

MEDICIÓN DE ENERGÍA ACTIVA EN PRESENCIA DE CORRIENTES ARMÓNICAS

D. N. M. Balducci, J. L. Frund, L. D. Rispoli, C. D. Mache y F. M. Vincitorio¹.

Resumen. Las lámparas de bajo consumo se han convertido en los últimos años en el símbolo del paradigma de la eficiencia energética. Muchos países han adoptado este paradigma como el eje principal de sus campañas de concientización, implementando planes de remplazo masivo o bien leyes que las impulsan y prohíben el uso de las lámparas incandescentes.

El presente trabajo trata sobre el impacto provocado por las LFC en la medición de energía de los sistemas de redes eléctricas domiciliarias.

Como se sabe las LFC provocan un alto grado de distorsión armónica en la curva de corriente, esto trae como consecuencia, entre muchas otras, una disminución del factor de potencia de la carga.

El objetivo del trabajo es contrastar las mediciones de dos instrumentos diferentes. Por un lado se compara un medidor de energía inductivo trifásico marca Schlumberger, con un analizador de potencia eléctrica de verdadero valor eficaz. Y por el otro un medidor de energía electrónico trifásico marca Elster, ambos instrumentos ensayados y homologados por la empresa de energía eléctrica.

Los resultados obtenidos hasta el momento demuestran una importante diferencia tanto en el instrumento inductivo como en el electrónico, llegando a registrarse un exceso de 28% respecto del analizador de potencia. Resultados que son coincidentes con el análisis matemático correspondiente, evidenciando la influencia del factor $\sqrt{1+THD^2}$.

Palabras Claves: Medición de energía – Lámpara fluorescente compacta (lfc) – Distorsión armónica total (thd).

INTRODUCCIÓN

Las lámparas fluorescentes compactas (LFC) están construidas a partir de dos componentes principales, un balasto electrónico y una lámpara fluorescente.

Los balastos electrónicos utilizados para estas lámparas, en la mayor parte de los casos, corresponden a diseños que hoy son considerados obsoletos. Su principio de funcionamiento se basa en la configuración de inversor resonante y autoexcitado, que se conecta a la red mediante un rectificador de puente completo. La aplicación de esta configuración tiene como consecuencia un alto grado de distorsión armónica total (superior al 107 %, llegando hasta el 125 %).

¹ D. N. M. Balducci, J. L. Frund, L. D. Rispoli, C. D. Mache, F. M. Vincitorio, Universidad Tecnológica Nacional, Paraná, Argentina, fisicaelectronica@frp.utn.edu.ar

No solamente las LFC son fuente de generación de corrientes con altos niveles de distorsión, un gran número de equipamientos electrónicos no poseen compensación activa del factor de potencia y el número de estos va en aumento debido a la flexibilidad implícita en las normativas de consumo eléctrico.

Tales niveles de distorsión armónica generan efectos nocivos sobre las redes eléctricas tales como el aumento de la distorsión armónica de tensión, la elevación de la temperatura en los núcleos de los transformadores de distribución (Sasaki, 1994) y el aumento de pérdidas en las líneas de transmisión (Vincitorio et al, 2010). Si bien cuando la cantidad de dispositivos, no lineales, conectados va en aumento, los efectos nocivos siguen siendo importantes.

ENTENDIENDO EL FACTOR DE POTENCIA

Es normal escuchar por parte de personal técnico y hasta profesional la idea equivocada que el factor de potencia es el coseno phi. Esta idea data de la época en la cual solo considerábamos como cargas eléctricas a las resistivas, inductivas o capacitivas. Bajo este panorama la compensación del factor de potencia se correspondía en forma directa con la compensación del factor de desplazamiento conocido comúnmente como coseno phi.

Sin embargo el advenimiento de la electrónica y en particular la introducción de circuitos de rectificación con altos niveles de carga capacitiva, presentó un cambio importante en el concepto hasta entonces conocido. Hoy el número de cargas no lineales sin compensación va en aumento haciéndose notar a partir de fenómenos de inestabilidad en las líneas eléctricas (grandes consumidores, variadores de velocidad de motores en procesos industriales, etc). El problema no solo se limita a esta configuración, la necesidad de contar con dispositivos electrónicos cada vez más eficientes ha llevado a la introducción de la electrónica de conmutación, la cual además del problema antes definido genera una serie de transitorios de muy alta frecuencia que hoy se encuentran presentes en toda línea de distribución.

Para entender en detalle el panorama actual es necesario hacer una introducción matemática del problema.

Se define la potencia activa como:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \cdot dt \quad (1)$$

Donde el periodo es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Si le damos a las ecuaciones de onda de la tensión y la corriente la forma:

$$u = U_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad i = I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi)$$

Por lo tanto la potencia activa puede expresarse como:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) \cdot dt \quad (2)$$

$$P = \frac{1}{T} \cdot \frac{U_{\max} \cdot I_{\max}}{2} \cdot \cos \varphi \cdot T = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi$$

Sin presencia de armónicos, la potencia activa vale:

$$P = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \phi$$

y la potencia aparente:

$$S = U_{ef} \cdot I_{ef}$$

Luego, nosotros definimos el Factor de Potencia:

$$P.F. = \frac{P}{S} \quad (3)$$

Si el sistema es no lineal deberemos definir el valor eficaz de corriente en presencia de armónicos, como el desarrollo en series de Fourier:

$$\begin{aligned} i(\omega t) &= I_{1\max} \text{sen}(\omega t) + I_{2\max} \text{sen}(2\omega t) + I_{3\max} \text{sen}(3\omega t) + \dots = (4) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} I_{k\max} \text{sen}(k\omega t) \end{aligned}$$

donde el valor eficaz resultante se obtiene como la sumatoria de los valores eficaces de cada uno de los armónicos presentes:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(\omega t) dt} \quad (5)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{I_{k\max}}{\sqrt{2}} \right)^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{kef}^2} \quad (6)$$

Por otra parte, debemos definir el Factor de Distorsión Armónica Total (THD):

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_{kef}^2}}{I_{1ef}} \quad (7)$$

donde I_{1ef} es la corriente eficaz de la componente de frecuencia fundamental 50 Hz / 60 Hz.

Entonces podemos definir la potencia activa en presencia de corrientes armónicas como:

$$P = \sum_{k=1}^{\infty} P_k \quad P = P_1 + \sum_{k=2}^{\infty} P_k \quad (8)$$

La cual de acuerdo con la ecuación (2) toma la forma:

$$U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot FP = U_{ef} \cdot I_{1ef} \cdot \cos \phi_1 + \sum_{k=2}^{\infty} U_{ef} \cdot I_{kef} \cdot \cos \phi_k \quad (9)$$

donde el $\cos \phi_k$ de las componentes armónicas varía en función del tiempo, de acuerdo a su respectiva frecuencia $k\omega$.

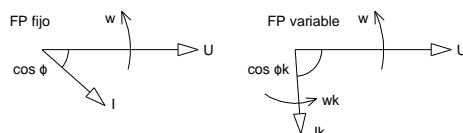


Fig. 1 – FP Fijo: la tensión y la corriente mantienen un ángulo de desfase constante. FP Variable: cada componente presenta un desfase variable en el tiempo debido a la diferencias de frecuencia.

$$F.P. = \frac{P}{S} = \frac{U_{ef} \cdot I_{1ef} \cdot \cos \phi_1}{U_{ef} \cdot I_{ef}} \rightarrow FP = \frac{\cos \phi_1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \quad (10)$$

CASO DE ESTUDIO

Con el fin de evaluar la certeza de las diferentes tecnologías de medición de energía se procedió con el contraste de las mediciones de dos instrumentos diferentes. En una primera etapa se compara un contador de energía de inducción trifásico marca Schlumberger, con un analizador de potencia eléctrica de verdadero valor eficaz. Y en una segunda etapa, se compara un contador de energía electrónico trifásico marca Elster, con el mismo analizador. Ambos instrumentos ensayados y homologados por la empresa de energía eléctrica.

A. INSTRUMENTO ANALIZADOR DE REDES.

El instrumento utilizado es un Entes MPR-63, analizador de redes trifásicas de panel de verdadero valor eficaz. El mismo permite la medición de diferentes variables eléctricas y de potencia.

Este instrumento tiene la capacidad de realizar el análisis espectral de hasta la armónica 31, y ha sido contrastado con un osciloscopio Tektronix ® TDS 210 - 2MM, indicando iguales resultados cuando las cargas tienen hasta un THD de 120%.



Fig. 2 – Analizador de Redes

Las ecuaciones implementadas en el algoritmo de medición declaradas por el fabricante son las siguientes:

$$\text{Verdadero RMS de Tensión } V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j^2} \quad (11)$$

$$\text{Verdadero RMS de corriente } I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N i_j^2} \quad (12)$$

El analizador toma 64 valores por periodo, por lo tanto para 50 Hz, la tasa de muestreo es $N = 3200$ valores por segundo.

B. MEDIDOR INDUCTIVO DE ENERGÍA

El funcionamiento del medidor de energía de tipo disco, se sustenta en el par motor que se produce a partir de la coexistencia de dos campos magnéticos alternos cuyo origen se encuentra en dos electroimanes, dispuestos como muestra la Figura 3.

El disco de aluminio gira en el entrehierro de los dos electroimanes. Cada electroimán genera un flujo magnético alterno que atraviesa el disco y origina corrientes inducidas o de Foucault.

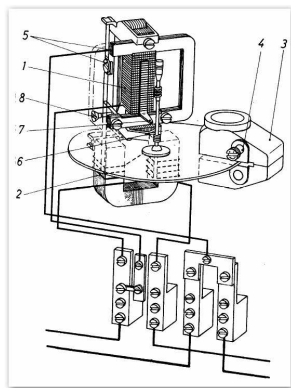


Fig. 3a – Esquema del medidor inductivo.

Referencia: 1- Bobina de tensión, 2- Bobina de corriente, 3- Imán de freno, 4- Regulador imán freno, 5- Regulación de la circuito magnético de tensión, 6- Disco de aluminio, 7- Eje, 8- Regulación circuito magnético de corriente.

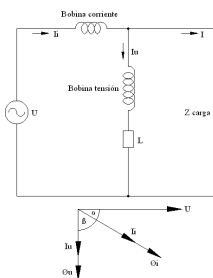


Fig. 3b – Diagrama Eléctrico

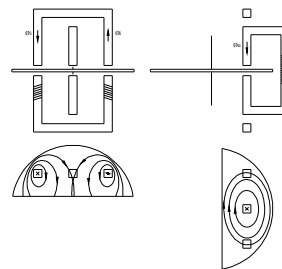


Fig.4 – Corrientes inducidas

La corriente de Foucault inducida en el disco por la bobina de tensión es:

$$i_U = \frac{e_U}{R_D}$$

donde e_U es la F.E.M. provocada por el campo magnético de la bobina de tensión y R_D es la resistencia del disco.

$$e_U = -\frac{d\phi_U}{dt}$$

$$\phi_U = B_U \cdot S = \frac{\mu \cdot N_U \cdot S}{L_U} \cdot I_U = K_1 \cdot I_{u \max} \cdot \cos(\omega t)$$

$$e_U = \omega \cdot K_1 \cdot I_{u \max} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$I_{u \max} = \frac{U_{\max}}{X_L}$$

$$i_U = \omega \cdot K_2 \cdot U_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

La corriente de Foucault inducida en el disco por la bobina de corriente es:

$$i_I = \frac{e_I}{R_D}$$

donde e_I es la F.E.M. provocada por el campo magnético de la bobina de corriente.

$$e_I = -\frac{d\phi_I}{dt}$$

$$\phi_I = B_I \cdot S = \frac{\mu \cdot N_I \cdot S}{L_I} \cdot I_I = K_3 \cdot I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$e_I = -\omega \cdot K_3 \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{X_L}$$

$$i_I = -\omega \cdot K_4 \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Estas corrientes interactúan con los flujos magnéticos y crean la fuerza magnetomotriz de acuerdo a la ley de Biot - Savart

$$F_1 = B_U \cdot i_I \cdot l \cdot \text{sen} \alpha \quad F_2 = B_I \cdot i_U \cdot l \cdot \text{sen} \alpha \quad (B \wedge I = \alpha = 90^\circ)$$

$$F_1 = B_U \cdot i_I \cdot l \quad F_2 = B_I \cdot i_U \cdot l \quad (13)$$

$$B_U = \frac{\phi_U}{S} = K_5 \cdot U_{\max} \cdot \cos(\omega t) \quad B_I = \frac{\phi_I}{S} = K_6 \cdot I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$F_1 = -K_5 \cdot U_{\max} \cdot \omega \cdot K_4 \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= -K_7 \cdot \omega \cdot U_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$F_2 = K_6 \cdot I_{\max} \cdot \omega \cdot K_2 \cdot U_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) =$$

$$= K_8 \cdot \omega \cdot U_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

La fuerza resultante sobre el disco es igual a:

$$F = 2(F_2 - F_1) =$$

$$= 2 \cdot \omega \cdot U_{\max} \cdot I_{\max} \cdot (K_1 \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) + K_2 \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi))$$

Integrando F, se encuentra la fuerza media en un periodo

$$F_m = 2 \cdot \omega U_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \frac{1}{T} \left[K_1 \int_0^T \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) dt + K_2 \int_0^T \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt \right]$$

$$\text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$\cos(2\omega t + \varphi) = \cos(2\omega t) \cdot \cos \varphi - \text{sen}(2\omega t) \cdot \text{sen} \varphi$$

$$\int_0^T \cos(2\omega t) dt = \frac{1}{2\omega} [\text{sen}(2\omega t)]_0^T = \frac{\text{sen}(2\omega T)}{2\omega} = \frac{\text{sen}(4\pi)}{2\omega} = 0$$

$$\int_0^T \text{sen}(2\omega t) dt = \frac{1}{2\omega} [-\cos(2\omega t)]_0^T = \frac{-\cos(2\omega T) + 1}{2\omega} = \frac{-\cos(4\pi) + 1}{2\omega} = 0$$

$$F_m = \omega U_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \frac{1}{T} [K_3 \cdot \cos \varphi \cdot T + K_7 \cdot \cos \varphi \cdot T]$$

$$F_m = K_3 \cdot \omega U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi = K_4 \cdot P \quad (14)$$

Esto implica que el momento motor es proporcional a la potencia activa, a frecuencia constante.

$$M_m = K \cdot P \quad (15)$$

C. MEDIDOR DE ENERGÍA DE CIRCUITO ELECTRÓNICO

El medidor de energía electrónico polifásico utilizado es de marca Elster, modelo A 1052, con medición de energía activa y reactiva. Posee un display de cristal líquido que permite visualizar las magnitudes eléctricas, y dos LEDs metrológicos que emiten pulsos proporcionales a la energía activa y reactiva.

Almacena en forma independiente el total de energía activa, en flujo directo; energía reactiva inductiva y capacitiva.



Fig. 4 – Medidor de energía electrónico ELSTER, similar al usado en la experiencia.

Otras características son:

- ✓ Rango de corriente: 5 (40) A
- ✓ Tensión de operación: 96 a 288 V
- ✓ Frecuencia: 50 o 60 Hz
- ✓ Energía activa kWh: Clase 1
- ✓ Energía reactiva kVARh: Clase 2

Se desconocen los algoritmos utilizados para la medición de los valores de tensión y de corriente.

D. RESULTADOS

El primer ensayo consistió en la conexión del instrumento de contraste con el medidor de energía por inducción (MEI). El ensayo se realizó sobre un rack de prueba de lámparas fluorescentes compactas, en donde se encuentran conectadas, en forma desbalanceada, un total de 59 lámparas de diferentes potencias, las cuales determinan una matriz de consumo.

Los valores de energía arrojados por el medidor de energía por inducción (MEI) y el analizador de redes (AR), respectivamente, se transcriben en la Figura 5.

El segundo ensayo consistió en la conexión del instrumento de contraste con el medidor de energía electrónico (MEE). El ensayo se realizó sobre el mismo rack de prueba.

Los valores de energía arrojados por el MEE y el AR, respectivamente, se transcriben en la Figura 6.

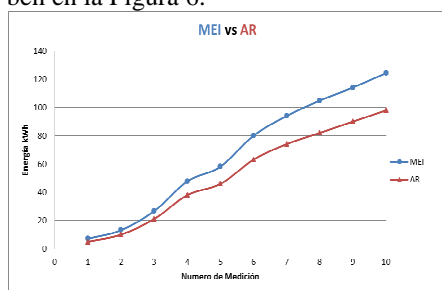


Fig. 5 - Gráfica Primer Ensayo.

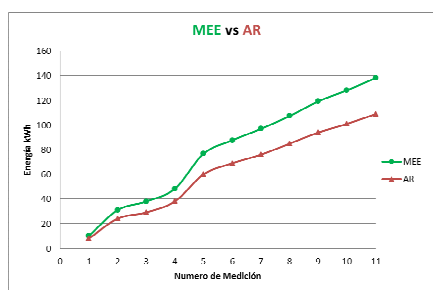


Fig. 6 - Gráfica Segundo Ensayo.

Si consideramos las relaciones de medición de energía $x_{ME/AR}$ en los dos ensayos, obtenemos para la experiencia con el medidor inductivo los siguientes valores:

Valor medio de $x_{ME/AR} = 1.287$ desviación estándar = 0.049

y para la experiencia con el medidor electrónico obtenemos:

Valor medio de $x_{ME/AR} = 1.276$ desviación estándar = 0.012

E. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Las mediciones realizadas demuestran como primer resultado un error en la medición de energía del orden del 27% en exceso, para cualquiera de los dos instrumentos.

Si tenemos en cuenta los resultados obtenidos de cada una de las mediciones resulta evidente que el instrumento medidor de energía de tipo electrónico tiene programado un algoritmo que copia el funcionamiento del instrumento de inducción. Por otra parte si se comparan los resultados de potencia reactiva presentados en el medidor electrónico con el analizador de potencia el error resultante es notable dado que la carga siendo de tipo capacitiva es indicada por el instrumento Elster como inductiva, con una diferencia de valores absolutos notable.

Tal como lo muestran los gráficos de las figuras 5 y 6, las curvas de evolución del consumo son similares para cada uno de los casos de estudio. Indicando que la diferencia existente se relaciona con el tipo de carga no lineal.

Por otra parte un análisis teórico de la respuesta de un instrumento de inducción,

sustentado en el planteo mostrado inicialmente, da como resultado valores totalmente coincidentes con los obtenidos mediante medición.

MEDICIÓN DE ENERGÍA ACTIVA CON CARGA RESISTIVA

El tercer ensayo consintió en la conexión del instrumento de contraste con el medidor de energía por inducción (MEI). El ensayo se realizó sobre una carga puramente resistiva conectada a una de las fases, para observar el comportamiento del MEI frente a una carga lineal.

Nuevamente los valores de energía arrojados por el MEI y el analizador de redes (AR), respectivamente, se transcriben en la Figura V; donde $x_{ME/AR}$ es la relación de energía.

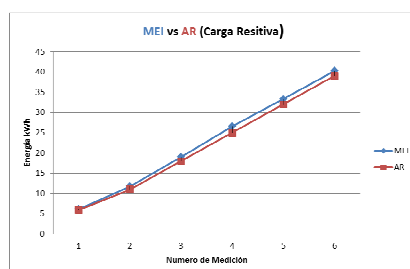


Fig. 7 - Gráfica Tabla V.

Si consideramos las relaciones de medición de energía $x_{ME/AR}$ en el tercer ensayo, obtenemos los siguientes valores:

Valor medio de $x_{ME/AR} = 1.05$ Desviación Estándar = 0.017

Con este resultado vemos que con cargas lineales los dos instrumentos se comportan de igual forma al medir la energía, incurriendo en un error del 5%.

PLANTEO TEÓRICO DE MEDICIÓN DE ENERGÍA:

Para realizar el planteo teórico de la medición de energía activa por parte del medidor de inducción se toman de la Tabla I los siguientes valores:

	1	2	3
U_{ef}	225 V	222,2 V	227,4 V
I_{ef}	2,3 A	2 A	2,2 A
FP	0,63	0,69	0,58
THDI	0,941	0,866	1,03

La potencia aparente de cada fase es:

$$S_1 = U_{ef1} \cdot I_{ef1} = 517,5 \text{ VA}$$

$$S_2 = U_{ef2} \cdot I_{ef2} = 444,4 \text{ VA}$$

$$S_3 = U_{ef3} \cdot I_{ef3} = 500,28 \text{ VA}$$

y el $\cos \phi$ de la componente fundamental de cada fase es:

$$\cos \phi_{1-1} = FP_1 \sqrt{1 + THD_{I1}^2} = 0,63 \sqrt{1 + 0,941^2} = 0,865$$

$$\cos \phi_{1-2} = FP_2 \sqrt{1 + THD_{I2}^2} = 0,69 \sqrt{1 + 0,866^2} = 0,913$$

$$\cos \phi_{1-3} = FP_3 \sqrt{1 + THD_{I3}^2} = 0,58 \sqrt{1 + 1,03^2} = 0,833$$

La potencia activa de cada fase considerando el $\cos \phi$ es:

$$P'_1 = S_1 \cdot \cos \phi_{1-1} = 517,5 \cdot 0,865 \text{ W} = 447,64 \text{ W}$$

$$P'_2 = S_2 \cdot \cos \phi_{1-2} = 444,4 \cdot 0,913 \text{ W} = 405,74 \text{ W}$$

$$P'_3 = S_3 \cdot \cos \phi_{1-3} = 500,3 \cdot 0,833 \text{ W} = 416,73 \text{ W}$$

La potencia activa trifásica considerando el $\cos \phi$ es:

$$P' = P'_1 + P'_2 + P'_3 = 1270,11 \text{ W}$$

La potencia activa de cada fase considerando el FP es:

$$P_1 = S_1 \cdot FP_1 = 517,5 \text{ VA} \cdot 0,63 = 326,02 \text{ W}$$

$$P_2 = S_2 \cdot FP_2 = 444,4 \text{ VA} \cdot 0,69 = 306,64 \text{ W}$$

$$P_3 = S_3 \cdot FP_3 = 500,3 \text{ VA} \cdot 0,58 = 290,16 \text{ W}$$

La potencia activa trifásica considerando el FP es:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 922,82 \text{ W}$$

Si tomamos la relación de potencias obtenemos:

$$\frac{(P' - P)}{P} = \frac{(1270,11 - 922,82) \text{ W}}{922,82 \text{ W}} = 0,376 \quad (16)$$

Valor que se aproxima, considerando los errores de medición, al obtenido en los dos ensayos con cargas no lineales.

CÁLCULO TEÓRICO DEL MOMENTO MAGNETOMOTRIZ DEL MEDIDOR INDUCTIVO

A continuación elaboramos un planteo teórico de la potencia medida por el medidor de inducción, tomando valores estimativos de vueltas de bobinas, longitudes y secciones de circuitos magnéticos. Todo esto con el fin de obtener valores de los momentos magnetomotrizes producidos en el disco, que dan lugar a la medición de potencia activa.

En la bobina de tensión se consideran los siguientes parámetros para las tres fases:

- ✓ Vueltas $N_U = 30$
- ✓ Longitud circuito magnético $L_U = 0,15 \text{ m}$
- ✓ Sección $S = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- ✓ Corriente que circula por la bobina de tensión: $I_{Uef} = 0,2 \text{ A}$

$$H_U = \frac{N_U \cdot I_{Uef}}{L_U} = 40 [\text{A/m}] \rightarrow \mu = 5,780 \cdot 10^{-3} [\text{Wb/Am}]^{[5]}$$

$$\begin{aligned} \phi_U &= \frac{\mu \cdot N_U \cdot S}{L_U} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{Uef} \cdot \cos(\omega t) = \\ &= 3,270 \cdot 10^{-5} [\text{Wb}] \cdot \cos(100\pi t) \end{aligned}$$

$$B_U = \frac{\phi_U}{S} = 0,327[T].\cos(100\pi t)$$

Se toma un valor de resistencia del disco de aluminio igual a $R_D = 0,01 \Omega$ Por lo tanto la corriente inducida por la bobina de tensión es:

$$i_U = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_U}{dt} = 1,027[A].\sen(100\pi t)$$

En la bobina de corriente se consideran los siguientes parámetros para la fase 1:

- ✓ Vueltas $N_I = 5$
- ✓ Longitud circuito magnético $L_I = 0,1 \text{ m}$
- ✓ Sección $S = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- ✓ Corriente que circula por la bobina de corriente: $I_{ef1} = 2,3 \text{ A}$

$$H_I = \frac{N_I \cdot I_{ef1}}{L_I} = 115[A/m] \rightarrow \mu = 11,184 \cdot 10^{-3} [\text{Wb/Am}]^{[5]}$$

Se considera que la corriente de la fase 1 tiene un desfase con respecto a la tensión de $\cos\phi_{1,1} = 0,865 \rightarrow \phi_1 = 0,526 \text{ rad}$.

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_I \cdot S}{L_I} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ef} \cdot \sen(\omega t + \phi) = \\ &= 1,819 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}].\sen(100\pi t + 0,526) \\ B_I &= \frac{\phi_I}{S} = 1,819[T].\sen(100\pi t + 0,526) \end{aligned}$$

Corriente inducida por bobina de corriente

$$i_I = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_I}{dt} = -5,714[A].\cos(100\pi t + 0,526)$$

Adoptamos como longitud del circuito de las corrientes de Foucault en el disco $l = 0,1 \text{ m}$

Las fuerzas magnetomotrices producidas serán:

$$\begin{aligned} F_1 &= B_U \cdot i_I \cdot l = -0,187[N].\cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,526) \\ F_2 &= B_I \cdot i_U \cdot l = 0,187[N].\sen(100\pi t) \cdot \sen(100\pi t + 0,526) \end{aligned}$$

La fuerza resultante es igual a:

$$F' = 2(F_2 - F_1) = 0,323[N] \text{ cte.}$$

Tomando una distancia de giro de la fuerza $d = 50 \text{ mm}$, el momento es:

$$M' = F' \cdot d = 16,15 [\text{Nmm}] \text{ cte.}$$

Luego se considera el factor de potencia $FP = 0,63$, por lo tanto la corriente tiene un desfase con respecto a la tensión de $0,889 \text{ rad}$.

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_I \cdot S}{L_I} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ef} \cdot \sen(\omega t + \phi) = \\ &= 1,819 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}].\sen(100\pi t + 0,889) \\ B_I &= \frac{\phi_I}{S} = 1,819[T].\sen(100\pi t + 0,889) \end{aligned}$$

Corriente inducida por bobina de corriente:

$$i_I = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_I}{dt} = -5,714[A].\cos(100\pi t + 0,889)$$

Las fuerzas magnetomotrices producidas son:

$$F_1 = B_U \cdot i_t \cdot l = -0,187[N] \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,889)$$

$$F_2 = B_t \cdot i_U \cdot l = 0,187[N] \cdot \text{sen}(100\pi t) \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,889)$$

La fuerza resultante es igual a

$$F = 2(F_2 - F_1) = 0,236 [N] \quad \text{cte.}$$

$$M = F \cdot d = 11,8 [Nmm] \quad \text{cte.}$$

En la bobina de corriente se consideran los siguientes parámetros para la fase 2:

- ✓ Vueltas: $N_1 = 5$
- ✓ Longitud circuito magnético: $L_1 = 0,1 \text{ m}$
- ✓ Sección $S = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- ✓ Corriente que circula por la bobina de corriente: $I_{ef2} = 2 \text{ A}$

$$H_1 = \frac{N_1 \cdot I_{ef2}}{L_1} = 100[A/m] \rightarrow \mu = 12,315 \cdot 10^{-3} [\text{Wb/Am}]^{[2]}$$

Se considera que la corriente de la fase 2 tiene un desfase con respecto a la tensión de $\cos\phi_{1-2} = 0,913 \rightarrow \phi_1 = 0,42 \text{ rad.}$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_1 \cdot S}{L_1} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = \\ &= 1,742 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,42) \end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{\phi_1}{S} = 1,742[T] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,42)$$

Corriente inducida por bobina de corriente:

$$i_t = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_1}{dt} = -5,473[A] \cdot \cos(100\pi t + 0,42)$$

Adoptamos como longitud del circuito de las corrientes de Foucault en el disco $l = 0,1 \text{ m}$

Las fuerzas magnetomotrices producidas son:

$$F_1 = B_U \cdot i_t \cdot l = -0,179[N] \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,42)$$

$$F_2 = B_t \cdot i_U \cdot l = 0,179[N] \cdot \text{sen}(100\pi t) \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,42)$$

La fuerza resultante es igual a

$$F' = 2(F_2 - F_1) = 0,327[N] \quad \text{cte.}$$

Tomando una distancia de giro de la fuerza $d = 50 \text{ mm}$, el momento es:

$$M' = F' \cdot d = 16,35 [Nmm] \quad \text{cte.}$$

Luego se considera el factor de potencia $FP = 0,69$, por lo tanto la corriente tiene un desfase con respecto a la tensión de $0,809 \text{ rad.}$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_1 \cdot S}{L_1} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = \\ &= 1,742 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,809) \end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{\phi_1}{S} = 1,742[T] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,809)$$

Corriente inducida por bobina de corriente

$$i_t = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_1}{dt} = -5,473[A] \cdot \cos(100\pi t + 0,809)$$

Las fuerzas magnetomotrices producidas son:

$$F_1 = B_U \cdot i_t \cdot l = -0,179[N] \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,809)$$

$$F_2 = B_r \cdot i_v \cdot l = 0,179[N] \cdot \text{sen}(100\pi t) \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,809)$$

La fuerza resultante es igual a:

$$F = 2(F_2 - F_1) = 0,247 [N] \quad \text{cte.}$$

$$M = F \cdot d = 12,35 [Nmm] \quad \text{cte.}$$

En la bobina de corriente se consideran los siguientes parámetros para la fase 3:

- ✓ Vueltas $N_1 = 5$
- ✓ Longitud circuito magnético $L_1 = 0,1 \text{ m}$
- ✓ Sección $S = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- ✓ Corriente que circula por la bobina de corriente $I_{\text{ef}3} = 2,2 \text{ A}$

$$H_1 = \frac{N_1 \cdot I_{\text{ef}3}}{L_1} = 110[A/m] \rightarrow \mu = 11,310 \cdot 10^{-3} [\text{Wb/Am}]^{[2]}$$

Se considera que la corriente de la fase 1 tiene un desfase con respecto a la tensión de $\cos\phi_{1-3} = 0,833 \rightarrow \phi_1 = 0,586 \text{ rad.}$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_1 \cdot S}{L_1} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{\text{ef}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = \\ &= 1,759 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,586) \\ B_1 &= \frac{\phi_1}{S} = 1,759 [\text{T}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,586) \end{aligned}$$

Corriente inducida por bobina de corriente:

$$i_1 = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_1}{dt} = -5,526 [A] \cdot \cos(100\pi t + 0,586)$$

Adoptamos como longitud del circuito de las corrientes de Foucault en el disco $l = 0,1 \text{ m}$. Las fuerzas magnetomotrices producidas serán:

$$F_1 = B_v \cdot i_1 \cdot l = -0,181 [N] \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,586)$$

$$F_2 = B_r \cdot i_v \cdot l = 0,181 [N] \cdot \text{sen}(100\pi t) \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,586)$$

La fuerza resultante es igual a:

$$F' = 2(F_2 - F_1) = 0,302 [N] \quad \text{cte.}$$

Tomando una distancia de giro de la fuerza $d = 50 \text{ mm}$, el momento es:

$$M' = F' \cdot d = 15,1 [Nmm] \quad \text{cte.}$$

Luego se considera el factor de potencia $FP = 0,58$, por lo tanto la corriente tiene un desfase con respecto a la tensión de $0,952 \text{ rad.}$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\mu \cdot N_1 \cdot S}{L_1} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{\text{ef}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = \\ &= 1,759 \cdot 10^{-4} [\text{Wb}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,952) \\ B_1 &= \frac{\phi_1}{S} = 1,759 [\text{T}] \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,952) \end{aligned}$$

Corriente inducida por bobina de corriente:

$$i_1 = -\frac{1}{R_D} \frac{d\phi_1}{dt} = -5,526 [A] \cdot \cos(100\pi t + 0,952)$$

Las fuerzas magnetomotrices producidas son:

$$F_1 = B_v \cdot i_1 \cdot l = -0,181 [N] \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos(100\pi t + 0,952)$$

$$F_2 = B_r \cdot i_v \cdot l = 0,181 [N] \cdot \text{sen}(100\pi t) \cdot \text{sen}(100\pi t + 0,952)$$

La fuerza resultante es igual a

$$F = 2(F_2 - F_1) = 0,21 \text{ [N]} \quad \text{cte.}$$

$$M = F \cdot d = 10,5 \text{ [Nmm]} \quad \text{cte.}$$

Calculamos los momentos trifásicos totales:

$$M' = (16,15 + 16,35 + 15,1) \text{ [Nmm]} = 47,6 \text{ [Nmm]}$$

$$M = (11,8 + 12,35 + 10,5) \text{ [Nmm]} = 34,65 \text{ [Nmm]}$$

Si tomamos el error entre los momentos obtenemos:

$$\frac{(M' - M)}{M} = \frac{(47,6 - 34,65) \text{ [Nmm]}}{34,65 \text{ [Nmm]}} = 0,374$$

valor muy cercano al de la ecuación (16).

Por lo encontrado aplicando las ecuaciones, se puede deducir que el medidor de energía inductivo solo considera el desfase de la componente fundamental de corriente para realizar la medición de energía activa.

PLANTEO TEÓRICO DE MEDICIÓN DE ENERGÍA PARA EL MEDIDOR ELECTRÓNICO:

Para realizar el planteo teórico de la medición de energía activa por parte del medidor electrónico se toman de la tabla I los mismos valores que en el apartado V.

Para calcular las corrientes de pico necesitamos los espectros de frecuencia de las corrientes de cada fase, obtenidos con el analizador de redes; cuyas gráficas se ven a continuación.

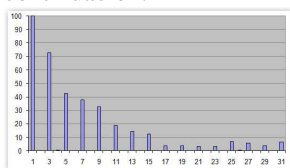


Fig. 8 - Espectro de Corriente Fase 1.

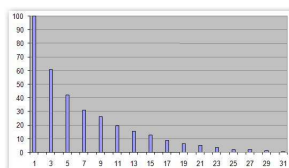


Fig. 9 - Espectro de Corriente Fase 2.

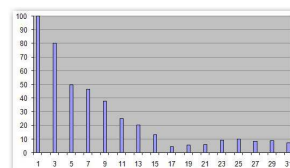


Fig. 10 - Espectro de Corriente Fase 3.

Así pues, la corriente de pico de cada fase tiene los siguientes valores:

$$I_{1\text{pico}} = 4,355 \text{ A} \quad I_{2\text{pico}} = 3,647 \text{ A} \quad I_{3\text{pico}} = 4,514 \text{ A}$$

Para realizar el cálculo de energía activa se considera que el medidor electrónico toma el valor de pico de la corriente y lo divide por $\sqrt{2}$ para obtener el valor de la corriente eficaz, esto quiere decir que el algoritmo del medidor siempre toma a la corriente como sinusoidal pura.

No obstante consideramos que el medidor electrónico si tiene la capacidad de medir el factor de potencia, porque puede detectar el desfase entre la tensión y la corriente; dado que por más que la corriente contenga armónicas siempre será una función periódica de 50 Hz.

La potencia activa de cada fase considerando el FP y la corriente pico es:

$$P_1 = U_1 \cdot \frac{I_{1pico}}{\sqrt{2}} \cdot FP_1 = 225[V] \cdot \frac{4,355[A]}{\sqrt{2}} \cdot 0,63 = 436,512[W]$$

$$P_2 = U_2 \cdot \frac{I_{2pico}}{\sqrt{2}} \cdot FP_2 = 222,2[V] \cdot \frac{3,647[A]}{\sqrt{2}} \cdot 0,69 = 395,379[W]$$

$$P_3 = U_3 \cdot \frac{I_{3pico}}{\sqrt{2}} \cdot FP_3 = 227,4[V] \cdot \frac{4,514[A]}{\sqrt{2}} \cdot 0,58 = 420,983[W]$$

La potencia activa trifásica considerando el FP y la corriente pico es:

$$P^* = P_1^* + P_2^* + P_3^* = 1252,874 \text{ W}$$

La potencia activa de cada fase considerando el FP y la corriente de verdadero valor eficaz es:

$$P_1 = U_1 \cdot I_{1ef} \cdot FP_1 = 225 [V] \cdot 2,3 [A] \cdot 0,63 = 326,025 \text{ W}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_{2ef} \cdot FP_2 = 222,2 [V] \cdot 2 [A] \cdot 0,69 = 306,636 \text{ W}$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_{3ef} \cdot FP_3 = 227,4 [V] \cdot 2,2 [A] \cdot 0,58 = 290,162 \text{ W}$$

La potencia activa trifásica considerando el FP y la corriente de verdadero valor eficaz es:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 922,823 \text{ W}$$

Si tomamos el error de potencias obtenemos

$$\frac{(P^* - P)}{P} = \frac{(1252,874 - 922,823)[W]}{922,823[W]} = 0,358$$

Valor que también se aproxima, considerando los errores de medición, al obtenido en los dos ensayos con cargas no lineales.

Por lo encontrado tomando las corrientes de pico en las ecuaciones, se puede deducir que este medidor de energía electrónico siempre considera a las tensiones y corrientes como sinusoidales puras en su algoritmo de funcionamiento para realizar la medición de energía activa.

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un planteo teórico de los conceptos fundamentales que deberían regir los instrumentos de medición de energía. Esto es, tener la capacidad de discriminar el factor de potencia en presencia de cargas con alto contenido armónico. Con el fin de evaluar el cumplimiento de esta condición se realizaron mediciones comparativas entre un analizador de potencia e instrumentos medidores de energía domiciliarios. Los resultados indican que de común acuerdo con lo esperado de un análisis teórico, el instrumento de medición de inducción incurre en un error del 27% en exceso. Curiosamente encontramos que el de tipo electrónico, incurre en un error similar en lo que respecta a la medición de energía activa y un error inesperado en la medición de energía reactiva.

Es evidente que bajo este comportamiento el usuario verá reflejado en su tarifa eléctrica un ahorro energético menor al esperado de la sustitución de lámparas incandescentes por LFC. El problema resultaría aún mayor dado el uso otras cargas no lineales que podrían afectar en manera más compleja el resultado de la tarifa eléctrica final.

En función de los resultados obtenidos y de la necesidad de satisfacer al cliente así como también lograr la máxima eficiencia de los sistemas eléctricos, es de considerar conveniente el replazo de los instrumentos de medición de energía actualmente en uso por instrumentos de tipo verdadero valor eficaz.

El aumento de las cargas no lineales debe ser seguido con atención por parte de las empresas prestadoras de servicios eléctricos, con el fin de poder actuar en la corrección de los fenómenos indeseados que estas puedan ocasionar. Contar con la correcta información es el punto de partida para ello.

REFERENCIAS

Libros:

- [1] M. H. Rashid, "Power Electronics: Circuits, Device and Applications," 3^{ra} ed. New Jersey, E.E.U.U.: Pearson Education Inc, 2003.
- [2] E. Harper, "Curso de transformadores y motores de inducción," 4^{ta} ed. Limusa, 2005.
- [3] E. Félice, "Perturbaciones Armónicas," Paraninfo, 2001.

Reportes Técnicos:

- [4] R. I. Sasaki, "The Impact Of Electronic Ballast Compact Fluorescent Lighting On Power Distribution Systems," ECE Technical Reports, 1994.

Papers Presentados en Conferencias (sin publicar):

- [5] F. Vincitorio, C. Brutti and J. Frund, "La electrónica de las lámparas de bajo consumo ventajas, desventajas y problemas," presentado en Lux América 2010, Valparaiso, Chile, 2010.

Papers from Conference Proceedings (Published):

- [6] M. Brugnioni and H. Soibelzon, "Discrepancy in the reactive energy measurements in single fase systems", *2007 19th International Conference on Electricity Distribution*.
- [7] Ferrari; Krapf, "Distorsión armonica producida por LFC," presentado en CIDEL 2010, CABA, Argentina, 2010.

Fabio Miguel Vincitorio, Nació en la ciudad de Paraná Argentina el 21 de enero de 1970. Se graduó de ingeniero en electrónica en el año 1998. Actualmente se encuentra realizando la tesis doctoral en la Universidad de La Coruña (España). Profesor titular de la cátedra de Física y profesor adjunto de la cátedra de Electrónica de Potencia de la Universidad Tecnológica Nacional. Autor de publicaciones nacionales e internacionales en electrónica de potencia para iluminación y fotónica aplicada a ensayos no destructivos. Secretario de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Paraná en el período 2006 - 2010. Fundador en el año 2004 de la empresa VZ-Ingeniería dedicada a la fabricación y desarrollo de sistemas electrónicos de potencia y control.