

TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD



COMPLEMENTO DIDÁCTICO

-2017-

Teoría especial de la relatividad

Introducción:

El presente apunte constituye un complemento del libro de la materia Mecánica Racional (edUTecNe, 2014), el cual no incluye entre sus contenidos los conceptos que aquí se exponen.

Debido a las complejidades inherentes a esta teoría, también denominada “de la relatividad restringida”, este apartado intenta introducir al tema describiendo las principales ecuaciones y consecuencias conceptuales, sin entrar en un extenso detalle teórico, el cual resulta de inevitable lectura en la bibliografía recomendada.

En los apartados precedentes, las cantidades dinámicas y cinemáticas introducidas para objetos macroscópicos (posición, tiempo, cantidad de movimiento, energía) son mensurables y pueden ser especificadas con cualquier grado de precisión deseado mediante la instrumentación adecuada.

Cuando se intenta hacer mediciones de precisión sobre objetos microscópicos, existe una limitación fundamental para la precisión de los resultados, ya que las mediciones perturban el movimiento estudiado. Basado en este hecho, Heisenberg enunció su “principio de incertidumbre”, según el cual la mecánica newtoniana no puede aplicarse a objetos pequeños. Así, ésta última se adecua perfectamente a la descripción de fenómenos de gran escala, mientras que una nueva mecánica –la cuántica- se hace necesaria para el análisis de procesos en el dominio atómico. Además de esta limitación, existen otras referidas a los conceptos de tiempo, distancias muy pequeñas y altas velocidades, tal como veremos a continuación.

Habiendo declarado como objeto de la Mecánica el estudio de los movimientos, la inclusión de esta teoría dentro de la formación del ingeniero se ve justificada en el hecho de que si bien prevalece en un campo de aplicación un tanto lejano al de la Ingeniería Mecánica, constituye un estudio general de los movimientos que comprende como caso particular al aplicable en la dinámica de mecanismos.

La comprobación experimental de Michelson y Morley en 1881-1887 de la inexistencia del éter (medio elástico que –se creía- ocupaba los espacios vacíos del universo constituyendo un marco de referencia absoluto) y de que la velocidad de la luz es finita

Departamento Ingeniería Mecánica
Mecánica Racional, Ercoli L. – Azurmendi V., edUTecNe 2014
e independiente de cualquier movimiento uniforme relativo entre la fuente y el observador, requirieron una reorganización fundamental de la estructura de la dinámica. Esta fue provista entre 1904 y 1905 por H. Poincaré, H. A. Lorenz y A. Einstein, quienes formularon la teoría para marcos de referencia en movimiento uniforme.

La base de la teoría de la relatividad está contenida en dos **postulados**:

1. Las leyes de los fenómenos físicos son idénticas en todos los marcos de referencia inerciales (es decir, sólo puede medirse movimiento relativo entre marcos inerciales; el concepto de movimiento relativo a “reposo absoluto” no tiene sentido). En otras palabras, las leyes del movimiento a que se llega observando acontecimientos desde marcos en movimiento, deben tener la misma forma en todos ellos.
2. La velocidad de la luz (en el espacio libre), $c \approx 300.000 \text{ Km/seg}$, es una constante universal independiente del movimiento de la fuente.

Utilizando estos postulados como base, Einstein construyó una teoría elegante que conforma un modelo de precisión lógica y describe completamente una gran variedad de fenómenos que ocurren a altas velocidades y que no pueden ser interpretados en el esquema de Newton.

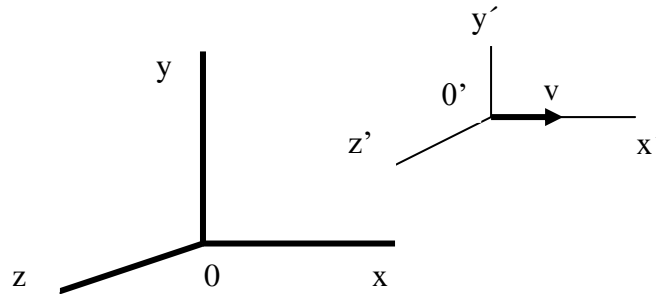
En 1916, Einstein presentó un tratamiento más general con marcos de referencia acelerados, la que recibió el nombre de “teoría general de la relatividad”.

1. La Transformación de Lorentz

Un marco de referencia puede representarse como un sistema coordinado con un conjunto de relojes sincronizados en todo el espacio y en reposo respecto de este. Por lo tanto, posee tres coordenadas espaciales x, y, z y una coordenada temporal, t ; desde el punto de vista matemático, un marco de referencia es un objeto tetradimensional espacio-tiempo.

En este contexto, se define como “suceso” a algo que ocurre en un lugar (donde) y en un instante particular (cuando). La relatividad estudia cómo se relaciona un suceso descrito en un marco de referencia con su descripción en otro marco de referencia.

Sean los marcos inerciales 0 y $0'$. El marco $0'$ se mueve en la dirección y sentido $+x$ a la velocidad v con respecto al marco 0 .



El principio de invariancia galileana, que asegura el cumplimiento de los Postulados de Newton visto en el Apartado 3.2 del libro de la materia, predice que la velocidad de la luz es diferente en estos dos marcos de referencia inerciales que están en movimiento relativo, lo cual es contradictorio al segundo postulado de la relatividad.

En efecto, si se emite un pulso de luz desde el origen común de los sistemas en movimiento cuando están coincidentes, los frentes de onda observados en los dos sistemas viajan con velocidades:

$$\begin{array}{ll} c & \text{en el } (0, x, y, z) \text{ y} \\ c' = c - v & \text{en el } (0', x', y', z') \end{array}$$

Es decir que siguiendo a Galileo, observadores diferentes estarán de acuerdo en el tiempo que duró el viaje del pulso (ya que en su modelo el tiempo es un concepto absoluto), pero no estarán de acuerdo en la distancia recorrida (porque el espacio no es un concepto absoluto). Dado que la velocidad de la luz es simplemente la distancia recorrida dividida por el tiempo empleado en recorrerla, observadores diferentes medirán velocidades de la luz diferentes, es decir: $c = x/t$ y $c' = x'/t'$. Este sólo hecho hace necesaria una nueva ley de transformación.

Veremos a continuación que en relatividad, por el contrario, todos los observadores “deben” estar de acuerdo en lo rápido que viaja la luz. Ellos continuarán, no obstante, sin estar de acuerdo en la distancia recorrida por la luz, por lo que tampoco estarán de acuerdo en el tiempo empleado (ya que éste es el espacio recorrido –sobre el que los observadores no están de acuerdo- dividido por la velocidad de la luz –sobre la que sí están de acuerdo). O sea que ahora, será: $c = x/t$ y $c = x'/t'$. Por ello, Lorentz propuso entre x y x' una relación del tipo:

$$x' = \gamma (x - vt) \tag{3.55}$$

en la que γ es una constante de proporcionalidad independiente de x y de t . Si $\gamma = 1$, entonces se obtiene como caso particular a la transformación galileana. Cambiando el signo de v (para contemplar la diferencia de sentido del movimiento relativo), tendremos:

$$x = \gamma (x' + vt') \tag{3.56 a}$$

En las direcciones normales a v , se tiene:

$$y = y' \quad (3.56 \text{ b})$$

$$z = z' \quad (3.56 \text{ c})$$

Sin embargo, t y t' son distintos. En efecto, sustituyendo (3.55) en (3.56) y despejando, se obtiene:

$$t' = \gamma t + \left(\frac{1 - \gamma^2}{\gamma v} \right) x \quad (3.57)$$

Las ecuaciones (3.55) a (3.57) satisfacen el primer postulado.

La satisfacción del segundo postulado permite calcular γ . En $t = 0$, $0 \equiv 0'$, y por ello es $t' = 0$. Si se enciende una linterna en $0 \equiv 0'$ cuando $t = t' = 0$ y un observador en cada sistema miden la velocidad a la cual se propaga la luz, ambos deben obtener c , es decir:

$$\text{en } 0 \text{ es } \quad x = c t \quad (3.58 \text{ a})$$

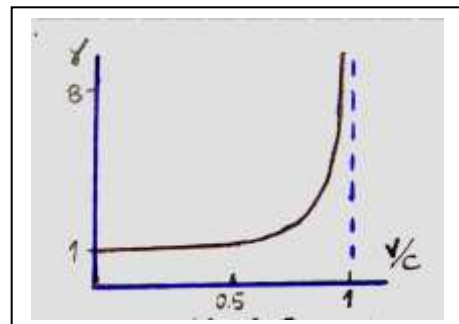
$$\text{en } 0' \text{ es } \quad x' = c t' \quad (3.58 \text{ b})$$

Sustituyendo en ésta última x' y t' mediante las (3.55) y (3.57), y despejando x , se obtiene:

$$x = c t \left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right) \frac{c}{v}} \right]$$

para que esta última se corresponda con (3.58 a), el corchete debe valer 1, y de allí:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.59)$$



Notar que si $v \ll c$, entonces $v/c \rightarrow 0$ y $\gamma \rightarrow 1$. Mientras que si $v/c \rightarrow 1$, entonces $\gamma \rightarrow \infty$

Introduciendo este valor en (3.55) y (3.57) se obtiene la **transformación de Lorentz**:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.60)$$

$$y' = y \quad (3.61)$$

$$z' = z \quad (3.62)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.63)$$

Estas expresiones transforman completamente las medidas de un acontecimiento ocurrido en O , en las medidas correspondientes realizadas en O' . Para transformar las mediciones en O' a valores en O , se sustituye en (3.60 – 3.63) las variables con comillas por variables sin comillas y viceversa, además de cambiar el signo de la v . Esta es la **transformación inversa de Lorentz:**

$$x = \frac{x' + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.64)$$

$$y = y' \quad (3.65)$$

$$z = z' \quad (3.66)$$

$$t = \frac{t' + \frac{v \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.67)$$

Pueden extraerse de (3.60 – 3.63) y (3.64 – 3.67) dos conclusiones muy importantes:

- Las mediciones de tiempo y de lugar dependen del marco de referencia del observador. Dos acontecimientos simultáneos en un marco en diferentes lugares, no tienen porqué ser simultáneos en el otro. Cada observador debe tener su propia medida del tiempo, que es la que registraría un reloj que se mueve junto a él, y relojes idénticos moviéndose con observadores diferentes no tienen porqué coincidir.
- Cuando la velocidad relativa entre los marcos O y O' es pequeña con relación a c , las ecuaciones de Lorentz se convierten en las de Galileo.

Como se observa, esta teoría nos fuerza a cambiar los conceptos de espacio y tiempo. Así como las leyes de Newton acabaron con la idea de Aristóteles de que el estado natural de un cuerpo en el espacio era estar en reposo y que éste se movía sólo si era empujado por una fuerza o un impulso, la teoría de la relatividad elimina el concepto de un tiempo absoluto. Debe aceptarse que el tiempo no está completamente separado e independiente del espacio, sino que por el contrario se combina con él para formar un objeto llamado espacio-tiempo. Así, un suceso es algo que ocurre en un punto particular del espacio y en un instante específico del tiempo (dónde y cuándo), por lo cual se puede describir por medio de cuatro números o coordenadas. La elección del sistema de coordenadas es, como antes, arbitrario: pueden usarse tres coordenadas espaciales cualesquiera y una medida del tiempo. En relatividad no existe una distinción real entre las coordenadas espaciales y la temporal, exactamente igual a como no hay ninguna diferencia real entre dos coordenadas espaciales cualesquiera. Las cuatro coordenadas de un suceso especifican su posición en un espacio tetradimensional llamado espacio-tiempo.

2. Algunas consecuencias de la transformación de Lorentz

Es importante mencionar que solamente las partículas subatómicas tales como electrones, protones, mesones, etc tienen velocidades suficientemente altas para que sean medibles los fenómenos relativistas.

2.1. Contracción espacial

Lorentz y Fitzgerald analizaron la longitud de una varilla en los marcos O y O' . En O , las coordenadas de sus extremos son x_1 y x_2 , por lo que su longitud es $L_0 = x_2 - x_1$ en el marco respecto al cual está en reposo.

¿Qué longitud $L = x_2' - x_1'$ verá un observador desde el marco O' ? Sustituyendo para x_1 y x_2 en (3.64) se pasa de las coordenadas en el O al O' ; y restando:

$$L_0 = x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

o:
$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.68) \quad \text{Contracción de Lorentz - Fitzgerald}$$

La ecuación (3.68) establece que la longitud de un objeto en movimiento con respecto a un observador parece a este más corta que cuando está en reposo con respecto a él (puede ejemplificarse imaginando que el conductor de un auto que se desplaza velozmente ve acortada a una varilla al costado del camino). Esto implica que la máxima longitud medible de un mismo objeto resultará cuando se lo hace desde un marco respecto del cual es estacionario.

Departamento Ingeniería Mecánica

 Mecánica Racional, Ercoli L. – Azurmendi V., edUTecNe 2014

Si la longitud de un cohete es L_0 cuando está en la rampa de lanzamiento, su longitud L cuando se mueva a la velocidad v , estará dada por la ecuación (3.68), mientras que al astronauta en el cohete los objetos en la tierra le parecen más cortos que cuando el

estaba en ella por un factor $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Se deja para el alumno demostrar mediante la ecuación (3.68) que para una velocidad $v = 1.000 \text{ Km/s}$ ($3.600.000 \text{ Km/h}$), la cual parece enorme para la Mecánica Clásica, es

$$L/L_0 = 0,99827 \quad \text{o sea } (L \approx L_0)$$

Mientras que para $v = 0,9 c$, es

$$L/L_0 = 0,436 \quad \text{o sea } (L = 43,6 \% \text{ de } L_0)$$

Este fenómeno físico de contracción tiene lugar solamente en la dirección del movimiento relativo. En nuestro caso, las dimensiones y y z de un objeto son las mismas. Para un cuerpo tridimensional (p. ej. un cubo) se produce un efecto visual debido a que la luz procedente de las partes más alejadas del objeto fue emitida antes que la que procede de partes más próximas, aumentando la longitud “aparente” del objeto en la dirección del movimiento, generando una distorsión como si cambiara de orientación y por lo tanto de forma.

2.2. Dilatación temporal

Los intervalos de tiempo también están afectados por el movimiento relativo. Imaginemos un reloj situado en el punto x' del marco en movimiento O' . En un determinado instante, para un observador en el marco O' , el tiempo es t_1' , mientras que para uno en O es, por (3.67):

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{v \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Después de un cierto intervalo, el tiempo para el observador en O' es t_2' , y el intervalo:

$$\Delta t' = t_2' - t_1'$$

El observador en O mide para el final del mismo intervalo:

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{v \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

de manera que el intervalo para él dura:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

o sea

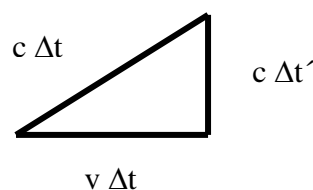
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t' \quad (3.69) \quad \text{Dilatación del tiempo}$$

Un reloj estacionario mide mayores intervalos de tiempo entre acontecimientos que ocurren en un marco de referencia en movimiento que un reloj situado en el marco en movimiento. Los relojes que se mueven con respecto a un observador parece que tienen un “tic-tac” más lento que cuando están en reposo respecto del mismo.

Este fenómeno puede ser analizado geoméricamente mediante un sencillo razonamiento que se describe en el siguiente video.

<https://www.bing.com/videos/search?q=transformaci%C3%B3n+de+lorenz&&view=detail&mid=5F90CE8703AD63F04EC55F90CE8703AD63F04EC5&&FORM=VRDGA&ru=%2Fvideos%2Fsearch%3Dtransformaci%25c3%25b3n%2Bde%2Blorentz%26%26FORM%3DVIDVXX>

El razonamiento se basa en utilizar un reloj idealizado que consiste de dos espejos paralelos dispuestos verticalmente entre los cuales rebota un destello de luz, de forma que cada rebote es un “tic” o un “tac”. Si el reloj se desplaza con el marco en movimiento a velocidad v respecto del observador en reposo, éste observa que en un cierto Δt el destello recorre una distancia inclinada $c \Delta t$, mientras que el reloj recorre la distancia $v \Delta t$ paralela al eje x . A su vez, el observador en movimiento observa que el destello recorre la distancia vertical $c \Delta t'$. Es decir, que la trayectoria de la luz en movimiento es mayor que la distancia entre los espejos. Gráficamente:



Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$(c \Delta t)^2 - (v \Delta t)^2 = (c \Delta t')^2$$

de donde:

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

Como ejemplo de aplicación se deja para el lector investigar en la bibliografía las contracciones de tiempo y longitud que se presentan en el movimiento de los mesones μ -partículas que viajan a una $v = 0,998 c$ y cuya existencia dura $\Delta t' = 2 \times 10^{-6}$ seg. Mientras que el mesón “cree” que en ese lapso recorre 600 m, desde la tierra se mide una distancia de 9.500 m.

3. Relatividad de la masa

Otra interesante consecuencia de la transformación de Lorentz es el concepto de variación de la masa. Partiendo del análisis desde los marcos 0 y $0'$ de la colisión de dos partículas A y B de masas iguales cuando están en reposo respecto de un observador en 0 , aplicando las transformaciones correspondientes e invocando la conservación de la cantidad de movimiento, resulta:

$$m_A = m_B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

La diferencia entre las masas observadas desde distintos marcos significa que las mediciones de masa también dependen de la velocidad relativa entre el observador y lo que es observado. En el análisis precedente, tanto A como B se mueven en 0 .

En el caso que se desee expresar la masa m de un cuerpo, medida mientras está en movimiento, en función de su masa m_0 medida cuando está en reposo, resulta:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.70) \quad \text{Masa relativista}$$

La masa de un cuerpo que se mueve a la velocidad v con respecto a un observador, es mayor que su masa cuando está en reposo con respecto al observador por el factor

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Este incremento de masa es recíproco; para un observador en $0'$ es $m_A = m$ y

$m_B = m_0$. Medida desde la tierra, una nave en vuelo es más corta y con mayor masa que otra igual situada en el suelo. Al piloto en vuelo le parece también que la nave en el suelo es más corta y que tiene más masa. Notar que la masa tiende a infinito cuando v se acerca a c . Esto implica que la velocidad v debe siempre ser menor que c , ya que se necesitaría una fuerza infinita para acelerar a un cuerpo hasta un valor de velocidad para el cual su masa fuese infinita.

Departamento Ingeniería Mecánica

 Mecánica Racional, Ercoli L. – Azurmendi V., edUTecNe 2014

Al igual que en la mecánica clásica la conservación de la cantidad de movimiento es válida si se define como

$$m.v = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.71)$$

Sin embargo, dada la variación de la masa, la ley del movimiento de Newton sólo es correcta en la forma

$$F = d/dt (m v) = d/dt \left[m_0 v / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right] \quad (3.72)$$

La fuerza resultante sobre un cuerpo es igual a la rapidez de variación de su cantidad de movimiento.

4. Masa y Energía

Esta relación es la más célebre que Einstein obtuvo de los postulados de la relatividad especial. Partiendo de la definición de la energía cinética (e) de un cuerpo y haciendo uso de las expresiones deducidas en los apartados anteriores, Einstein encontró que la energía total ($E = m c^2$) del cuerpo es:

$$E = m c^2 = e + m_0 c^2 \quad (3.73)$$

Es decir que cuando el cuerpo está en reposo ($e = 0$), aún posee la energía $m_0 c^2$ que recibe el nombre de energía en reposo (E_0) de un cuerpo cuya masa en reposo es m_0 .

Se observa que la energía (además de sus manifestaciones cinética, potencial, térmica, etc), puede manifestarse como masa. El factor de conversión entre la unidad de masa (Kg) y la de energía (Joule) es c^2 , por lo que 1 Kg de materia contiene una energía de 9×10^{16} Joule. Aún siendo muy pequeña, una porción de materia posee gran cantidad de energía que es liberada en las reacciones exotérmicas de la física y la química.

Debido a que la masa y la energía no son independientes, los principios establecidos separadamente de conservación de la masa y de la energía, constituyen en realidad uno sólo: el principio de conservación de la masa-energía. Así, la masa puede ser creada o destruida, pero sólo si simultáneamente desaparece o aparece una cantidad equivalente de energía y viceversa.

Veamos si para $v \ll c$ se cumple que $e = 1/2 m_0 v^2$. De (3.73) y (3.70), es:

$$e = m.c^2 - m_0.c^2 = \frac{m_0.c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0.c^2$$

Aplicando el teorema del binomio: $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cong 1 - (-1/2) v^2 / c^2 = 1 + 1/2 v^2 / c^2$

luego,

$$e = (1 + \frac{1}{2} v^2 / c^2) m_0 c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

por lo que para bajas velocidades la expresión relativista de la energía cinética de una partícula en movimiento se reduce a la expresión clásica. La energía total de la partícula en este caso es:

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

La equivalencia de masa y energía es constantemente observada en la física de partículas actual. Pero todavía no está claro de dónde provienen las masas de las partículas. El Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN) tiene en funcionamiento un acelerador de partículas inaugurado en 2008 -en cuyo gran colisionador de hadrones (LHC) se probó la existencia del Bosón de Higgs en 2013-, el que dará probablemente una respuesta a esa cuestión. Quizá entonces pueda comprenderse realmente qué significa la fórmula de Einstein.

3. Teoría general de la relatividad

Si bien los contenidos conceptuales de la asignatura no incluyen el estudio de la relatividad general, es importante dejar someramente explicitado cómo siguió evolucionando el modelo relativista.

La teoría vista en el apartado anterior tuvo un gran éxito al explicar porqué la velocidad de la luz era la misma para todos los observadores (tal y como había demostrado el experimento de Michelson-Morley) y al describir adecuadamente lo que sucede cuando los objetos se mueven con velocidades cercanas a la de la luz. Sin embargo, la teoría era inconsistente con la teoría de la gravitación de Newton, que decía que los objetos se atraían mutuamente con una fuerza dependiente de la distancia entre ellos. Esto significa que si se mueve uno de los objetos, la fuerza sobre el otro cambiará instantáneamente o, en otras palabras, que los efectos gravitatorios deberían viajar con una velocidad infinita, en vez de con una velocidad igual o menor que la de la luz, como requiere la teoría de la relatividad especial. Einstein realizó entre 1908 y 1914 varios intentos, sin éxito, para encontrar una teoría de la gravedad que fuera consistente con la relatividad especial. Finalmente, en 1915, propuso lo que hoy en día se conoce como teoría de la relatividad general.

Einstein hizo la sugerencia revolucionaria de que la gravedad no es una fuerza como las otras, sino que es una consecuencia de que el espacio-tiempo no sea uniforme, como previamente se había supuesto, sino que está curvado, o “deformado”, por la distribución de masa y energía en él presente. Los cuerpos –como la Tierra por ejemplo– no están forzados a moverse en órbitas curvas por una fuerza llamada gravedad; en vez de esto, siguen una geodésica (la trayectoria más parecida a una línea recta en un espacio curvo).

En relatividad general los cuerpos siguen siempre líneas rectas en el espacio tetradimensional; sin embargo, parece que se mueven a lo largo de trayectorias curvadas en el espacio tridimensional. La masa del Sol curva el espacio-tiempo tetradimensional de modo tal que a pesar que la Tierra sigue un camino recto en él, parece que se mueve en una órbita ligeramente elíptica en el espacio tridimensional. El siguiente video ilustra gráficamente el concepto.

[https://www.bing.com/videos/search?q=video+teor%
c3%ada+de+la+relatividad+genera
l&docid=608035096801905603&mid=14D1C24BCF4ABE0F53FA14D1C24BCF4AB
E0F53FA&view=detail&FORM=VIRE](https://www.bing.com/videos/search?q=video+teor%c3%ada+de+la+relatividad+genera&docid=608035096801905603&mid=14D1C24BCF4ABE0F53FA14D1C24BCF4ABE0F53FA&view=detail&FORM=VIRE)

“Cuando un escarabajo se arrastra por una rama curva, no se da cuenta de que la rama está curvada. Yo tuve la suerte de darme cuenta de aquello que el escarabajo no advirtió” A. Einstein, de una conversación con su hijo Eduard, en 1919.

Referencias

1. R. L. Reese, *Física universitaria*, Vol II, cap. 25, THOMSON, 2002.
2. A. Beiser, *Conceptos de Física Moderna*, Mc. GRAW-HILL, 1965
3. C. H. Blanchard et al, *Introduction to Modern Physics*, PRENTICE-HALL, 1958.
4. S. W. Hawking, *Historia del tiempo*, DRAKONTOS, 2002.
5. A. Einstein y L. Infeld, *La Física, aventura del pensamiento*, LOSADA, 2002.