energía a las ondas electromagnéticas. Años antes, Planck había propuesto su concepto de cuantización de la energía de los osciladores, y en la emisión y absorción de energía radiante, pero siempre manteniendo el concepto clásico de la radiación electromagnética como una onda distribuida en el espacio. Einstein extendió el concepto cuántico postulando que la energía de las ondas electromagnéticas se encuentra en la forma de paquetes concentrados o cuantos de luz, los cuales se conocen en la actualidad como fotones. La energía asociada a cada fotón esta dada por:

$$E = h \nu \quad (1.33)$$

donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia de la radiación electromagnética.

En el modelo de Einstein del efecto fotoeléctrico, un fotón de luz incidente transfiere toda su energía ($h \nu$) a un único electrón en el fotocátodo. Entonces, la absorción de la energía no es un proceso continuo como lo describe la física clásica, sino un proceso en el cual la energía es entregada a los electrones en paquetes discretos. Aquellos electrones liberados, y que no transfieren ninguna porción de su energía a los átomos del fotocátodo mediante “choques”, poseerán una energía cinética máxima dada por:

$$E_{\max} = h \nu - \phi \quad (1.34)$$

donde ϕ se denomina función de trabajo del material del fotocátodo y representa la energía mínima con la cual el electrón se encuentra unido al metal. Algunos otros electrones interactúan con el material del fotocátodo luego de ser arrancados, perdiendo energía, y por lo tanto exhibirán energías cinéticas menores a E_{\max} .

Con el nuevo planteo de Einstein es posible explicar los fenómenos experimentales observados por Lenard (**Figura 1.10**).

Dependencia de la energía cinética del fotoelectrón en relación a la intensidad de luz: la energía cinética máxima resulta independiente de la intensidad de luz (la cual es proporcional a la cantidad de fotones en el haz de luz incidente). Para un material dado del fotocátodo la energía máxima de los fotoelectrones dependerá solo de la frecuencia y de la función de trabajo del material como puede verse en la Ec. (1.34). Si se duplica la intensidad de luz se duplica la cantidad de fotones en el haz de luz incidente lo cual producirá un incremento en la cantidad de fotoelectrones arrancados y por lo tanto un aumento en la corriente medida (ver **Figura 1.10**).

Intervalo entre la incidencia de la luz y la emisión de fotoelectrones: la emisión instantánea de fotoelectrones es consistente con el nuevo modelo fotónico de la luz. Debido a que un solo fotón interactúa con un electrón en el fotocátodo, en el instante que los primeros fotones arriben al cátodo se producirá la emisión de electrones, siempre y cuando su frecuencia sea lo suficientemente alta.

Dependencia de la emisión de electrones con la frecuencia de la luz: a partir de la Ec. (1.34) puede verse que existirá una frecuencia a la cual no existirá arranque de electrones del fotocátodo (frecuencia de corte). Si la frecuencia de los fotones es tal que su energía no supera la función de trabajo del material, entonces, sin importar la intensidad de luz, no habrá emisión de fotoelectrones. Este valor de frecuencia resulta función solo del material del fotocátodo y vendrá dado por:

$$\nu = \frac{\phi}{h} \quad (1.35)$$

Dependencia de la energía máxima de los fotoelectrones con la frecuencia de la luz: fácilmente puede verse de la Ec. (1.34) que la energía máxima de los fotoelectrones depende de la frecuencia de la luz incidente.

Según la teoría propuesta por Einstein, la energía cinética máxima de los fotoelectrones debe ser una función lineal de la frecuencia de la luz incidente, tal como lo indica la Ec. (1.34). Esta predicción fue experimentalmente demostrada por Millikan en 1916, quien midió E_{\max} para numerosas frecuencias de radiación incidente, comprendidas en el rango de $6 \text{ [seg.}^{-1}\text{]}$ hasta $12 \times 10^{14} \text{ [seg.}^{-1}\text{]}$. La **Figura 1.11** presenta algunas mediciones similares a las obtenidas por Millikan y a partir de las cuales puede observarse la dependencia lineal entre E_{\max} y la frecuencia ν de la luz incidente, en dos materiales diferentes del fotocátodo.

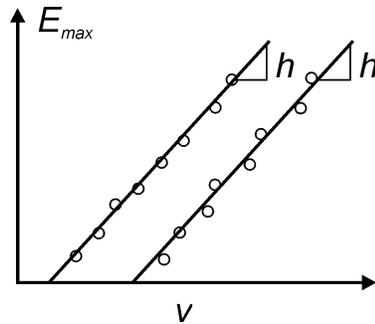


Figura 1.11: dependencia lineal entre la energía máxima de los fotoelectrones, E_{max} , y la frecuencia de la radiación, ν , para dos materiales de fotocátodo

Se muestran en la figura que a partir de mediciones utilizando diferentes materiales del fotocátodo se obtienen rectas paralelas. De acuerdo con la Ec. (1.34), la pendiente de dichas rectas debe ser igual a la constante de Planck h . A partir de sus mediciones, Millikan calculó la constante de Planck con un error menor al 0.5%. Este resultado obtenido no solo sirvió para validar el desarrollo propuesto por Einstein para explicar el efecto fotoeléctrico, sino también para reforzar el concepto de cuantización propuesto por Planck años antes.

1.3.3. Efecto Compton

Para el año 1919, Einstein había llegado a la conclusión de que un fotón de energía $E = h \nu$ posee un momento de valor:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.36)$$

En 1923 Arthur Holly Compton desarrolló extensamente la idea del momento del fotón. Antes de 1922 se había acumulado evidencia de que la teoría ondulatoria clásica no podía explicar el fenómeno de dispersión de los rayos X producido en láminas metálicas. Compton descubrió que cuando un haz de rayos X de longitud de onda bien definida λ_0 es dispersado a un ángulo θ por una lámina metálica, la radiación dispersada posee componentes de longitud de onda $\lambda_1 > \lambda_0$. Posteriormente, se denominó a este fenómeno efecto Compton. El estudio de este efecto brindó evidencia extremadamente convincente de la existencia de los cuantos (fotones) electromagnéticos propuestos por Einstein años antes.

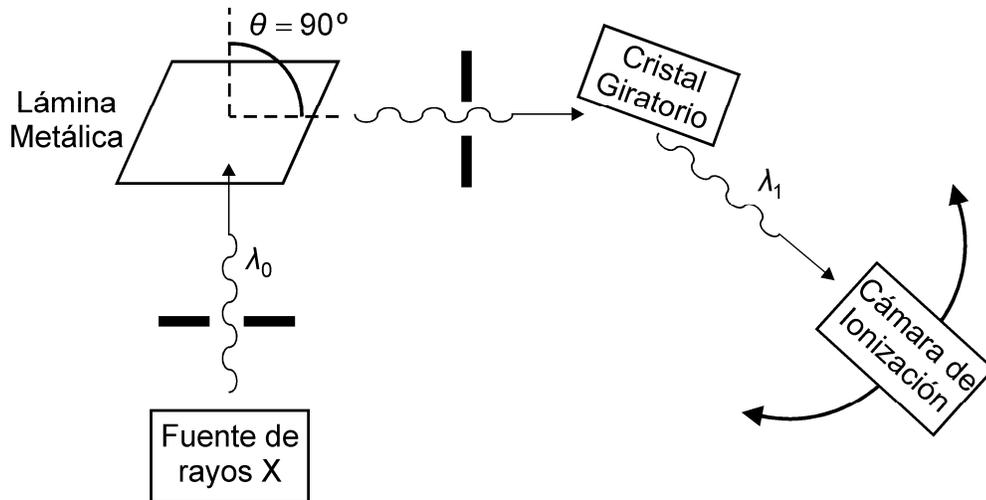


Figura 1.12: diagrama esquemático del dispositivo utilizado por Compton

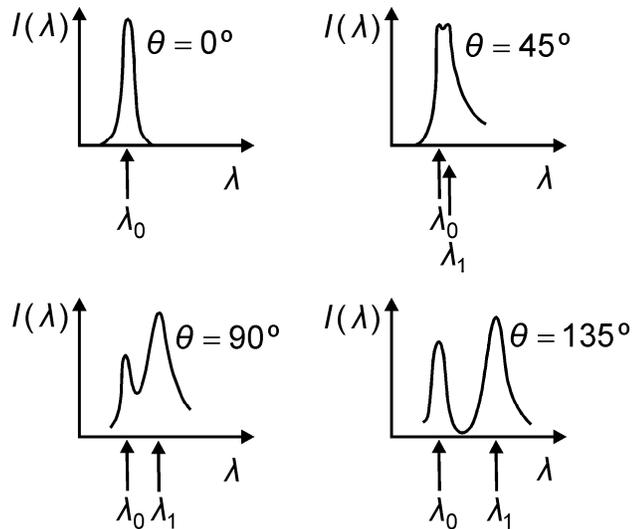


Figura 1.13: intensidad de rayos X dispersados en función de la longitud de onda de onda

Compton, utilizando radiación X incidente de longitud de onda $\lambda_0 = 0.708 \times 10^{-8}$ [cm], observó que la longitud de onda de la radiación dispersada λ_1 resultaba dependiente del ángulo de dispersión θ , y no del material de la lámina irradiada. Se muestra en la **Figura 1.12** un esquema del dispositivo empleado por Compton para llevar a cabo sus mediciones y en la **Figura 1.13** un conjunto de mediciones obtenidas.

Para explicar las mediciones observadas Compton consideró a los fotones como partículas, las cuales poseen energía $E = h\nu = hc/\lambda$ y momento $p = h\nu/c = h/\lambda$, y analizó la interacción entre los fotones incidentes y los electrones del material blanco como una colisión elástica entre dos partículas. Para comprender el desarrollo propuesto,

considérese el esquema de la **Figura 1.14**, el cual representa un choque elástico fotón-electrón.

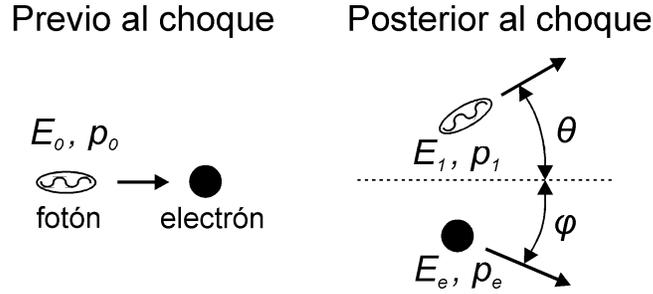


Figura 1.14: colisión elástica entre un fotón y un electrón libre

La cantidad de movimiento asociada al electrón en movimiento (posterior al choque) con velocidad v_e esta dada por:

$$p_e = m v_e = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} v_e \quad (1.37)$$

donde se utiliza la masa relativista, m , para el electrón debido a que las velocidades implicadas pueden resultar cercanas a la velocidad de la luz. Para este mismo electrón la energía cinética viene dada por:

$$E_e = m c^2 - m_e c^2 = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} c^2 - m_e c^2 \quad (1.38)$$

Aplicando ahora la ley de conservación de la energía al choque fotón-electrón, se obtiene:

$$\frac{h c}{\lambda_0} = \frac{h c}{\lambda_1} + \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} c^2 - m_e c^2 \quad (1.39)$$

Alternativamente, aplicando la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección paralela y perpendicular respecto a la dirección de la velocidad del fotón incidente, se obtiene:

$$\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda_1} \cos(\theta) + \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} v_e \cos(\varphi) \quad (1.40)$$

$$0 = \frac{h}{\lambda_1} \sin(\theta) - \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} v_e \sin(\varphi) \quad (1.41)$$

Eliminando las variables v_e y φ de las Ec. (1.39), (1.40), y (1.41) se llega luego de algunos cálculos algebraicos (los cuales se detallan en el Apéndice A) a la expresión obtenida por Compton, la cual predice correctamente las mediciones experimentales observadas:

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} [1 - \cos(\theta)] \quad (1.42)$$

donde la constante $h/m_e c = 0.0243 \times 10^{-10}$ [m] se denomina longitud de onda Compton. La Ec. (1.42) es comúnmente conocida como la ecuación de corrimiento de Compton y permite predecir el corrimiento observado en la longitud de onda de la radiación dispersada por un blanco a un ángulo θ respecto de la longitud de onda incidente.

La ecuación de Compton puede utilizarse también para explicar la presencia a todos los ángulos de medición del pico no desplazado de longitud de onda λ_0 (ver **Figura 1.13**). Este pico se debe a la interacción o choque de los fotones incidentes con electrones fuertemente ligados a los átomos del material blanco. Considérese por ejemplo el caso particular de un blanco de grafito, compuesto básicamente por átomos de Carbono. La interacción entre un fotón y un electrón fuertemente ligado puede tratarse como si en efecto el choque del fotón se produjera contra un átomo de Carbono, cuya masa es aproximadamente 23,000 veces la masa del electrón. Reemplazando el valor m_e en la Ec. (1.42) por el valor correspondiente para el átomo de Carbono (aproximadamente $23,000m_e$) se obtendrá $\lambda_1 - \lambda_0 \approx 0$ y por lo tanto $\lambda_0 \cong \lambda_1$.

El éxito en la explicación teórica del efecto Compton brindó evidencia adicional a la proporcionada por el efecto fotoeléctrico, de la existencia de la cuantización de la radiación electromagnética.

1.4. MODELOS ATÓMICOS

1.4.1. Espectros atómicos de los gases

Cuando se estudió la radiación térmica, se vio que todos los objetos emiten radiación electromagnética caracterizada por una distribución continua de longitudes de onda. En contraste con este espectro continuo se encuentra el *espectro de líneas* discreto observado cuando un gas a baja presión se somete a una descarga eléctrica. Esta descarga se produce cuando el gas se somete a una diferencia de potencial mayor que su resistencia dieléctrica produciéndose descargas eléctricas a través del gas.

En la **Figura 1.15** se observa un esquema simplificado de un dispositivo dedicado al estudio de los espectros de emisión de gases.

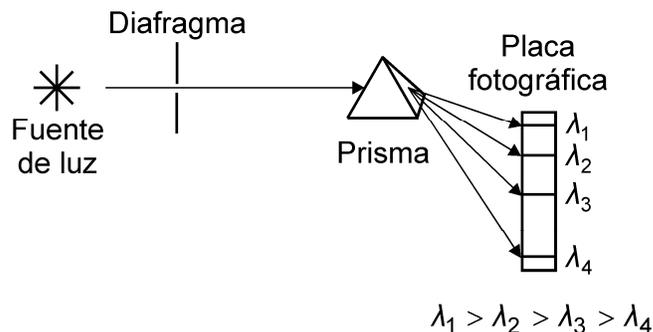


Figura 1.15: esquema de un dispositivo de medición de espectros de emisión en gases

La fuente de emisión proviene de una descarga eléctrica la cual pasa a través de un gas monoatómico. Debido a colisiones con electrones o entre los mismos átomos del gas, algunos de estos átomos son puestos en estados excitados. Estos átomos, al volver a su estado de energía fundamental, emiten radiación electromagnética. La radiación emitida desde el gas es colimada en un diafragma, dispersada por un prisma (o una red de difracción), y separada en su espectro constitutivo. Finalmente, la radiación incide sobre una placa fotográfica revelando un patrón de líneas sobre una escala graduada. La **Figura 1.16** muestra la porción visible del espectro atómico para el gas monoatómico de Hidrógeno.

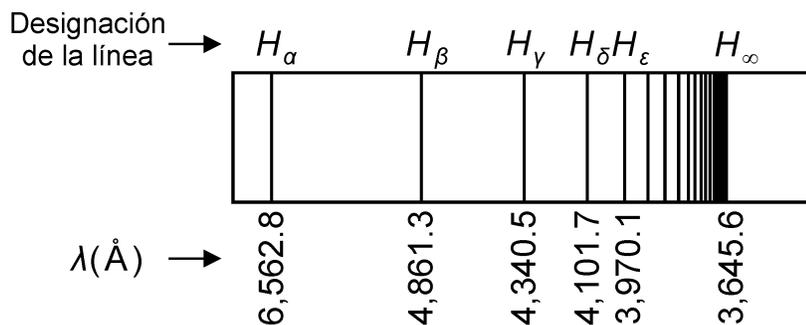


Figura 1.16: espectro de emisión visible para el átomo de Hidrógeno

La gran regularidad del espectro atómico del Hidrógeno motivó a numerosos científicos a buscar una fórmula empírica para representar las longitudes de onda las líneas espectrales. En 1885, Johan Balmer obtuvo una expresión que reprodujo con éxito las primeras nueve líneas espectrales (las cuales eran las únicas conocidas en ese momento). La ecuación de Balmer tiene la siguiente forma:

$$\lambda (\text{Å}) = 3,646 \left(\frac{n^2}{n^2 - 4} \right); n = 3, 4, 5, \dots \quad (1.43)$$

Para $n = 3$ se obtiene la línea H_α , $n = 4$ produce la línea H_β , etc. Se le dio el nombre de *serie de Balmer* a este conjunto de líneas espectrales. Este descubrimiento motivó a otros investigadores a encontrar expresiones similares para las líneas observadas en otras porciones del espectro o en espectros de otros elementos. Gran parte de este trabajo de investigación fue llevado a cabo por Rydberg, quien determinó que trabajar con el número de onda $k = 1/\lambda$ resultaba más conveniente para caracterizar las líneas que la misma longitud de onda λ . En términos de esta cantidad, la Ec. (1.43) se reescribe como:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); n = 3, 4, \dots \quad (1.44)$$

donde R_H es conocida como la constante de Rydberg para el Hidrógeno y su valor es $1.096776 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$. Una expresión más general permite obtener las líneas espectrales del Hidrógeno y de algunos otros elementos, como por ejemplo los metales alcalinos (correspondientes a la primera columna de la tabla periódica). Esta expresión resulta muy similar a la Ec. (1.44) y viene dada por:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); m > n \text{ enteros} \quad (1.45)$$

donde R es conocida como la constante de Rydberg y posee un valor particular para cada elemento. Para el Hidrógeno, la Ec. (1.45) puede utilizarse para obtener las líneas espectrales utilizando $R = R_H = 1.096776 \times 10^7 \text{ [m}^{-1}\text{]}$ y $m = 1$ para las líneas del espectro ultravioleta (UV), $m = 2$ para las líneas del espectro UV cercano y visible, y $m = 3, 4$ y 5 para las líneas del espectro infrarrojo. Algunas de las ecuaciones para las líneas espectrales del Hidrógeno quedan expresadas como se indica a continuación:

$$\text{UV:} \quad \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right); n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\text{UV cercano y visible:} \quad \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); n = 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{Infrarrojo:} \quad \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right); n = 4, 5, 6, \dots$$

1.4.2. Modelo atómico de Thomson

En la época de Newton el átomo estaba modelado como una diminuta esfera, indivisible. Este simple modelo proporcionó una buena base para

el desarrollo de algunas teorías, como la teoría cinética de los gases. Sin embargo, cuando los experimentos revelaron la naturaleza eléctrica de los gases, fue necesario desarrollar modelos más complejos que permitieran explicar tales fenómenos.

Para finales del siglo XIX, se conocían ciertos aspectos del átomo en relación a su estructura: i) la relación carga / masa para algunos átomos ionizados, incluido el átomo de Hidrógeno, se había podido medir mediante electrólisis; ii) Thomson había descubierto el electrón, en 1897, mediante experiencias en gases enrarecidos y había determinado la relación carga / masa para el electrón resultando cerca de 1,800 veces mayor a la del átomo de Hidrógeno; iii) Millikan y Fletcher habían podido determinar la carga eléctrica y la masa del electrón; iv) Barkla y colaboradores, mediante dispersión de rayos X obtuvieron una estimación para el número Z de electrones en un átomo, como $Z = A / 2$, donde A es el peso atómico en escala química del átomo en cuestión; v) la neutralidad eléctrica de los átomos era también un hecho conocido en esa época; y vi) para finales del siglo XIX las dimensiones aproximadas del átomo eran conocidas, resultando del orden del Å. Todas estas consideraciones llevaban a una pregunta: ¿De qué forma se distribuyen las cargas positivas y negativas en un átomo?

Thomson propuso uno de los primeros modelos de la composición del átomo, tomando en consideración los hechos detallados en el párrafo anterior. El modelo atómico de Thomson consideraba una masa de carga eléctrica positiva distribuida en todo el volumen asignado al átomo, con electrones (de carga eléctrica negativa) incrustados. Debido a la repulsión electrostática, los electrones se encontraban uniformemente distribuidos en la masa de carga positiva. Se conoció a este modelo como el modelo del “budín con pasas”. Se presenta un esquema del modelo de Thomson en la **Figura 1.17**.

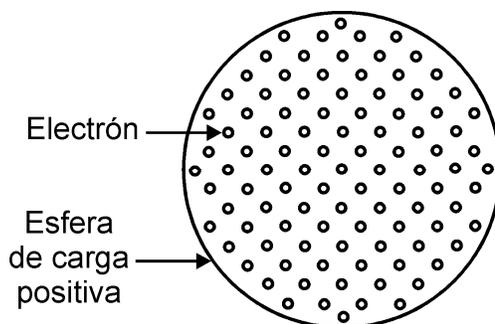


Figura 1.17: modelo de Thomson para el átomo

En su modelo, los electrones se encontraban ligados al átomo por fuerzas de atracción electrostática y la ionización del átomo se produciría por arranque de electrones, quedando un ión positivo. Desafortunadamente, a pesar de los intentos de Thomson, este modelo no pudo explicar los espectros de emisión observados experimentalmente.

1.4.3. Modelo atómico de Rutherford

A comienzos del siglo XX, Rutherford había logrado establecer la naturaleza de las radiaciones emitidas por sales de Radio y sus derivados. Así, había demostrado que las partículas emitidas, denominadas partículas alfa, poseen una relación carga / masa igual a la mitad de la del protón (ión de Hidrógeno) y posteriormente las identificó como átomos de Helio ionizado.

En el año 1911, Ernest Rutherford, junto a sus estudiantes Hans Geiger y Ernest Mardsden, realizó una serie de experimentos que demostraron que el modelo de Thomson resultaba incorrecto, y que en realidad el átomo era un sistema prácticamente vacío. El experimento se encuentra esquematizado en la **Figura 1.18**.

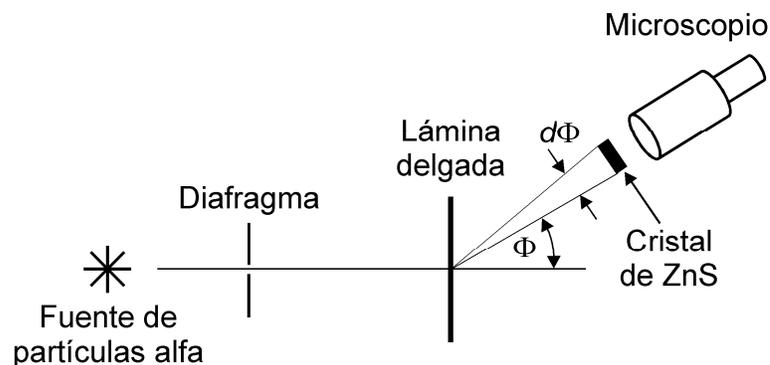


Figura 1.18: experimento de Rutherford

En su experimento Rutherford bombardeó, con haces de partículas alfa, láminas delgadas de diferentes elementos y observó mediante cristales de Zinc (los cuales producen un centello luminoso al ser impactado por una partícula alfa de alta energía) las dispersiones producidas por la interacción entre el material de la lámina y las partículas alfa. Los resultados obtenidos mostraron que, debido a lo extremadamente delgado de la lámina irradiada, la mayoría de las partículas alfa atravesaban la lámina sufriendo muy pequeños cambios en su velocidad y dispersiones a ángulos muy pequeños. Sin embargo algunas pocas partículas se desviaban a ángulos enormes, inclusive a 180° .

Utilizando las leyes de la mecánica clásica y la ley de Coulomb, se pueden predecir las trayectorias de las partículas alfa, siempre y cuando la distribución de cargas en los átomos de la lámina sea conocida. De esta forma, para la distribución de cargas propuesta por Thomson en su modelo atómico, es posible calcular los resultados esperados del experimento. Luego de sus experiencias, Rutherford observó con asombro que el modelo de Thomson no podía explicar las enormes dispersiones observadas en las partículas alfa. En un intento por explicar sus observaciones, Rutherford propuso un nuevo modelo atómico.

Este nuevo modelo supuso a toda la carga positiva del átomo (y por lo tanto a la mayoría de su masa) concentrada en un volumen muy pequeño en comparación al volumen total del átomo, volumen al cual

denominó núcleo atómico. Todos los electrones se encuentran distribuidos por fuera del núcleo, y para explicar porque los electrones no son atraídos por su carga positiva los supuso en órbitas alrededor del mismo. Se conoció a este modelo como el modelo planetario del átomo por su similitud con el sistema solar.

Si bien el modelo de Rutherford constituyó un gran avance, existían dos dificultades básicas: i) no pudo explicar los espectros de emisión discretos observados experimentalmente; y ii) debido a que en este nuevo modelo el electrón se encuentra sujeto a aceleración centrípeta, según la física clásica (leyes de electromagnetismo de Maxwell), el átomo debía emitir radiación electromagnética continuamente con frecuencia ν igual a la frecuencia de revolución del electrón. Según este hecho, cuando el electrón irradia, se emite energía del átomo, el electrón pierde energía y el radio de la órbita disminuye gradualmente aumentando su frecuencia de revolución. Esto provocaría un aumento constante de la frecuencia de la radiación emitida y el colapso final del átomo cuando electrón se precipitase sobre el núcleo.

1.4.4. Modelo atómico de Bohr para átomos con un electrón

Los inconvenientes sin resolver del modelo atómico de Rutherford dejaban el escenario preparado para que Niels Bohr propusiera en 1913 un nuevo modelo atómico aplicable al átomo de Hidrógeno y luego generalizado a átomos de un electrón (es decir, al átomo de H, el ión de He, etc.). En su modelo, Bohr combinaba las ideas cuánticas de Planck, el concepto del fotón de Einstein, y la idea del núcleo atómico de Rutherford. Las ideas básicas del modelo propuesto por Bohr para el átomo de Hidrógeno son:

- El electrón se mueve en órbitas circulares alrededor del núcleo bajo la influencia de la fuerza electrostática de atracción entre la carga positiva del núcleo y la negativa del electrón.
- Solo ciertas órbitas del electrón son estables. Cuando el electrón se encuentra en alguna de estas órbitas, a las que Bohr denominó *estados estacionarios*, no emite radiación electromagnética. En consecuencia, la energía total del átomo permanece constante y puede utilizarse la mecánica clásica para describir el movimiento del electrón. Nótese que este postulado se encuentra en clara oposición con la física clásica, pues supone que una carga eléctrica acelerada no emite radiación electromagnética.
- La radiación electromagnética es emitida por el átomo solo cuando el electrón hace una transición de un estado estacionario de mayor energía hacia uno de menor energía. Esta transición no puede tratarse de manera clásica. Bohr postuló que como consecuencia de la transición, se emite un fotón cuya frecuencia ν se relaciona con el cambio de energía involucrado en la transición:

$$E_i - E_f = h \nu \quad (1.46)$$

donde E_i y E_f son la energía del estado inicial y final del átomo; y $E_i > E_f$. Adicionalmente, Bohr postuló que la energía de un fotón incidente puede ser absorbida por el átomo produciendo una transición de un estado de baja energía a uno de mayor energía. Esto solo puede suceder si la energía del fotón incidente iguala a la diferencia de energía entre los estados estacionarios involucrados en la transición.

- Por último, Bohr postuló que las órbitas permitidas son aquellas para las cuales la magnitud de la cantidad de movimiento angular orbital del electrón en relación con el núcleo se encuentra cuantizada y es igual a un múltiplo entero de $\hbar = h / 2\pi$:

$$L = m_e v_e r = n \hbar; \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.47)$$

donde L es la magnitud de la cantidad de movimiento angular del electrón, m_e es su masa, v_e su velocidad y r es el radio de la órbita. En realidad, ésta condición de cuantización del momento angular no es un postulado, sino que se determinó a partir del *principio de correspondencia* (también atribuido a Bohr), según el cual al considerar órbitas muy grandes las predicciones clásicas y las cuánticas deben coincidir. Bajo esta hipótesis, se llega a demostrar que las órbitas permitidas son aquellas que cumplen la Ec. (1.47).

Se considera a continuación el análisis de un átomo con un núcleo de carga atómica $q = Z e$ y masa M , y un solo electrón de carga $-e$ y masa m_e . Ejemplos particulares de este caso son el átomo neutro de Hidrógeno donde $Z = 1$, el Helio simplemente ionizado donde $Z = 2$, y el Litio doblemente ionizado donde $Z = 3$. Según el postulado de Bohr, el electrón rota en órbitas circulares alrededor del núcleo. Se supone como primera aproximación que el electrón posee una masa despreciable en comparación con el núcleo atómico ($M \gg m_e$) con lo que puede considerarse que el núcleo permanece fijo. Aplicando la segunda ley de Newton, considerando la fuerza electrostática de atracción entre el electrón y el núcleo, se tiene:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z e^2}{r^2} = m_e \frac{v_e^2}{r} = m_e a \quad (1.48)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío (8.8542×10^{-12} [C² / N m²]). El miembro izquierdo de la Ec. (1.48) corresponde a la fuerza coulombiana y el miembro derecho al producto de la masa del electrón y la aceleración centrípeta. De la Ec. (1.48) puede obtenerse una expresión para la velocidad con la que el electrón orbita alrededor del núcleo, la cual resulta:

$$v_e = \sqrt{\frac{Z e^2}{4\pi \epsilon_0 m_e r}} \quad (1.49)$$

La energía cinética correspondiente puede calcularse a partir de la Ec. (1.49), mediante la ecuación de energía cinética clásica:

$$K = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{Z e^2}{8\pi \epsilon_0 r} \quad (1.50)$$

Por otro lado, la energía potencial electrostática responde a:

$$U = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Z e^2}{r} \quad (1.51)$$

Por lo tanto la energía total del átomo será:

$$E = K + U = \frac{Z e^2}{8\pi \epsilon_0 r} - \frac{Z e^2}{4\pi \epsilon_0 r} = -\frac{Z e^2}{8\pi \epsilon_0 r} \quad (1.52)$$

Obsérvese que la energía total es negativa, lo cual indica que se debe aportar energía al átomo para remover o arrancar un electrón.

Para obtener una expresión para el radio r al cual orbita el electrón se utiliza la condición de cuantización del momento angular [Ec. (1.47)]. Combinando las Ecs. (1.47) y (1.49) puede razonarse que:

$$v_e^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2} = \frac{Z e^2}{4\pi \epsilon_0 m_e r}; n = 1, 2, \dots \quad (1.53)$$

De donde puede despejarse una expresión para r recordando que $\hbar = h/2\pi$:

$$r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e Z e^2} n^2; n = 1, 2, \dots \quad (1.54)$$

A partir de la Ec. (1.54), considerando $Z = 1$ y $n = 1$ se obtiene el llamado radio de Bohr, correspondiente a la primer órbita del átomo de Hidrógeno, cuyo valor es $r_0 = 0.53$ [Å], lo cual concuerda aceptablemente con las estimaciones del tamaño del átomo. Reemplazando la Ec. (1.54) en la Ec. (1.52) se obtiene una expresión para la energía total del átomo:

$$E = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}; n = 1, 2, \dots \quad (1.55)$$

Si se reemplazan los valores de las constantes y se considera al átomo de Hidrógeno ($Z = 1$) se llega a la expresión:

$$E = -\frac{13.6}{n^2} [\text{eV}]; n = 1, 2, \dots \quad (1.56)$$

De la Ec. (1.56) se obtiene $E_1 = -13.6$ [eV] para el primer nivel de energía, correspondiente a la órbita mas pequeña en el átomo de Hidrógeno; $E_2 = -3.4$ [eV] para el segundo nivel; $E_3 = -1.51$ [eV] para el tercero; etc. Estos valores corresponden a la cantidad de energía que se necesita aportar al átomo de Hidrógeno para ionizarlo, según el estado energético en el que se encuentre. Cuando n tiende a infinito la Ec. (1.56) predice que la energía tiende a cero, lo cual se corresponde con órbitas tan grandes que se puede considerar al electrón como desligado del átomo.

Utilizando la Ec. (1.55) puede obtenerse la energía del fotón emitido cuando el átomo de Hidrógeno realiza una transición desde un nivel con energía E_n a otro nivel con energía E_m :

$$E = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{e^2}{8 \pi \epsilon_0 r_0} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.57)$$

Este valor de energía para el fotón emitido puede escribirse en términos del número de onda $k = 1/\lambda$ sabiendo que $E = h \nu$:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{e^2}{8 \pi \epsilon_0 h c r_0} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.58)$$

Un hecho notable es que la Ec. (1.58), obtenida mediante consideraciones puramente teóricas, resulta idéntica a las expresiones empíricas de Balmer y Rydberg para predecir los espectros de emisión del Hidrógeno. De hecho, la Ec. (1.58) permite calcular en forma teórica la constante de Rydberg para el Hidrógeno, mediante:

$$R_H = \frac{e^2}{8 \pi \epsilon_0 h c r_0} = 1.0973732 \times 10^7 [\text{m}^{-1}] \quad (1.59)$$

La Ec. (1.58) permite interpretar la serie de Balmer como producida por aquellas transiciones del átomo de Hidrógeno que culminan en el nivel correspondiente a $m = 2$. Cuando Bohr presentó su teoría, también se conocía la serie correspondiente a transiciones que culminan en el nivel $m = 3$ (serie de Paschen, en honor a su descubridor). Además, la teoría predijo con éxito otras líneas espectrales del átomo de Hidrógeno que luego fueron halladas. Así, en 1916 Lyman halló las líneas correspondientes a transiciones a $m = 1$; en 1922 Brackett descubrió la serie de líneas correspondientes a transiciones que terminan en el nivel $m = 4$; y en 1923 Pfund halló las líneas que terminan en $m = 5$. La **Figura 1.19**

representa un esquema de alguna de las transiciones del átomo de Hidrógeno junto a sus series correspondientes.

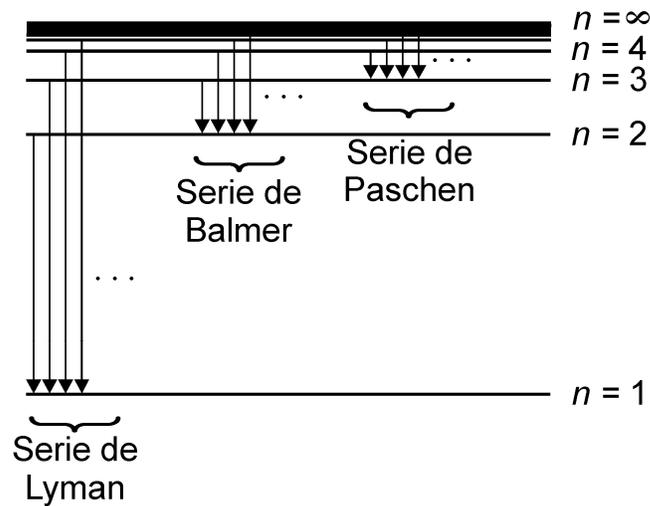


Figura 1.19: diagrama de los niveles de energía para el átomo de Hidrógeno

Influencia del movimiento del núcleo

Las expresiones obtenidas en el apartado anterior se hicieron bajo la suposición de que la masa del núcleo (M) es mucho mayor a la masa del electrón (m_e), es decir, suponiendo al núcleo permaneciendo fijo. Sin embargo, para el átomo de Hidrógeno M es sólo 1,836 veces mayor a m_e , y por lo tanto la hipótesis de un núcleo fijo se encuentra algo alejada de la realidad. Tanto el núcleo como el electrón describen órbitas alrededor del centro de masa. Un estudio detallado permite obtener una expresión más exacta para la energía en los niveles estacionarios de un átomo con un solo electrón, como:

$$E = - \frac{m_e Z^2 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 \left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \frac{1}{n^2} \quad (1.60)$$

Esta nueva expresión sirvió para explicar las diferencias en las líneas espectrales de los isótopos de algunos elementos; por ejemplo en las líneas espectrales del Deuterio, el cual es un isótopo del Hidrógeno con una masa en su núcleo que duplica a la del núcleo de Hidrógeno.

Si bien la teoría de Bohr resultó exitosa en cuanto a que coincidía con algunos resultados experimentales en átomos con un solo electrón, también sufría de algunas inconsistencias. El primer indicio se presentó cuando se utilizaron técnicas espectroscópicas complejas para analizar las líneas espectrales del Hidrógeno, descubriéndose que en su mayoría estaban constituidas por grupos de líneas muy cercanas entre si. Otra inconsistencia surgió al observarse que muchas de las líneas en el

espectro se desdoblaban en numerosas líneas al someter a los átomos a campos magnéticos poderosos. El modelo de Bohr no logro explicar estos fenómenos.

1.4.5. Modelo cuántico del átomo

En su modelo atómico, Bohr consideró al electrón como una partícula en órbita alrededor del núcleo en niveles de energía cuantizados no radiantes, a los que llamo estados estacionarios. Este modelo llevo a un análisis que combinaba conceptos de física clásica y física cuántica. Además, permitió explicar con éxito ciertas observaciones experimentales, pero no fue capaz de explicar otros fenómenos observados experimentalmente, como por ejemplo, el desdoblamiento de líneas espectrales en átomos sujetos a campos magnéticos fuertes. Estas dificultades se eliminan cuando se utiliza un modelo puramente cuántico que incluya la resolución de la ecuación de Schrödinger para la función de onda. Este nuevo planteo, el cual se engloba en la rama de la física denominada mecánica cuántica, no considera al electrón moviéndose en órbitas perfectamente definidas (como plantea Bohr), sino más bien plantea el movimiento del electrón en una región difusa alrededor del núcleo denominada nube electrónica. A continuación, se describen en más detalle los principales conceptos del modelo atómico propuesto por la mecánica cuántica.

La función de onda

Según la mecánica cuántica, con cada partícula se encuentra asociada una *función de onda*, $\Psi(x, y, z, t)$. La interpretación de la función de onda es tal que la probabilidad por unidad de volumen de hallar a la partícula en una región del espacio es proporcional al cuadrado de su función de onda. Más precisamente, siendo la función de onda una función de variable compleja se cumple que dicha probabilidad, denotada por P , se obtiene mediante:

$$P = \int_R |\Psi(x, y, z, t)|^2 dR \quad (1.61)$$

donde R es la región del espacio cuya probabilidad de encontrar a la partícula en su interior es P .

Para cualquier sistema en que la energía potencial sea independiente del tiempo y dependa solo de la posición de las partículas dentro del sistema, la función de onda será también independiente del tiempo, es decir, $\Psi = \Psi(x, y, z)$.

En el año 1926, Erwin Schrödinger propuso una *ecuación de onda* la cual describe la manera en que la función de onda varía en el espacio. Al analizar el comportamiento de un sistema cuántico (como por ejemplo el átomo) es necesario determinar la solución de esta ecuación y aplicarle las condiciones de contorno apropiadas. Así, la solución proporciona las funciones de onda para las partículas en el sistema (como por ejemplo, los electrones) y los niveles de energía permitidos.

La ecuación de Schrödinger en coordenadas cartesianas, aplicada a una partícula de masa m que interactúa con su entorno por medio de una función de energía potencial $U(x, y, z)$, es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U \Psi = E \Psi \quad (1.62a)$$

donde E es la energía total del sistema. En el estudio del átomo de Hidrógeno, la función energía potencial es solo una función del radio r dada por:

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (1.62b)$$

Debido a la simetría esférica del problema, es conveniente tratar con la ecuación de Schrödinger en coordenadas esféricas. Se muestra una representación del sistema de coordenadas esféricas en la **Figura 1.20**.

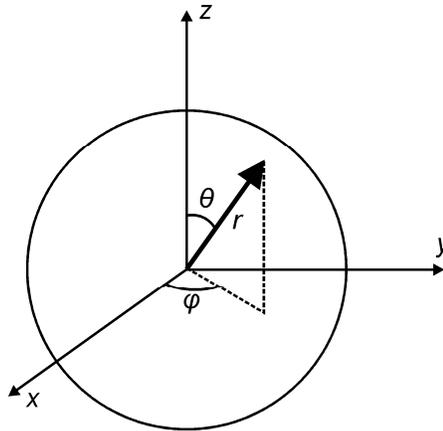


Figura 1.20: sistema de coordenadas esféricas

La transformación de coordenadas necesaria es extremadamente compleja y escapa al interés de este texto. Se presenta directamente la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo en coordenadas esféricas:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right] + U \Psi = E \Psi \quad (1.63)$$

La resolución de la ecuación de Schrödinger no será llevada a cabo debido a su complejidad, aunque se brindan los lineamientos generales de su resolución en el Apéndice B. En cambio se procederá a explicar las soluciones ya conocidas. Así, la solución a la ecuación de Schrödinger en coordenadas esféricas resulta separable en variables y por lo tanto la función de onda $\Psi = \Psi(r, \theta, \phi)$ puede representarse mediante la forma:

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi) \quad (1.64)$$

donde R , Θ y Φ son funciones de una sola variable, r , θ y φ , respectivamente. Reemplazando la Ec. (1.64) en la ecuación (1.63) se obtienen tres ecuaciones diferenciales para las funciones R , Θ y Φ . Resolviendo estas tres ecuaciones diferenciales y aplicando las condiciones de contorno adecuadas, se obtienen las soluciones para las funciones R , Θ y Φ . Estas soluciones se encuentran caracterizadas por tres números cuánticos n , l , y m_l , diferentes para cada estado energético del átomo.

Interpretación de los números cuánticos

Como se comentó anteriormente, a diferencia del modelo de Bohr, la mecánica cuántica no considera al electrón moviéndose en órbitas definidas. En cambio, lo considera moviéndose en una zona difusa del espacio, denominada comúnmente *nube electrónica*. La forma y distribución de la nube electrónica se encuentra determinada enteramente por la función de onda $\Psi(r, \theta, \varphi)$ y por lo tanto por los números cuánticos (n , l , y m_l). Sólo a manera de ejemplo, se muestran en la **Figura 1.21** dos configuraciones particulares de la nube electrónica obtenidas a partir de diferentes combinaciones de (n , l y m_l).

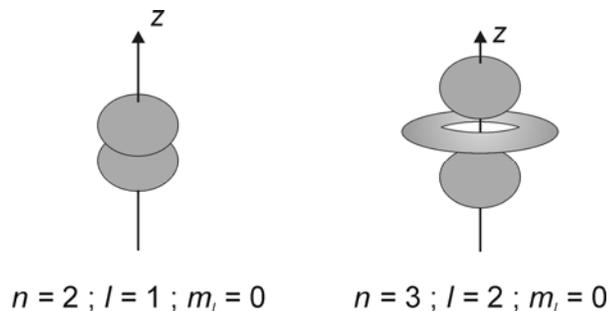


Figura 1.21: distribuciones de la nube electrónica para diferentes configuraciones de los números cuánticos (n , l y m_l)

Número cuántico principal (n)

Se encuentra asociado con la ecuación radial $R(r)$. Esta ecuación lleva a funciones radiales que permiten calcular la probabilidad de encontrar el electrón a una cierta distancia radial del núcleo. A partir de la ecuación radial, las energías de los estados permitidos en el átomo de Hidrógeno pueden ser obtenidas en función del número cuántico principal n :

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0} \frac{1}{n^2} [\text{eV}] = -\frac{13.6}{n^2} [\text{eV}]; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.65)$$

Nótese que los estados energéticos permitidos obtenidos a partir de la mecánica cuántica coinciden con los estados obtenidos por el modelo de Bohr [ver Ecs. (1.55) y (1.56)].

Número cuántico orbital (l)

De acuerdo con la mecánica cuántica un átomo cuyo número cuántico principal es n no puede tomar cualquier valor de magnitud de momento angular, sino solamente cantidades discretas determinadas por el número cuántico orbital l , según:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar; \quad l = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \quad (1.66)$$

Nótese que l solo puede tomar valores enteros desde 0 hasta $n - 1$. Dados estos valores permitidos de l , puede verse que $L = 0$ (correspondiente a $l = 0$) es un valor factible de momento angular orbital. Este estado puede interpretarse como un movimiento con simetría esférica del electrón pero sin un eje de rotación fundamental, sino mas bien con un movimiento caótico alrededor del núcleo atómico.

Número cuántico magnético orbital (m_l)

La cantidad de movimiento angular (cuantizada en magnitud por el número cuántico orbital l) es una cantidad vectorial. Dado que el electrón es una carga en movimiento alrededor del núcleo genera un momento magnético, el cual se denota como μ . Para entender el rol que juega el número cuántico m_l debe recordarse que ciertas líneas espectrales de algunos elementos se desdoblan en varias líneas al someter a los átomos a campos magnéticos. Ahora, supóngase que se somete a los átomos a un campo magnético externo. Según la mecánica cuántica, existirán direcciones permitidas para el vector de momento magnético, μ , con respecto a la dirección del campo magnético aplicado, \mathbf{B} . Se denota a la dirección del campo \mathbf{B} como z . Dado que el vector de momento magnético y el de momento angular se relacionan mediante $\mu = (e / 2m_e) \mathbf{L}$, puede razonarse que las direcciones del vector de momento angular se encuentran también cuantizadas. El número cuántico magnético orbital determina la cuantización de la proyección del vector de momento angular \mathbf{L} sobre la dirección z , que denotamos L_z y responde a:

$$L_z = m_l \hbar; \quad m_l = -l, \dots, 0, 1, 2, \dots, l \quad (1.67)$$

En la **Figura 1.22** se esquematiza el vector de momento angular para el caso $l = 2$. Se observa que, la proyección en la dirección z (dirección del campo magnético aplicado) del vector \mathbf{L} toma valores cuantizados por el número cuántico m_l .

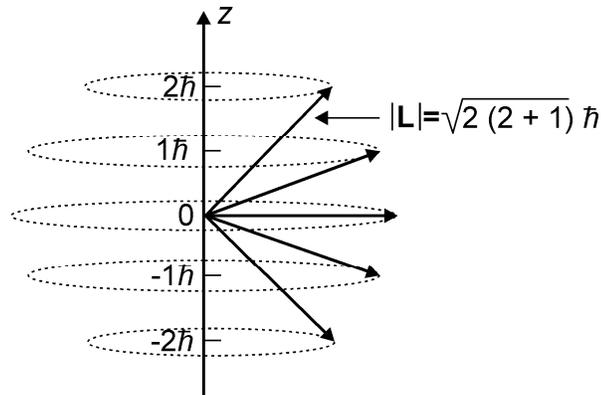


Figura 1.22: esquema del vector de momento angular, L , para $l = 2$

El desdoblamiento de las líneas espectrales en presencia de campos magnéticos puede explicarse a partir del modelo atómico obtenido según la mecánica cuántica. Al colocar el átomo en un campo magnético de amplitud \mathbf{B} y dirección z , la energía total del átomo aumenta. El aumento de energía corresponde a la energía adicional derivada de la interacción del campo magnético \mathbf{B} y el momento magnético $\boldsymbol{\mu}$, la cual viene dada por:

$$E_{m_l} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{2 m_e} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{2 m_e} m_l \hbar B \quad (1.68)$$

Por lo tanto, la energía total del átomo en presencia de un campo magnético esta dada por la suma de la Ec. (1.65) y la Ec. (1.68).

$$E_{n,m_l} = -\frac{e^2}{8 \pi \epsilon_0 r_0 n^2} + \frac{e}{2 m} m_l \hbar B \quad (1.69)$$

Entonces, en presencia de un campo magnético, para un mismo estado energético base determinado por n se tendrán en realidad $2l + 1$ estados energéticos diferentes, lo que dará lugar a $2l + 1$ líneas espectrales.

Reglas de selección para transiciones entre estados

La mecánica cuántica también especifica la forma en que las transiciones entre estados energéticos diferentes tienen lugar. Aunque no se darán mayores detalles, se dirá que no todas las transiciones entre estados energéticos están permitidas. Solo aquellas transiciones que cumplan las condiciones $\Delta l = \pm 1$ y $\Delta m_l = 0, \pm 1$ son posibles.

Número cuántico de espín

Los tres números cuánticos que se analizaron hasta ahora surgen directamente de la solución de la ecuación de Schrödinger aplicada al átomo. Sin embargo, experimentos subsecuentes demostraron que estos tres números no son suficientes para caracterizar el estado energético total de un átomo.

Entre 1921 y 1924, Stern y Gerlach, realizaron una serie de experimentos con la finalidad de comprobar la cuantización espacial (cuantización del momento magnético, m_l). Sus resultados presentaron ciertas diferencias cuantitativas respecto de los resultados teóricos esperados. En sus experimentos, un haz de átomos de Plata dirigidos a través de un campo magnético no uniforme se dividía en dos componentes discretas. Se muestra en la **Figura 1.23** un esquema del dispositivo utilizado por Stern y Gerlach.

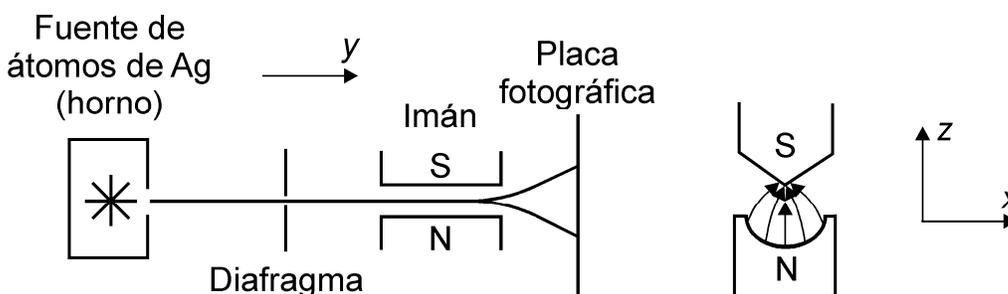


Figura 1.23: dispositivo utilizado por Stern y Gerlach

El haz de átomos neutros de Plata es generado evaporando Plata en un horno. El haz es colimado en el diafragma y enviado a través del campo magnético no uniforme para impactar finalmente en una placa fotográfica. Debido a que los átomos son neutros, la única fuerza actuando sobre ellos es la debida a la interacción entre el momento magnético μ y el campo magnético aplicado.

El haz dentro del campo magnético no uniforme experimenta una fuerza debido a la interacción del momento magnético μ y el campo aplicado, cuya magnitud depende de la orientación de μ . En consecuencia, el haz debía desdoblarse en una cantidad igual al número de orientaciones posibles del momento magnético, al atravesar la región de campo magnético.

Según la mecánica cuántica, el número de líneas que debían visualizarse sobre la placa fotográfica correspondería a la cantidad $(2l + 1)$, la cual coincide con el número de cuantizaciones del momento magnético μ . Dado que l es un entero, el valor $(2l + 1)$ siempre es impar. Sin embargo, Stern y Gerlach observaron un número par de líneas. Además, cualquiera sea el valor de l , el caso $m_l = 0$ debería estar siempre presente. A partir de esto, era de esperarse una línea sobre la placa fotográfica correspondiente a átomos que no sufrieran deflexión. Sin embargo, esto no se observó en el experimento. Los experimentos fueron repetidos por Phipps y Taylor en el año 1927 pero con átomos de

Hidrógeno. Los resultados fueron nuevamente coincidentes con los de Stern y Gerlach.

Para intentar explicar estas observaciones Goudsmit y Uhlenbeck propusieron que el electrón posee una cantidad de movimiento angular propio, un espín intrínseco, además de su momento angular orbital. En otras palabras, el electrón en un estado energético dado por el número cuántico n contiene tanto una contribución orbital \mathbf{L} como una contribución de espín \mathbf{S} .

De las experiencias y consideraciones teóricas, se concluyó que el momento magnético de espín puede tomar dos valores para la dirección z (correspondiente a la dirección del campo magnético aplicado):

$$S_z = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad (1.70)$$

Esto da lugar al cuarto número cuántico denominado número cuántico de espín, m_s , que puede tomar los valores $m_s = \pm 1/2$.

Notación espectroscópica y principio de exclusión

Por razones históricas, se dice que todos los estados que poseen el mismo número cuántico principal forman una capa. Las capas se identifican con las letras K, L, M, ..., que designan los estados para los cuales $n = 1, 2, 3, \dots$. De igual manera, se dice que todos los estados que poseen los mismos valores de n y l forman una subcapa. Las letras s, p, d, f, g, h, \dots se utilizan para designar las subcapas para las cuales $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Por ejemplo el estado $3p$ corresponde a $n = 3$ y $l = 1$, y el $2s$ corresponde a $n = 2$ y $l = 0$. La especificación de los valores n y l para un electrón atómico se denomina configuración electrónica.

La configuración electrónica de los electrones en un átomo se caracteriza a partir del llamado principio de exclusión propuesto por Wolfgang Pauli y de la regla de Hund propuesta por Friedrich Hund. El principio de exclusión postula que: *no puede haber dos electrones en el mismo estado cuántico; por lo tanto, dos electrones del mismo átomo no pueden tener el mismo conjunto de números cuánticos (n, l, m_l, m_s)*. Por otro lado, la regla de Hund establece la forma en que los electrones se distribuyen alrededor del átomo. A partir de esta regla puede considerarse la estructura electrónica de los átomos como una sucesión de niveles energéticos. Los electrones se ubican en la capa de menor energía. A medida que las capas inferiores se llenan, los electrones ocupan las capas subsiguientes. Cuando una capa se llena, el siguiente electrón se coloca en la subcapa de menor energía desocupada.

1.5. RADIACIÓN LÁSER

1.5.1. Emisión espontánea y estimulada

Se ha estudiado en las secciones precedentes que un electrón en cierto estado energético absorbe y emite radiación electromagnética solo dentro de las frecuencias que corresponden a la diferencia de energía entre los

estados permitidos. Para ver esto con más detalle, considérese un átomo con los niveles de energía permitidos E_1 y E_2 , con $E_1 < E_2$. En condiciones normales la mayoría de los átomos en un material se encuentran en el estado base (E_1). Cuando incide radiación sobre el átomo, solo aquellos fotones cuya energía ($h\nu$) sea exactamente igual a la diferencia de energía entre los dos niveles del átomo podrán ser absorbidos por el mismo. Este proceso es conocido como absorción estimulada y se representa esquemáticamente en la **Figura 1.24**. Nótese que, las líneas horizontales representan estados energéticos.

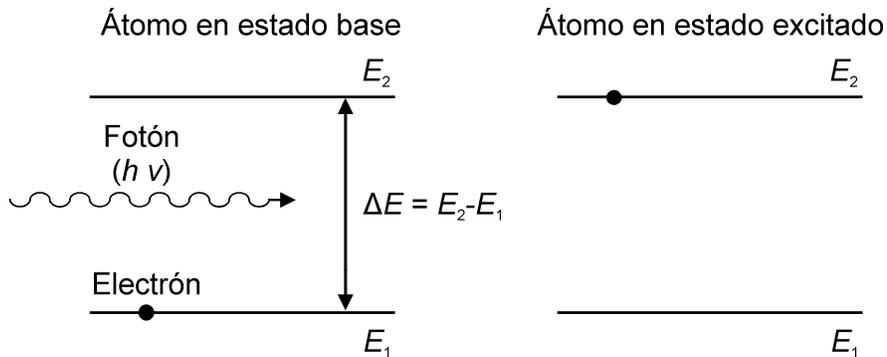


Figura 1.24: absorción estimulada de un fotón y excitación del átomo

Una vez que el átomo se encuentra en estado excitado (E_2), queda inestable y puede realizar una transición a un estado más estable de menor energía emitiendo un fotón en el proceso, tal y como se esquematiza en la **Figura 1.25**. Este proceso es conocido como emisión espontánea, ya que se produce de forma espontánea sin requerir de una estimulación externa que produzca dicha transición.

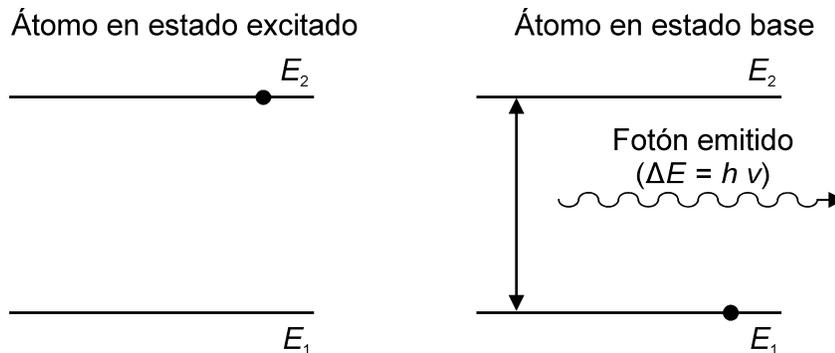


Figura 1.25: emisión espontánea de un fotón y desexcitación del átomo

Alternativamente a la emisión espontánea, también puede darse el fenómeno de emisión estimulada. Para entender este proceso de desexcitación, considérese la **Figura 1.26**. En este esquema se observa un átomo inicialmente en estado excitado. Imagínese que durante el intervalo de tiempo en el que el átomo se encuentra en este estado un fotón de energía $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$ incide sobre el átomo. Pueden darse dos situaciones posibles: i) si la energía del fotón incidente es suficiente

puede arrancar el electrón, ionizando el átomo; o ii) la interacción entre el fotón y el átomo provoca que este último vuelva al estado base, emitiendo en el proceso un nuevo fotón de energía $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$. En este último proceso, el fotón incidente no es absorbido; por lo tanto luego de la emisión estimulada, existirán dos fotones, el emitido a raíz de la desexcitación y el incidente, ambos de igual energía. La particularidad del proceso de emisión estimulada, radica en que ambos fotones (el incidente y el emitido) no solo poseen igual energía ($\Delta E = E_2 - E_1$), sino que además ambos fotones viajan en fase, en la misma dirección y se encuentran idénticamente polarizados.

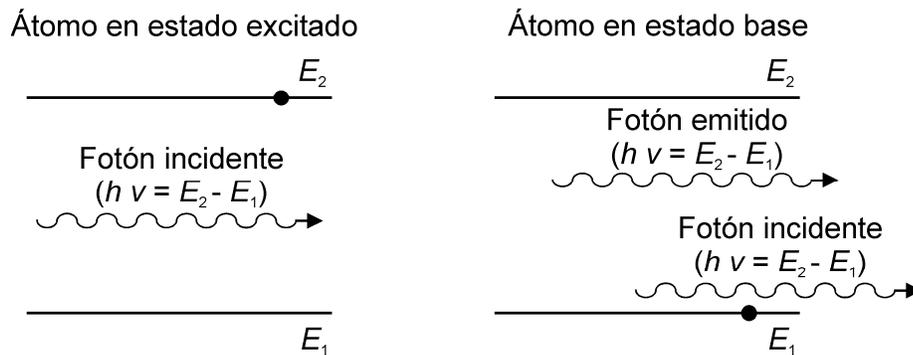


Figura 1.26: emisión estimulada y desexcitación del átomo

1.5.2. Equilibrio térmico e inversión de población

La distribución de estados energéticos en un sistema compuesto por un conjunto de átomos en ausencia de una fuente de energía externa se encuentra gobernada enteramente por la temperatura del sistema de acuerdo a la distribución de Boltzmann. Según Boltzmann, en un sistema atómico, el número N_1 de átomos en el estado energético E_1 se relaciona con el número N_2 de átomos en estados E_2 , según:

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{(E_1 - E_2)}{k_B T}} \quad (1.71)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann. La distribución de Boltzmann [Ec. (1.71)] predice que a una temperatura dada, el número de átomos en un estado energético decae exponencialmente con el valor de energía del estado. Un sistema que cumple la ecuación de Boltzmann se denomina sistema en *equilibrio térmico*. En un sistema de este tipo, el número de átomos en estados energéticos base es siempre mayor al número de átomos en estados excitados.

Considérese ahora, la situación en donde se inyecta energía a un sistema en equilibrio térmico para causar un exceso de átomos en estados excitados. Esta situación donde el número de átomos en estados excitados excede el número de átomos en estados base se denomina condición de *inversión de población*. Normalmente, para lograr la

condición de inversión de población, el estado excitado debe ser un estado *metaestable*, es decir, debe poseer un tiempo de vida mucho mayor al tiempo de un estado excitado de vida corta (aproximadamente 10^{-8} [seg.]) de modo de permitir cierta acumulación de átomos en estados excitados. El proceso de aporte de energía para lograr la inversión de población se denomina *bombeo*. Existen numerosas formas de bombeo, por ejemplo eléctrico, óptico, térmico, químico, etc., en función de la forma de aportar energía al sistema atómico.

1.5.3. Láser

La luz láser [por sus siglas en inglés: **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation (amplificación de luz por emisión estimulada de radiación)] posee ciertas características especiales que la hacen útil para diversas aplicaciones. Estas características son:

- Coherencia: las ondas individuales de luz en un láser conservan una relación de fase fija entre sí, con lo cual no existe interferencia destructiva entre las distintas ondas electromagnéticas.
- Monocromaticidad: tiene un rango muy limitado de longitudes de onda.
- Pequeño ángulo de divergencia: aun a grandes distancias, el haz láser se dispersa muy poco.
- Polarización.

El proceso por el cual se genera la luz láser subyace en el mecanismo de emisión estimulada. Supóngase que un átomo se encuentra en un estado excitado E_2 (como se esquematiza en la **Figura 1.26**) y que sobre él incide un fotón de energía $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$. Como se describió en las secciones anteriores, el fotón incidente puede estimular al átomo para que vuelva al estado base, emitiendo un fotón de igual energía, fase, dirección y polarización que el fotón incidente. El fotón incidente no es absorbido, por lo que al terminar la emisión estimulada se tienen dos fotones. A su vez, estos fotones pueden estimular a otros átomos a emitir, produciendo un proceso en cadena que genere una amplificación en el número de fotones de igual longitud de onda, fase, frecuencia y polarización. Se muestra un esquema básico de producción de luz láser en la **Figura 1.27**.

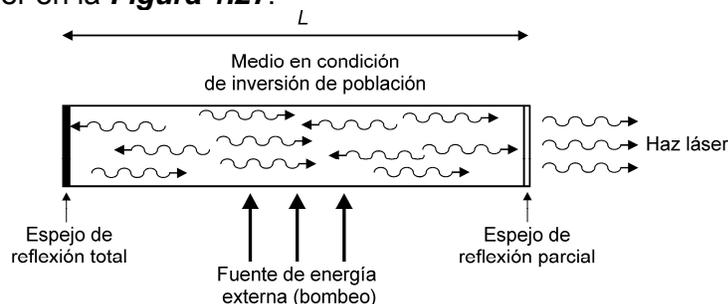


Figura 1.27: amplificación de luz por emisión estimulada de radiación (Láser)

Básicamente, un láser consta de un tubo o una cavidad dentro de la cual se sitúan los átomos constituyentes del medio activo. Para estudiar las condiciones en las que se lleva a cabo el fenómeno de amplificación de fotones, deben definirse las siguientes cantidades:

$$r_{\text{abs}} = B_{12} N_1 \rho \quad (1.72a)$$

$$r_{\text{em}} = B_{21} N_2 \rho \quad (1.72b)$$

$$r_{\text{esp}} = A_{21} N_2 \quad (1.72c)$$

donde r_{abs} [fotones / seg.] es la tasa de absorción estimulada de fotones; r_{em} [fotones / seg.] es la tasa de emisión estimulada; r_{esp} [fotones / seg.] es la tasa de emisión espontánea; B_{12} y B_{21} son las constantes de proporcionalidad para la absorción y emisión estimulada respectivamente; N_1 y N_2 son el número de átomos en estado base y en el estado excitado; ρ es el número de fotones dentro de la cavidad con energía $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$; y A_{21} es la constante de proporcionalidad para la emisión espontánea. Normalmente, se cumple $B_{12} = B_{21} = B$, es decir, los fenómenos de absorción y emisión estimulada son equiprobables.

El fenómeno de amplificación de fotones ocurre si se cumplen las siguientes dos condiciones:

$$\frac{r_{\text{em}}}{r_{\text{abs}}} = \frac{B N_2 \rho}{B N_1 \rho} = \frac{N_2}{N_1} > 1 \quad (1.73a)$$

$$\frac{r_{\text{em}}}{r_{\text{esp}}} = \frac{B N_2 \rho}{A_{21} N_2} = \frac{B \rho}{A_{21}} > 1 \quad (1.73b)$$

La Ec. (1.73a) resulta una condición necesaria que se logra a partir de la condición de inversión de población. La restricción en la Ec. (1.73b) se relaciona con el tiempo de vida del estado excitado. Para estados metaestables la relación B/A_{21} aumenta respecto a estados de vida corta. Adicionalmente, para lograr grandes valores de la relación $r_{\text{em}}/r_{\text{esp}}$ se utilizan espejos de modo de hacer pasar numerosas veces el flujo de fotones por dentro de la cavidad, generando grandes valores de ρ . Debe cumplirse una condición adicional de sintonización con el objetivo de generar ondas estacionarias dentro de la cavidad con nodos en los extremos de la misma. Se evita así la interferencia destructiva de las ondas que viajan longitudinalmente dentro de la cavidad. Esto se logra mediante la restricción:

$$L = \alpha \frac{\lambda}{2} \quad (1.74)$$

donde λ es la longitud de onda del láser y α es un número entero.

La descripción anterior permite razonar el modo de operación de un láser. En primera instancia, se logra la condición de inversión de población mediante el bombeo producido por una fuente de energía externa. Las primeras emisiones espontáneas en los átomos del medio activo generan fotones, los que producen la emisión estimulada en otros átomos excitados. Los fotones que se mueven en la dirección longitudinal se encuentran sintonizados con la cavidad por lo que se reflejan sucesivamente en los espejos de los extremos, generando cada vez mayor cantidad de emisión estimulada. Por el contrario, los fotones que se mueven en direcciones diferentes a la longitudinal, se extinguen con el tiempo. En conclusión, se genera amplificación de fotones solo en la dirección longitudinal de la cavidad. Si bien parte de los fotones pueden ser absorbidos por los átomos en el estado energético base, la relación r_{em} / r_{abs} resulta mayor a la unidad por lo que existe siempre una mayor cantidad de fotones que se generan por emisión estimulada respecto de los que se absorben. De igual forma, y debido a que la relación r_{em} / r_{esp} es mayor a la unidad, existe también una mayor cantidad de fotones que se generan por emisión estimulada respecto de los generados mediante la emisión espontánea. Por lo tanto, el efecto neto es el de amplificación de los fotones de igual dirección, energía, polarización y fase. Finalmente, el espejo de reflexión parcial permite la transmisión de cierta cantidad de fotones hacia el exterior de la cavidad, los cuales constituyen el haz láser propiamente dicho.

1.5.4. Láser gaseoso de Helio-Neón

El láser de He-Ne consiste básicamente de un tubo de vidrio dentro del cual se sitúa una mezcla de Helio y Neón a baja presión (aproximadamente 0.001 [atm.]). El bombeo se realiza mediante un sistema de descarga eléctrica. Se aplica una diferencia de potencial de alrededor de 1,500 [V] al tubo generando una descarga eléctrica al sobrepasarse la resistencia dieléctrica del gas. La descarga eléctrica excita los átomos de Helio y de Neón a diferentes estados excitados.

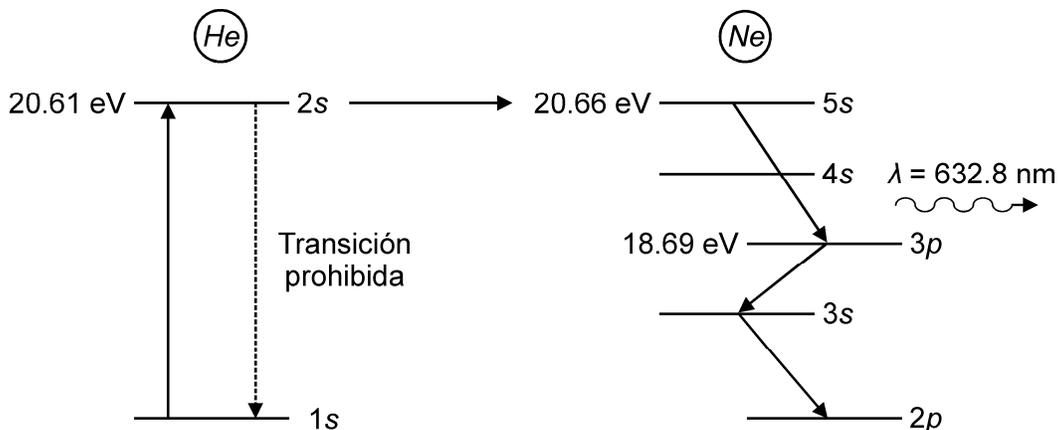


Figura 1.28: transiciones energéticas involucradas en la amplificación de fotones en el láser de He-Ne

Algunos átomos de Helio excitados (aquellos con energía específica de 20.61 [eV], configuración 2s) no pueden volver al estado base emitiendo un fotón, debido simplemente a que tal transición no cumple la regla de selección ($\Delta l = \pm 1$). Por lo tanto, estos átomos solo pueden volver al estado base colisionando con los átomos de Neón y transfiriendo su energía a estos últimos. Este proceso excita los átomos de Neón hacia un nivel de energía superior (el objetivo es excitar los electrones en el estado 2p y alcanzar el nivel 5s del Neón de energía 20.66 [eV]). Se muestra en la **Figura 1.28** un esquema de los niveles energéticos involucrados.

Se observa en la figura que el efecto de amplificación se logra con la emisión estimulada desde el nivel 5s hasta el nivel 3p (transición permitida, $\Delta l = 1$). La energía del fotón emitido es $\Delta E = (20.66 - 18.69)$ [eV] = 3.1562×10^{-19} [J] y su longitud de onda $\lambda = 632.8$ [nm].



Acerca del autor

Luis Alberto Clementi

Profesor Adjunto de la asignatura "Física Moderna" en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad Regional Santa Fe - U.T.N.
Bioingeniero graduado en la Universidad Nacional de Entre Ríos.
Doctor en Tecnología Química de la Universidad Nacional del Litoral.
Investigador en el Grupo de Polímeros del Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC - UNL-CONICET). Se desempeña en el campo de caracterización de materiales coloidales particulados mediante técnicas de fraccionamiento y de dispersión de luz.

Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional – edUTecNe

<http://www.edutecne.utn.edu.ar>

edutecne@utn.edu.ar