

Departamento de Ingeniería Mecánica

Cátedra: Mecánica de los Fluidos

Profesora: Ing. Viviana Nahid

Tema: “Dinámica de los fluidos reales”

### Introducción

Al pasar de la vena líquida de fluido ideal a la de fluido real, con  $\nu \neq 0$  (viscosidad nula), se deben tener en cuenta dos factores: 1) La irregular distribución de la velocidad en una sección transversal considerada y 2) Las pérdidas de energía o pérdidas de presión.

Ambos factores son consecuencia de la viscosidad del fluido.

Si bien un fluido ideal, como ya se vio, puede presentar un perfil de velocidades no plano, dicho flujo no produce pérdida de energía.

En cuanto al primer factor, el mismo se pone de manifiesto en lo que se denomina el coeficiente de corrección de la energía cinética o **coeficiente de Coriolis**.

Sea una corriente líquida (Fig. N° 1), con una sección transversal  $S$  en dirección perpendicular al movimiento, formada por  $n$  filamentos de corriente aproximadamente paralelos entre sí, pero con velocidades variables de  $v_1$  a  $v_n$

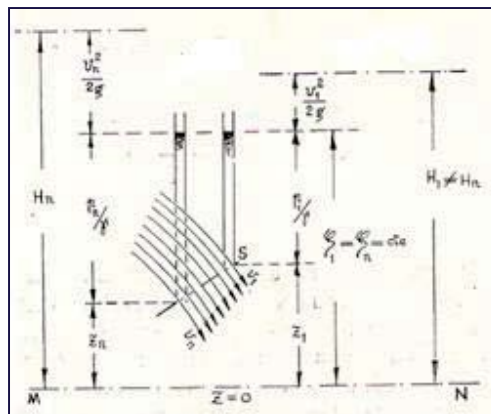
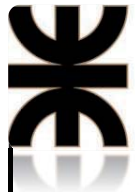


Fig. N° 1: Escorrimento de un fluido. Consideraciones para la determinación del Coeficiente de Coriolis



En tal supuesto la altura piezométrica se mantiene constante, de modo que a una variación de la altura geodésica del filamento de corriente le corresponde una variación inversa de la altura de presión y viceversa. Es decir, en la sección transversal  $S$  las presiones varían según la ley hidrostática, por cuanto la variación de las velocidades de los filamentos de corriente origina aceleraciones y por lo tanto fuerzas en dirección perpendicular a la sección  $S$ , que no afectan al peso ni a las presiones hidrostáticas.

Como la velocidad de cada filamento de corriente puede variar, la altura cinética no es constante y en consecuencia, el plano de carga hidrodinámico varía y el valor  $H$  de *Bernoulli* varía de un filamento de corriente a otro. De modo que para encontrar la energía cinética total de la corriente líquida será necesario integrar las energías cinéticas de todos los filamentos de corriente.

La energía cinética del líquido, transportada a través de toda la sección será:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_V v^2 \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_V v^2 \cdot dQ \cdot dt$$

y en la unidad de tiempo:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_V v^2 \cdot dQ = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_S v^3 \cdot dS$$

Si la variación de la velocidad de los filamentos de corriente responde a una ley definida, es posible establecer una velocidad media  $U$ , constante en toda la sección y en tal caso:

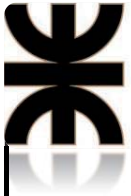
$$E'_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot \int_S dS = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot S$$

La relación entre estas energías cinéticas será:

$$\frac{E_c}{E'_c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_S v^3 \cdot dS}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot S} = \frac{\int_S v^3 \cdot dS}{U^3 \cdot S} = \alpha$$

siendo:  $\alpha$ , el denominado *coeficiente de Coriolis*.

El mismo resulta ser la relación entre la energía cinética real de la corriente líquida y la energía cinética, que tendría ésta, si la velocidad de cada



filamento de corriente fuera constante, e igual a la velocidad media de la corriente.

Siempre resulta  $\alpha > 1$  y es fácil comprender que cuanto mayor sea la variación de la velocidad a través de la sección, tanto mayor es el valor de  $\alpha$ .

Por lo tanto:

$\alpha = 1$ , para un frente plano de velocidades, característico del escurrimiento de un fluido ideal en régimen irrotacional.

$\alpha = 2$ , para el frente parabólico de distribución de velocidades, característico del régimen laminar de un fluido real. Fig. N° 2

$\alpha = 1,03$  a  $1,08$ , para el perfil característico de un flujo de fluido real en régimen turbulento. Fig. N° 2

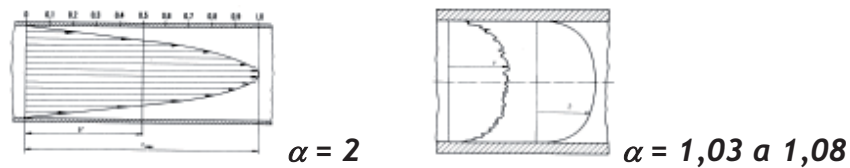


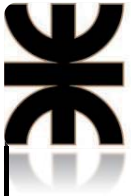
Fig. N° 2: Perfiles de velocidad característicos de los regímenes laminar y turbulento

En cuanto a las pérdidas de energía o pérdidas de presión, éstas se hacen sentir en todo a lo largo de la conducción. Más adelante me explayaré sobre este punto, por ahora diré que las mismas estarán contempladas en el término  $\Sigma H_{pérd}$ .

La ecuación de Bernoulli entre dos puntos 1 y 2 de un escurrimiento de fluido real queda expresada, entonces, como sigue:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} - \Sigma H_{pérd} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

*Ecuación de Bernoulli, válida para fluidos reales, líquidos y gases, cuando la velocidad de escurrimiento de estos últimos es mucho menor que la velocidad del sonido en el medio que se trate.*



Recordando:

La ecuación de Bernoulli para un fluido ideal en régimen irrotacional, era:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \text{cte.} = H$$

La ecuación de Bernoulli para un fluido real ya no es igual a una constante  $H$ , si entendemos por  $H$  al resultado de la suma de las energías específicas disponibles en el flujo fluido.

Graficando los términos de la suma de Bernoulli para un fluido real se obtiene (Fig. N° 3):

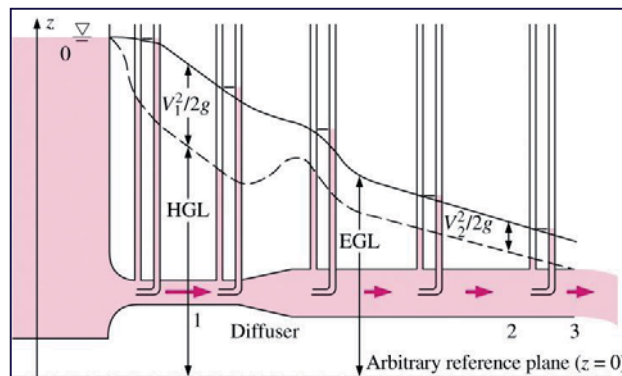
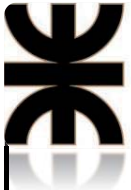


Fig. N° 3: Líneas piezométrica (HGL) y de energías totales (EGL) para el flujo de un fluido real según la Ec. de Bernoulli

La pérdida de energía de presión,  $\sum H_{pérd}$ , se transforma en calor, que es disipado constantemente, por ello, el incremento de temperatura en el fluido es imperceptible. El problema es que esta transformación es irreversible.

La ecuación de Bernoulli representa para el fluido ideal la conservación de la energía mecánica y para el fluido real, el balance energético computando las pérdidas.

Las pérdidas dependen de: la forma del cauce, sus dimensiones, la rugosidad de la superficie interior, la velocidad del flujo y su viscosidad y son de dos tipos.



## Tipos de pérdidas

### 1) Pérdidas primarias o por rozamiento en tramo recto de tubería de sección constante

Se componen no tan sólo de la pérdida por rozamiento en la capa límite (próxima a la superficie sólida) sino también de las por rozamiento entre capa y capa fluida (régimen laminar) o entre porciones de fluido en mezcla (régimen turbulento).

La pérdida se evidencia al colocar dos piezómetros, por la altura  $\Delta H_{roz}$  que se observa y que se incrementa, a medida que progresamos en el tubo (Fig. N° 4):

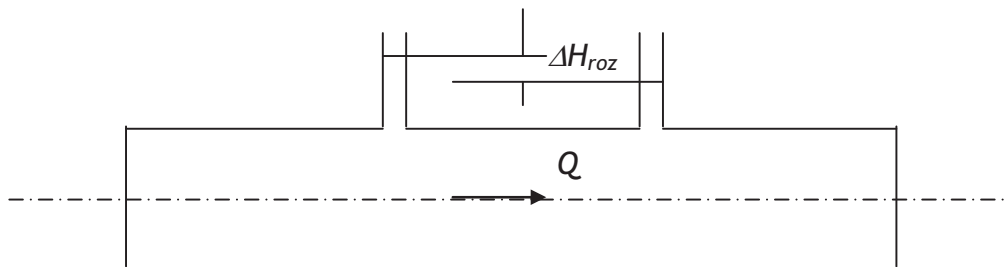
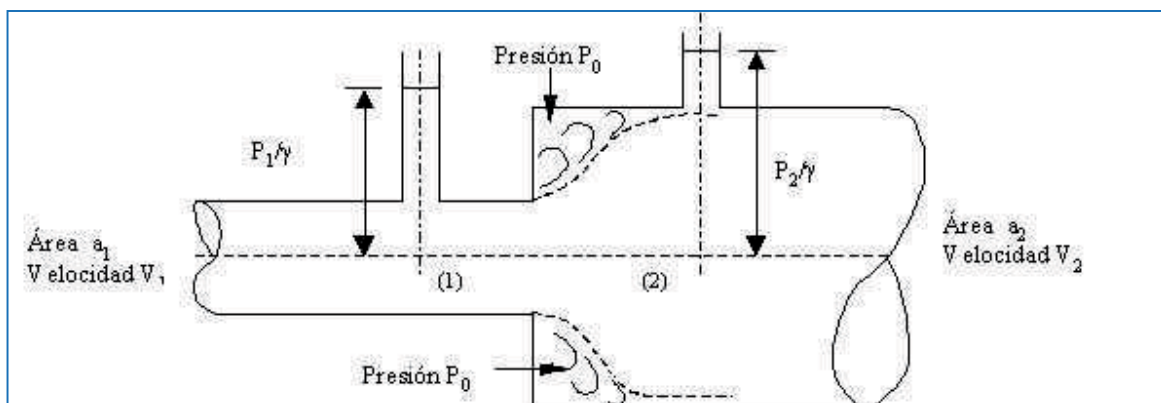


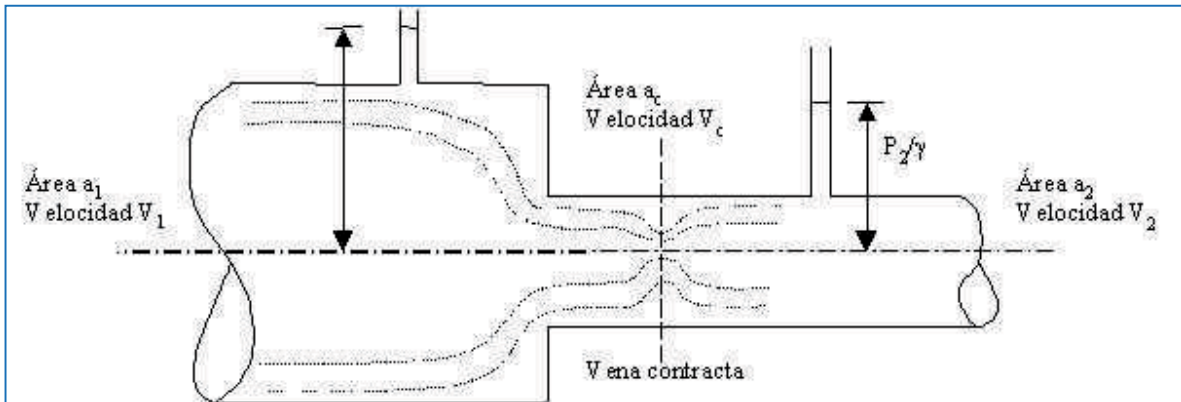
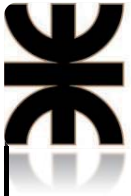
Fig. N° 4: Disminución de la altura piezométrica debida a la pérdida primaria

### 2) Pérdidas secundarias o localizadas y/o por accesorios

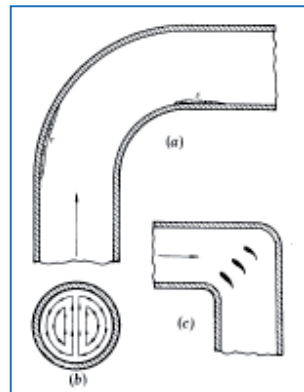
Son las que se producen en cualquier perturbación que encuentra la corriente en alguna sección: ensanchamiento, estrangulación, válvulas, codos, curvas, orificios de entrada y de salida, placas orificios, etc. (Fig. N° 5)



Pérdida en una expansión súbita



Pérdida en una contracción súbita



Pérdida en un codo: En un codo se originan desprendimientos en las zonas r y s (a); en (b) se aprecian las corrientes secundarias que producen pérdidas adicionales. En (c) los perfiles aerodinámicos guían la corriente y se reducen considerablemente las pérdidas.

Fig. N° 5: Pérdidas localizadas

### Tipos de flujos de fluidos reales

Los fluidos reales escurren básicamente según dos tipos de regímenes, a saber:

#### 1) Régimen laminar:

Es un desplazamiento ordenado de capas de fluido que resbalan unas respecto de otras, acusando una **velocidad máxima** sobre el eje del conducto (cuando el escurrimiento se realiza a través de una tubería de sección circular), que va decreciendo hacia la periferia hasta hacerse  $\cong 0$  (Fig. N° 6).

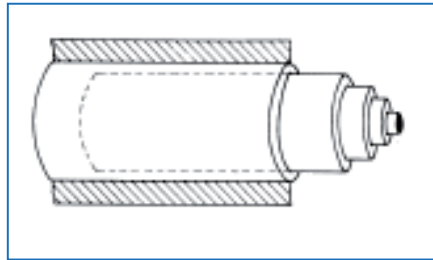
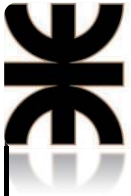


Fig.N° 6: Flujo laminar en una tubería circular. El fluido se desplaza ordenadamente en capas anulares concéntricas. Este tipo de movimiento se ha denominado a veces movimiento telescópico.

Este tipo de escurrimiento está regido por la ecuación de viscosidad de Newton:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy}, \text{ siendo } \tau \text{ la tensión tangencial que origina la resistencia al escurrimiento.}$$

Si bien el régimen es ordenado, entre capa y capa las partículas ejecutan movimientos de rotación sobre sus ejes instantáneos de giro (flujo rotacional). El movimiento principal es el del flujo, el de la partícula es un movimiento secundario sin salirse de la capa.

## 2) Régimen turbulento:

Es el escurrimiento en el cual las partículas se trasladan describiendo trayectorias tortuosas, con retornos y desviaciones laterales respecto al movimiento general de la masa fluida, produciéndose mezcla de porciones de fluido, siendo el movimiento principal el del flujo y el secundario, las turbulencias que origina la mezcla. En este tipo de flujo, la velocidad en cada punto de una sección transversal al movimiento, oscila rápidamente, en magnitud y dirección, alrededor de un valor medio (Fig. N° 7).

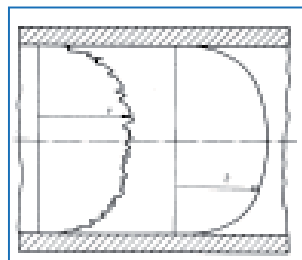
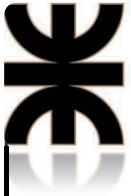


Fig. N° 7: Perfil de velocidad de un flujo turbulento



La ley que rige este tipo de flujo responde a la ecuación:

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{dv}{dy}, \text{ donde } \mu \text{ es la viscosidad absoluta o dinámica y } \eta \text{ un factor}$$

denominado viscosidad aparente o de turbulencia, que tiene en cuenta el desorden y que no es una propiedad del fluido. La viscosidad de turbulencia puede alcanzar valores miles de veces mayores que la viscosidad del fluido.

### Número de Reynolds

El carácter de una corriente fluida se determina mediante lo que se conoce como el **Nº de Reynolds** y se identifica por **Re**.

El **Re** es un adimensional que se define como la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad que están presentes en el escurrimiento de un fluido real.

A continuación se hace uso del análisis dimensional a fin de arribar a la expresión del **Re**:

$$Re = \frac{J'}{\gamma}; \text{ siendo } J' : \text{ fuerza de inercia y } \gamma : \text{ fuerza de viscosidad}$$

$$\text{Si: } J' = m \cdot a \text{ y } \gamma = \tau \cdot A;$$

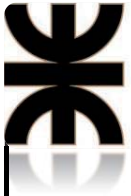
$$Re = \frac{m \cdot a}{\tau \cdot A} = \frac{\rho \cdot L^3 \cdot (L/T^2)}{\mu \cdot \left(\frac{dv}{dy}\right) \cdot L^2} = \frac{\rho \cdot L^4 \cdot (v^2/L^2)}{\mu \cdot \left(\frac{v}{y}\right) \cdot L^2} = \frac{\rho \cdot v^2}{\mu \cdot (v/L)} = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{v \cdot L}{\nu}$$

Siendo **L** una longitud característica, que en el caso de un conducto de sección circular lleno, equivale al diámetro, **v** = **v<sub>m</sub>** es la velocidad media del flujo y **ν**, la viscosidad cinemática, por lo tanto, la ecuación del **Nº de Reynolds** queda:

$$Re = \frac{v_m \cdot \phi}{\nu}$$

Si el conducto no es de sección circular o en el caso de canales abiertos, la longitud característica en la ecuación del **Re**, se la conoce como el **diámetro hidráulico: D<sub>H</sub>**, el cual es igual a:





$D_H = \frac{4.F}{P}$ , siendo  $F$ : la sección del escurrimiento y  $P$ : el valor del perímetro mojado.

La ecuación del  $Re$  en función del diámetro hidráulico queda:

$$Re = \frac{v_m \cdot D_H}{\nu}$$

Veamos los siguientes ejemplos (Fig. N° 8):

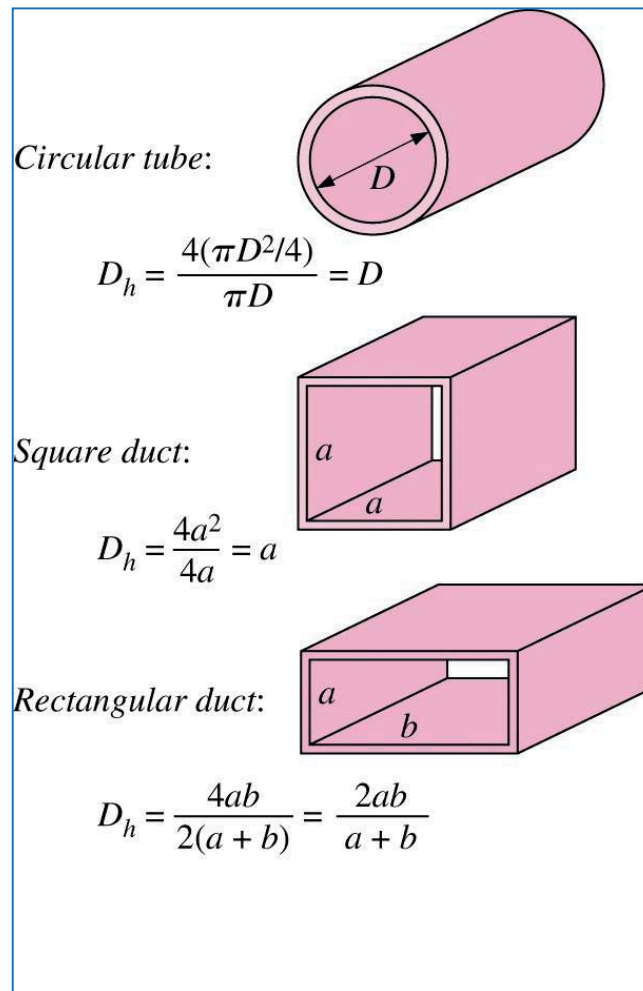
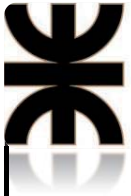


Fig. N° 8: Expresiones del diámetro hidráulico para conductos de diferentes formas



El diámetro hidráulico es un parámetro que equivale al diámetro de una tubería de sección circular de diámetro igual al diámetro hidráulico.

### Experiencia de Reynolds

Osborne Reynolds experimentó en un dispositivo como el indicado en la Fig. N° 9, el cual consta de un depósito con agua, que posee un conducto transparente que penetra en el depósito, con una válvula en el otro extremo. El depósito pequeño contiene un líquido coloreado cuyas características ( $\rho$  y  $\mu$ ) son muy similares a la del agua. A través de un orificio cerca del fondo se prolonga una tubería que termina en una boquilla frente al conducto en forma de tobera que, para evitar perturbaciones en la vena líquida, era redondeada y estaba alejada de las paredes del depósito, de manera que al escurrir el agua, arrastraba las partículas del líquido coloreado.

Pasos a seguir para la realización de la experiencia:

- 1) Abrir el grifo **C**: se establece un flujo de velocidad moderada.
- 2) Abrir el grifo **E**: se deja pasar líquido coloreado y puede observarse un filete de color en el centro del conducto, como si la corriente líquida estuviese inmóvil.
- 3) Abrir más el grifo **C**: con lo cual se aumenta el caudal de salida y en consecuencia la velocidad. Se observaba que el filete coloreado empezaba a oscilar transversalmente, ondulándose en un principio (b) y entrecortándose luego (c). Con lo que Reynolds evidenció el pasaje de un tipo de régimen a otro.

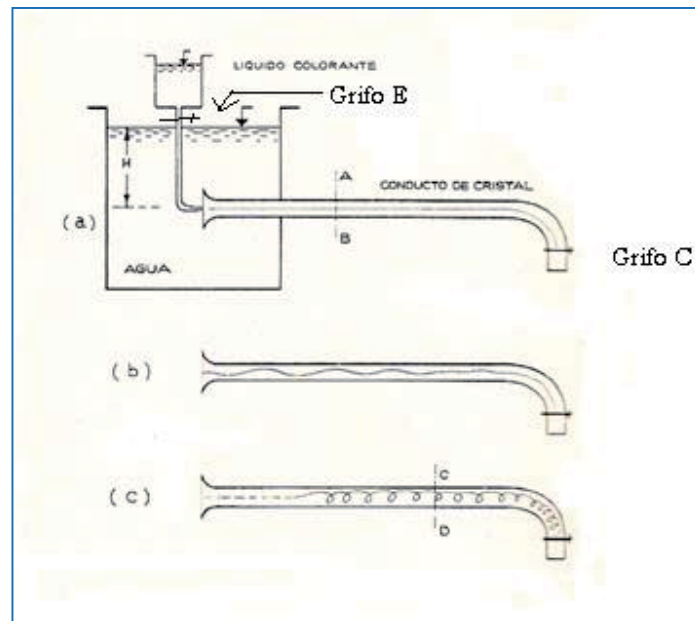
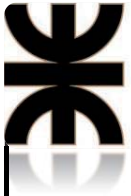


Fig. N° 9: Esquema del aparato usado en el experimento de Reynolds



Se comprobó entonces que existe una velocidad, que Reynolds llamó *crítica* ( $v_{crit}$ ) a la cual se verificaba el cambio de régimen y que por lo tanto correspondía a un valor del  $Re_{crit}$ :

$$Re_{crit} = \frac{v_{crit} \cdot \phi_{crit}}{\nu}$$

el valor de este parámetro es de **2300**, si bien éste no es un valor totalmente limitante.

Lo que significa que si, al calcular el  $Re$  de una corriente, la ecuación arroja un valor  $< Re_{crit}$ , el régimen de la misma es laminar, si el valor calculado es  $> Re_{crit}$  el escurrimiento es turbulento.

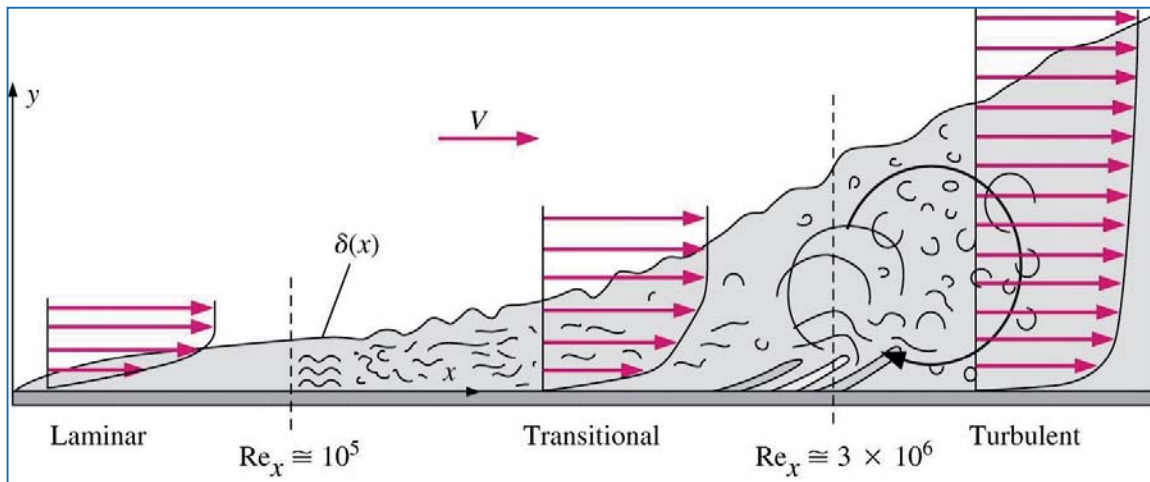
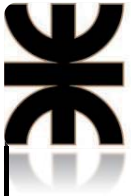
Esto está relacionado con la estabilidad de los flujos. Si un flujo posee un  $Re <$  que **2300**, el régimen estable es el laminar, cualquier perturbación que encuentre la corriente a su paso provocará un desorden en la masa fluida pero el régimen laminar vuelve a establecerse; en cambio, si en el laboratorio donde pueden obtenerse regímenes laminares para valores de la corriente  $\gg Re_{crit}$ , cualquier vibración produce el cambio a régimen turbulento y el régimen laminar ya no se reestablece.

De la ecuación del  $Re$  se deduce que el escurrimiento laminar se verifica en conductos de pequeño diámetro, en corrientes con pequeña velocidad o para líquidos muy viscosos (aceites lubricantes, glicerina, etc.).

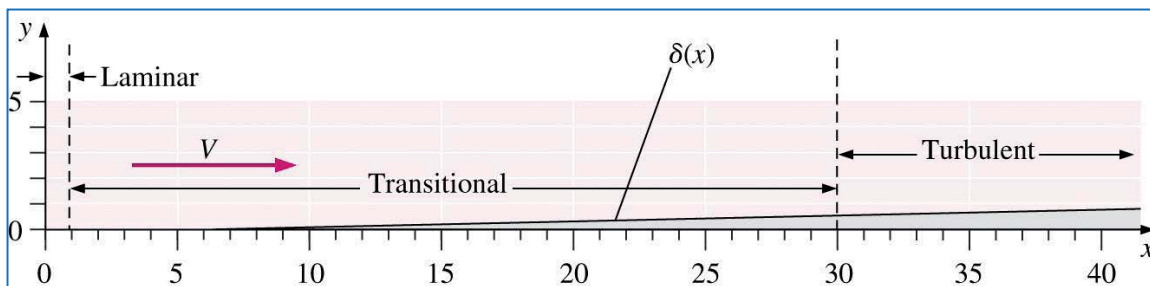
Ej. de flujo laminar: conducción de petróleo crudo por tuberías, filtración del agua a través de los poros de un terreno, circulación de la sangre por los vasos sanguíneos o el ascenso de la savia en los vegetales.

Ej. de flujo turbulento: circulación de líquidos como el agua, la gasolina, los ácidos y gases por tuberías, de agua por canales o ríos, de sangre en las grandes arterias, etc.

Este valor de **2300** fijado como límite que determina si un escurrimiento es de tipo laminar o turbulento se aplica para flujos internos (por ej.: conducciones en tuberías o por canales). Para los **flujos externos**, el valor del  $Re$  que clasifica el carácter de la **capa límite** es de  $10^5$  (Fig. N° 10)



a) Representación fuera de escala



b) Representación a escala

Fig. N° 10: Valores del  $Re$  en flujos externos para la clasificación del carácter de la corriente.

### Análisis de las pérdidas de carga

#### Pérdidas primarias o por rozamiento en tramo recto de tubería de sección constante

Consideremos una tubería circular de diámetro constante por la que circula el flujo de un fluido real en régimen permanente y uniforme, como en la Fig. N° 11.

Delimitemos nuestro volumen de control entre las secciones 1 y 2 y la superficie interior de la tubería.

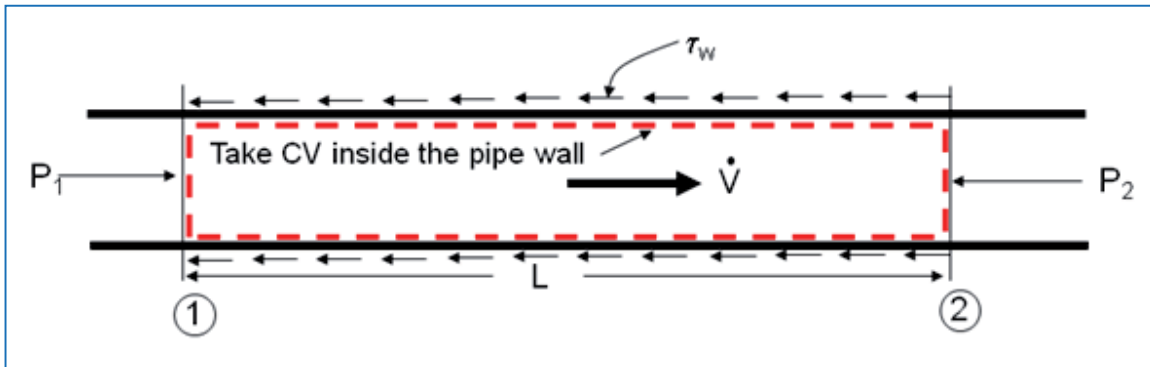
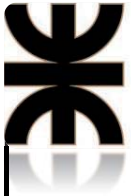


Fig. N° 11: Volumen de control para el análisis de pérdidas por rozamiento

Establezcamos la ecuación de equilibrio dinámico en la dirección del eje de la tubería, la misma será igual a cero ya que  $a = 0$  (aceleración igual a cero). Delimitemos nuestro volumen de control entre las secciones 1-1 y 2-2 y las paredes de la tubería en ese tramo.

$p_1 \cdot A - p_2 \cdot A - \tau \cdot A' = 0$ , siendo:  $\tau \cdot A' = F_{resist}$ , la fuerza opuesta al escurrimiento debida a la viscosidad.

Es decir que:

$$F_{resist} = A (p_1 - p_2)$$

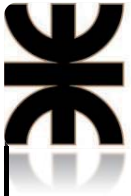
Dividiendo y multiplicando por  $\gamma$ :

$$F_{resist} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot \underbrace{\left( \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right)}_{\Delta H_{roz}}$$

Siendo  $\Delta H_{roz}$  la pérdida de carga en el tramo considerado, en unidades de longitud, por lo que la ecuación anterior queda:

$$F_{resist} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot \Delta H_{roz}$$

*Ecuación que vincula la resistencia de rozamiento con la pérdida de carga para un conducto circular a través de cuya sección circula un fluido real en régimen permanente y uniforme.*



Se denomina a:  $j = \frac{\Delta H_{roz}}{L}$ , **pérdida de carga unitaria** siendo su unidad:

$\left[ \frac{m}{m} \right]$  y representa la pérdida de tantos metros de altura de la línea piezométrica a lo largo de los metros de tubería recorridos por el flujo.

En función de la pérdida de carga unitaria la ecuación anterior queda:

$$F_{resist} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot j \cdot L \quad (1)$$

Para el caso de **régimen laminar** de escurrimiento:

Aislemos en la corriente de un fluido real, en régimen de escurrimiento laminar, un cilindro de radio  $r$  y longitud  $L$  como volumen de control para el análisis pertinente (Fig. N° 11).

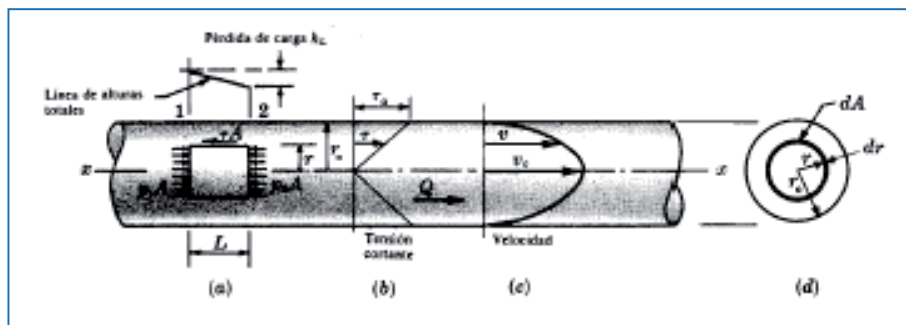


Fig. N° 11: Volumen de control para el análisis de la pérdida por fricción en régimen laminar de la corriente

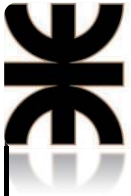
de (1):

$$F_{resist} = \gamma \cdot \pi \cdot r^2 \cdot L \cdot j$$

La fuerza tangencial en la periferia del cilindro es:

$$\tau = \frac{F_{resist}}{A} = \frac{\gamma \cdot \pi \cdot r^2 \cdot L \cdot j}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L} = \frac{\gamma}{2} \cdot r \cdot j$$

$$\text{Además: } \tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy} = -\mu \cdot \frac{dv}{dr}$$



$$\text{Luego: } -\mu \cdot \frac{dv}{dr} = \frac{\gamma}{2} \cdot r \cdot j$$

$$\text{Integrando: } - \int_r^{r_0} dv = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \int_r^{r_0} r \cdot dr \Rightarrow v_r - v_{r0} = \frac{\gamma \cdot j}{4 \cdot \mu} \cdot (r_0^2 - r^2)$$

$$\text{Como } v_{r0} = 0 \text{ (en el borde)} \Rightarrow v_r = \frac{\gamma \cdot j}{4 \cdot \mu} \cdot (r_0^2 - r^2) \quad (2)$$

$$\text{Para } r = 0 \Rightarrow v_r = v_{r \text{ máx}} = \frac{\gamma \cdot j}{4 \cdot \mu} \cdot r_0^2$$

Para la determinación del caudal:

$$dQ = v_r \cdot dA = v_r = \frac{\gamma \cdot j}{4 \cdot \mu} \cdot (r_0^2 - r^2) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

$$\int_0^{r_0} dQ = Q = \frac{\gamma \cdot j \cdot \pi}{2 \cdot \mu} \cdot \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) \cdot dr$$

$$Q = \frac{\gamma \cdot j \cdot \pi}{2 \cdot \mu} \cdot \left[ r_0^2 \cdot \int_0^{r_0} r \cdot dr - \int_0^{r_0} r^3 \cdot dr \right] \Rightarrow Q = \frac{\gamma \cdot j \cdot \pi}{8 \cdot \mu} \cdot r_0^4 \quad (3)$$

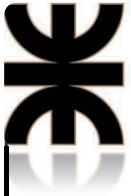
La velocidad media del flujo es entonces:

$$v_m = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{\gamma \cdot j \cdot \pi}{8 \cdot \mu} \cdot r_0^4}{\pi r_0^2} = \frac{\gamma \cdot j}{8 \cdot \mu} \cdot r_0^2 = \frac{\gamma \cdot \Delta H_{roz}}{8 \cdot \mu \cdot L} \cdot r_0^2$$

de esta última expresión despejemos  $\Delta H_{roz}$ , con lo que se obtiene:

$$\Delta H_{roz} = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{L}{r_0^2} \cdot v_m \Rightarrow \Delta H_{roz} = \frac{32 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{L}{\phi^2} \cdot v_m$$

Esta última ecuación es la **Ecuación de Hagen-Poiseuille** y permite calcular el valor de la pérdida de carga primaria o pérdida de carga en tramo recto de tubería de sección constante.



Podemos expresar esta ecuación de otra forma, multiplicando y dividiendo por:  $\frac{2}{2} \cdot \frac{v_m}{v_m}$ , con lo cual se obtendría:

$$\Delta H_{roz} = \frac{64 \cdot \mu}{v_m \cdot \rho \cdot g \cdot \phi} \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2}$$

La que resulta igual a:

$$\Delta H_{roz} = \frac{64 \cdot \nu}{v_m \cdot \phi} \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2g}$$

Recordando que:  $Re = \frac{v_m \cdot \phi}{\nu}$ , la expresión queda:

$$\Delta H_{roz} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2g}$$

Donde a:  $\frac{64}{Re}$  se lo conoce como:

***f*: factor de fricción o coeficiente de Darcy-Weisbach.**

En función del coeficiente de Darcy-Weisbach,  $\Delta H_{roz}$  adquiere finalmente

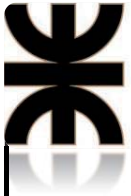
la forma:

$$\Delta H_{roz} = f \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2g}$$

Y si bien es la que se emplea para el cálculo de la pérdida de carga en régimen laminar, se debe hacer la salvedad que la dependencia de  $\Delta H_{roz}$  con respecto a  $v_m$  no es cuadrática sino lineal, ya que esta última ecuación ha sido obtenida en base a un artificio matemático.

Antes de abordar el análisis de las pérdidas de carga para un escurrimiento turbulento, corresponde exponer el concepto de la rugosidad de los sólidos con los que el fluido toma contacto.





## Rugosidad

La rugosidad de un contorno sólido se debe a sus asperezas, que al igual que las montañas pueden presentar características muy diferentes, siendo el conjunto de las asperezas un concepto esencialmente relativo, pues un mismo material puede ser áspero o liso de acuerdo con las dimensiones de la superficie considerada.

Se han caracterizado dos tipos de superficies en función de la forma y distribución de las asperezas:

1) **Superficies propiamente rugosas:** cuando las asperezas tienen pequeñas longitudes de onda y gran amplitud.

Ejemplos: paredes de cemento, fundición, acero corrugado, piedra, tierra, etc. (Fig. N° 12)

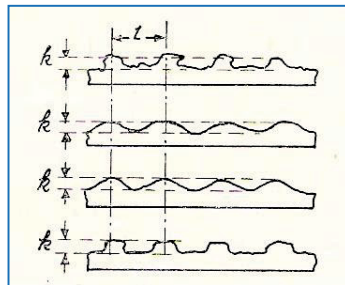


Fig. N° 12: Superficies propiamente rugosas

2) **Superficies onduladas:** cuando las asperezas son graduales, con gran longitud de onda y poca amplitud.

Ejemplos: paredes de acero, asfaltadas, etc. (Fig. N° 13)

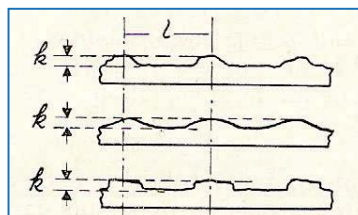
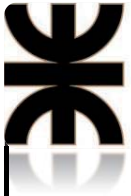


Fig. N° 13: Superficies onduladas

Siendo  $h$  la altura media de las asperezas, la cual puede ser medida mediante comparadores neumáticos y  $l$ , la longitud media de separación entre dos asperezas.



Los valores de  $k$  no son constantes para un mismo material, pero su discrepancia puede ser obviada.

Además se debe tener en cuenta que, toda pared sólida, incrementa su rugosidad con el uso, debido a la corrosión o a las incrustaciones.

La influencia que la rugosidad del contorno sólido ejerce sobre el escurrimiento del fluido está íntimamente relacionada con el espesor de la **capa límite**.

El espesor de la capa límite  $\delta$  se define como la distancia desde la pared del sólido hasta el punto donde la velocidad del fluido difiere en un 1% del valor de la velocidad lejos del sólido, esto es para flujos externos, ej.: el flujo alrededor de los aviones, los submarinos, los automóviles, los nadadores, los ciclistas y motociclistas.

La capa límite es la zona hasta donde el sólido ejerce su influencia en el flujo de fluido con el que toma contacto.

Ludwing Prandtl descubrió que existe una capa próxima al contorno, a veces muy delgada, donde tiene lugar todo el gradiente de velocidades, ya que la velocidad debe reducirse desde su valor inicial hasta anularse en la pared.

Se comprueba experimentalmente que, en contacto con las paredes de la tubería, siempre persiste una delgada lámina de fluido, en que la capa límite es laminar, denominada **subcapa laminar** o **capa viscosa**, ya que al ser nula la velocidad del fluido en contacto con las paredes, el **Re** también debe disminuir hasta el valor cero. Por tanto, al ir separándonos de la pared el régimen es laminar, hasta que el **Re** aumenta lo suficiente como para que el régimen sea turbulento, si el escurrimiento es a régimen turbulento.

En definitiva, el flujo turbulento junto a un contorno sólido, se puede dividir en tres zonas (Fig. N° 14).

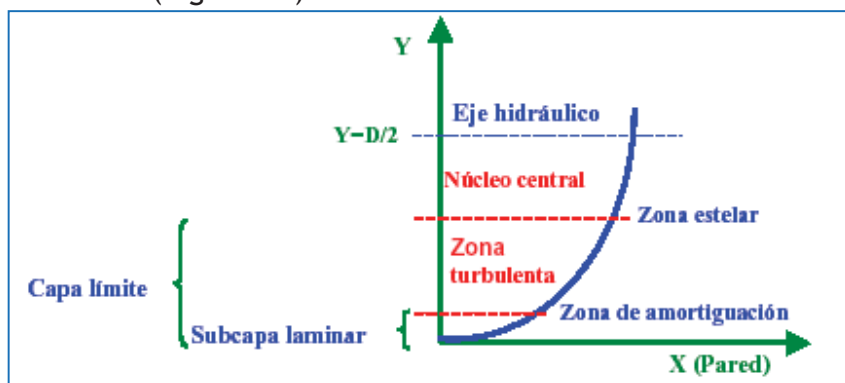
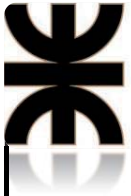


Fig. N° 14: Composición de la capa límite



El espesor de la capa límite es función del  $Re$ , y puede medir desde algunas micras a varios centímetros.

En el escurrimiento laminar, las asperezas están sumergidas en una capa con velocidad muy débil, en forma tal, que el fluido contornea las irregularidades sin formar estelas y en consecuencia, la resistencia suplementaria que ofrecen las asperezas resulta despreciable (Fig. N° 15). Lo mismo sucede en el régimen turbulento cuando las asperezas están totalmente sumergidas en la subcapa laminar.

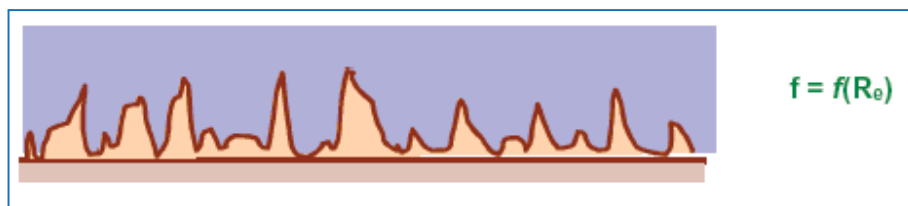


Fig. N° 15: Irregularidades sumergidas en un flujo laminar, el factor de fricción es sólo función del  $Re$

Pero cuando en un escurrimiento turbulento crece el  $Re$  y consecuentemente disminuye el espesor de la capa límite, puede suceder que las asperezas emerjan de esta subcapa y aún la sobrepasen. En tal caso, detrás de cada aspereza se formará una estela, aumentando la resistencia ofrecida al escurrimiento del fluido. Cuando las asperezas son más grandes que el espesor de la subcapa límite, la influencia de la viscosidad del fluido, limitada a esta subcapa, se hace despreciable frente a las resistencias que provocan las estelas. En este caso el escurrimiento del fluido no depende del  $Re$  y si sobremanera de la rugosidad.

Es decir, por un lado se tiene la **fuerza de resistencia** engendrada por la **fricción** entre fluido y sólido que se da en la zona de la **subcapa límite laminar** o **resistencia de superficie** y por otro lado, la **resistencia por formación de estela** o **resistencia de forma** o por **desprendimiento de la capa límite**.

De lo expuesto se comprende que un mismo contorno sólido puede ser liso o rugoso según el tipo de escurrimiento de la corriente fluida.

Así en el escurrimiento laminar el contorno sólido siempre se comportará como liso, porque la capa límite sobrepasa cualquier aspereza, en razón de que ella ocupa **toda la amplitud de la corriente líquida** (Fig. N° 16).

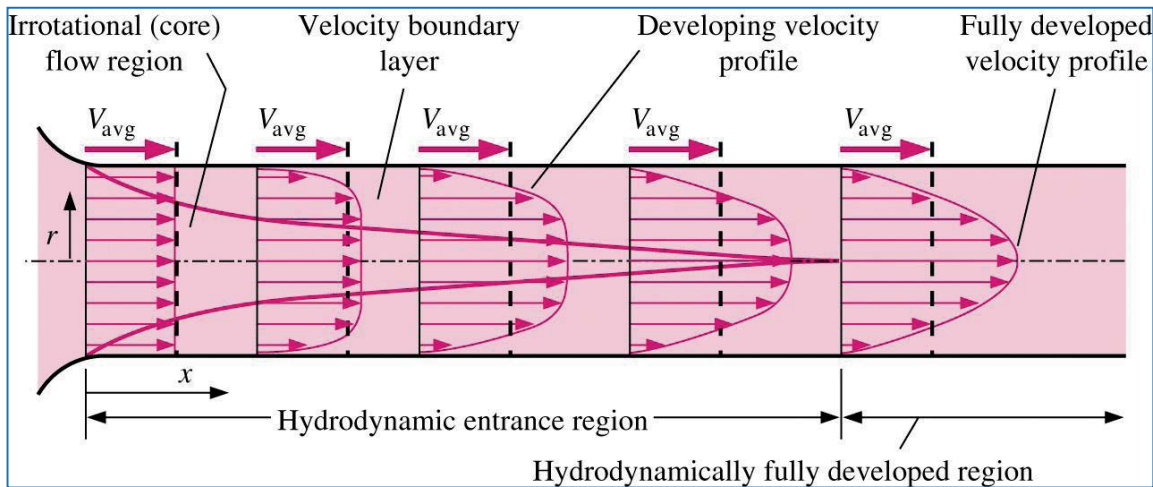
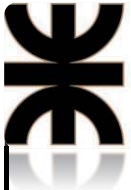


Fig. N° 16: Desarrollo de un régimen laminar en la región de entrada a una tubería. Nótese el crecimiento del espesor de la capa límite hasta alcanzar el valor del radio del conducto.

Para el escurrimiento turbulento, en cambio, la superficie sólida será lisa cuando la velocidad de la corriente sea tal que la subcapa límite tenga un espesor mayor que el de las asperezas y será rugosa para una velocidad tal que la subcapa límite sea más delgada que las asperezas.

Es por ello que se habla de *tuberías hidráulicamente lisas* o *hidráulicamente rugosas*.

Se estima que si la relación  $k/\delta$  entre la rugosidad absoluta ( $k$ ) y el espesor de la capa límite ( $\delta$ ) es del orden de  $1/3$ , la rugosidad comienza a hacer sentir su efecto y que, si  $k/\delta > 8$ , el  $Re$  no tiene efecto y la superficie se comporta como rugosa.

En base a esto se tendrían tres regímenes de circulación bien definidos, a saber:

1.- Cuando  $k/\delta < 1/3$ , denominado *régimen liso*, en cuyo caso la rugosidad  $k$  queda cubierta por la subcapa laminar y por lo tanto no influye en el valor de  $f$  puesto que ningún punto de la pared queda afectado por las turbulencias que producirían las rugosidades internas, comportándose la tubería como una tubería lisa y la resistencia que la pared ofrece a la circulación del fluido depende solamente del  $Re$  (Fig. N° 17).

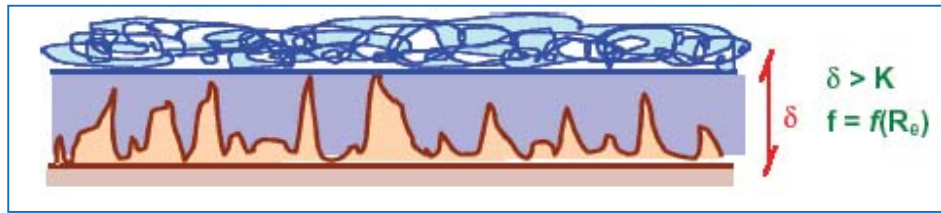
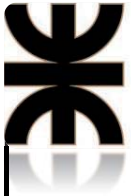


Fig. N° 17: Régimen liso

2.- Cuando  $1/3 < k/\delta < 8$ , denominado **régimen intermedio** en el cual el espesor de la capa límite ( $\delta$ ) se aproxima al valor de rugosidad absoluta ( $K$ ), de manera que la rugosidad emerge de la subcapa laminar en unos puntos y en otros no, quedando sólo las rugosidades que emergen, afectadas por la turbulencia. Es el caso más frecuente y aquí el coeficiente de fricción depende tanto del número de Reynolds como de la rugosidad relativa (Fig. N° 18).

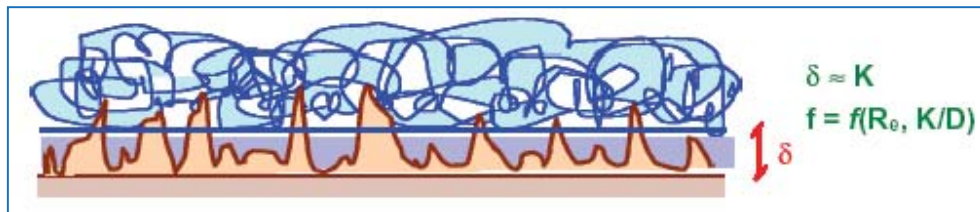


Fig. N° 18: Régimen intermedio

3.- Cuando  $k/\delta > 8$  denominado **régimen rugoso**, en el cual si el espesor de la capa límite ( $\delta$ ) es menor que la rugosidad absoluta ( $K$ ), las irregularidades internas de la conducción rebasan la subcapa laminar, produciendo turbulencia completa. Cuanto mayor sea el número de Reynolds, más delgada será la subcapa laminar y más puntos de la pared sobresaldrán de ella. En este caso, las fuerzas de inercia son muy importantes y apenas influyen las fuerzas viscosas, por lo que el factor de fricción sólo depende de la rugosidad relativa y el número de Reynolds no tiene importancia en su determinación (Fig. N° 19).

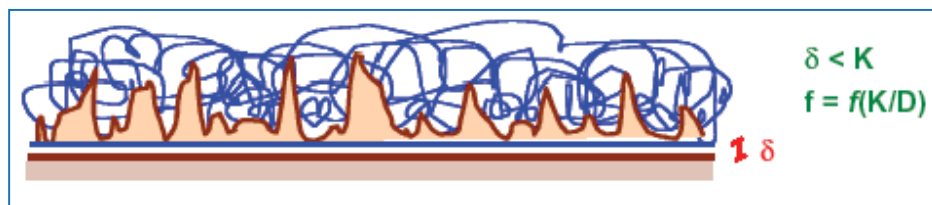
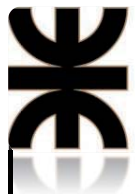


Fig. N° 19: Régimen rugoso



En la práctica, se utilizan unas condiciones basadas en la proporcionalidad del número de Reynolds, de la rugosidad y de la relación  $k/\phi$ , ya que son más fáciles de establecer que las anteriores y se refieren a rugosidades absolutas irregulares, que es el caso real de las tuberías comerciales.

$$\text{Si } k \leq \frac{19,25 \cdot \phi}{(\text{Re})_c^{7/8}} \Rightarrow \text{Flujo hidráulicamente liso}$$

$$\text{Si } k \geq \frac{560 \cdot \phi}{(\text{Re})_c} \Rightarrow \text{Flujo hidráulicamente rugoso}$$

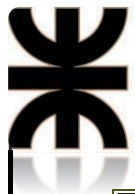
Si  $k$  está comprendido entre los dos valores anteriores, el flujo sería hidráulicamente **semirrugoso**.

La TABLA N° 1, reproducida a continuación, brinda los valores de la rugosidad, en diferentes tipos de conductos.

**TABLA N° 1: Rugosidad absoluta (k) en tubos comerciales**

<i>Tipo de tubo</i>	<i>Descripción del material</i>	<i>k (mm)</i>
<i>Tubos lisos</i>		
	<i>De vidrio, cobre, latón, madera (bien cepillada) y acero nuevo soldado.</i>	<i>0.015</i>
	<i>Tubos de latón</i>	<i>0.025</i>
	<i>Hierro fundido nuevo</i>	<i>0.25</i>
	<i>Hierro fundido oxidado</i>	<i>1 a 1.5</i>
	<i>Hierro fundido nuevo, con bridas o juntas de macho y campana</i>	<i>0.15 a 0.3</i>
	<i>Hierro fundido para agua potable, con bastantes incrustaciones y diámetro de 50 a 125mm</i>	<i>1 a 4</i>
	<i>Acero laminado, nuevo</i>	<i>0.04 a 0.1</i>
<i>Tubos de acero soldado de calidad normal</i>		
	<i>Nuevo</i>	<i>0.05 a 0.1</i>
	<i>Limpiado después de mucho uso</i>	<i>0.15 a 0.2</i>
	<i>Moderadamente oxidado, con pocas</i>	<i>0.4</i>





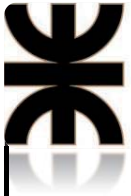
	<i>incrustaciones</i>	
	<i>Con costura longitudinal y una línea transversal de remaches en cada junta, o bien</i>	<i>0.3 a 0.4</i>
	<i>Acero soldado, con una hilera transversal sencilla de pernos en cada junta, laqueado interior, sin oxidaciones, con circulación de agua turbia.</i>	<i>1</i>
<i>Tubos remachados, con filas longitudinales y transversales</i>		
	<i>Espesor de lámina &lt; 5mm</i>	<i>0.65</i>
	<i>Espesor de lámina &gt; 12mm</i>	<i>5.5</i>
	<i>Asbesto-cemento nuevo</i>	<i>0.025</i>
	<i>Concreto en galerías, colado con cimbra normal de madera</i>	<i>1 a 2</i>
	<i>Concreto de acabado liso</i>	<i>0.025</i>
	<i>Conductos de concreto armado, con acabado liso y varios años de servicio</i>	<i>0.2 a 0.3</i>
	<i>Concreto con acabado normal</i>	<i>1 a 3</i>
	<i>Concreto con acabado rugoso</i>	<i>10</i>
	<i>Cemento liso</i>	<i>0.3 a 0.8</i>
	<i>Cemento no pulido</i>	<i>1 a 2</i>
	<i>Concreto preesforzado</i>	<i>0.4 a 0.25</i>
	<i>Mampostería de piedra</i>	<i>1.2 a 15</i>

En base a todo lo anteriormente expuesto para el caso del régimen turbulento, la pérdida de carga o pérdida de presión se calcula mediante la ecuación de Hagen - Poiseuille, pero en este caso el factor de fricción  $f$  se lo obtiene de las siguientes maneras:

1) Para los **conductos lisos**:

a) Con  $Re$  hasta **100.000**:  $f_0 = 0.316 Re^{-0.25}$ , según **Blasius**

Se designa  $f_0$  para indicar que se trata de un escurrimiento turbulento en el cual no interviene la rugosidad, ya que la subcapa laminar cubre las irregularidades.



b) Con  $Re$  hasta  $3.240.000$ : 
$$\frac{1}{\sqrt{f_0}} = 2 \cdot \log_{10} ( Re \cdot \sqrt{f_0} ) - 0,8,$$

según *von Kármán*.

Nótese que el valor de  $f_0$  disminuye al aumentar el  $Re$ .

## 2) Para los *conductos rugosos*:

Los investigadores *Colebrook y White*, mediante ensayos con conductos comerciales, propusieron la siguiente expresión, que es la más exacta y universal, pero el problema radica en su complejidad y en que requiere de iteraciones:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{k}{3,7 \cdot \phi} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right)$$

En este caso el valor de  $f$  depende de la rugosidad relativa  $k/\phi$  y del  $Re$ .

Se observa además, en la ecuación anterior, que en el caso de un conducto liso, el primer término dentro del paréntesis se hace cero y la expresión resulta entonces idéntica a la de *von Kármán*.

## Diagrama universal de Moody

Fundándose en las numerosas experiencias de *Nikuradse, von Kármán, Prandtl, Colebrook y White*, **Moody** elaboró un diagrama doble logarítmico del cual pueden obtenerse los valores del factor de fricción, en función del  $Re$  y de la rugosidad relativa.

En el diagrama se observan cinco zonas perfectamente diferenciadas, que resultan más fáciles de interpretar mediante el análisis del gráfico siguiente (Fig. N° 20).



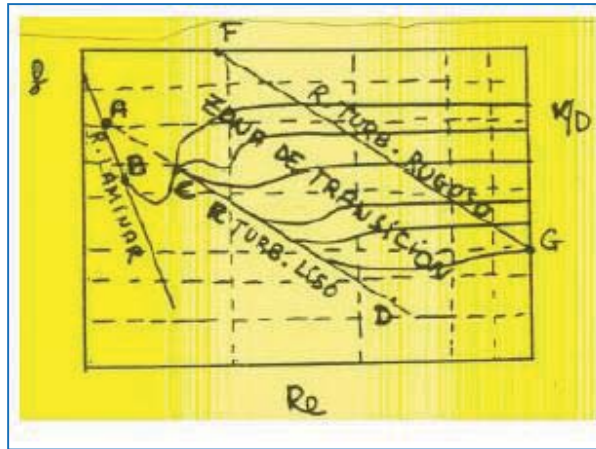
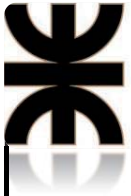


Fig. N° 20: Diagrama para una mejor interpretación del ábaco de Moody

1°.- La zona de la izquierda, correspondiente al régimen laminar, en la cual  $f$  depende únicamente del  $Re$ , hasta valores de  $Re \leq 2000$ , representada por la recta  $AB$  conocida como *recta de Poiseuille*.

2°.- La *zona crítica o inestable de transición al régimen turbulento*, en la cual los valores de  $f$  son inciertos porque el escurrimiento puede ser laminar o turbulento, indistintamente.

Se presenta para  $2000 < Re < 4000$ , definida por la curva  $BC$ .

3°.- La zona de la derecha, correspondiente al escurrimiento turbulento, en la cual, a su vez se distingue la *zona intermedia o de régimen turbulento liso*, para  $Re > 4000$ , que corresponde a la recta  $CD$ , llamada de *von Kármán*.

4°.- La *zona de transición del régimen turbulento* donde  $f$  depende simultáneamente del  $Re$  y de la rugosidad relativa. Para las tuberías comerciales en esta zona se utiliza la ecuación de *Colebrook-White*.

5°.- La zona de *plena rugosidad*, en la cual el valor de  $f$  es independiente del  $Re$  y depende solamente de la rugosidad relativa, esta zona también se denomina *turbulenta rugosa*.

La región de turbulencia completa (rugosa) limita con la de transición mediante la recta  $FG$ , denominada *curva de Moody*.

En el diagrama reproducido a continuación (Fig. N° 21) se cambia la nomenclatura del factor de fricción de  $f$  a  $\lambda$  y de la rugosidad relativa  $k/\phi$  por  $\epsilon/D$ .

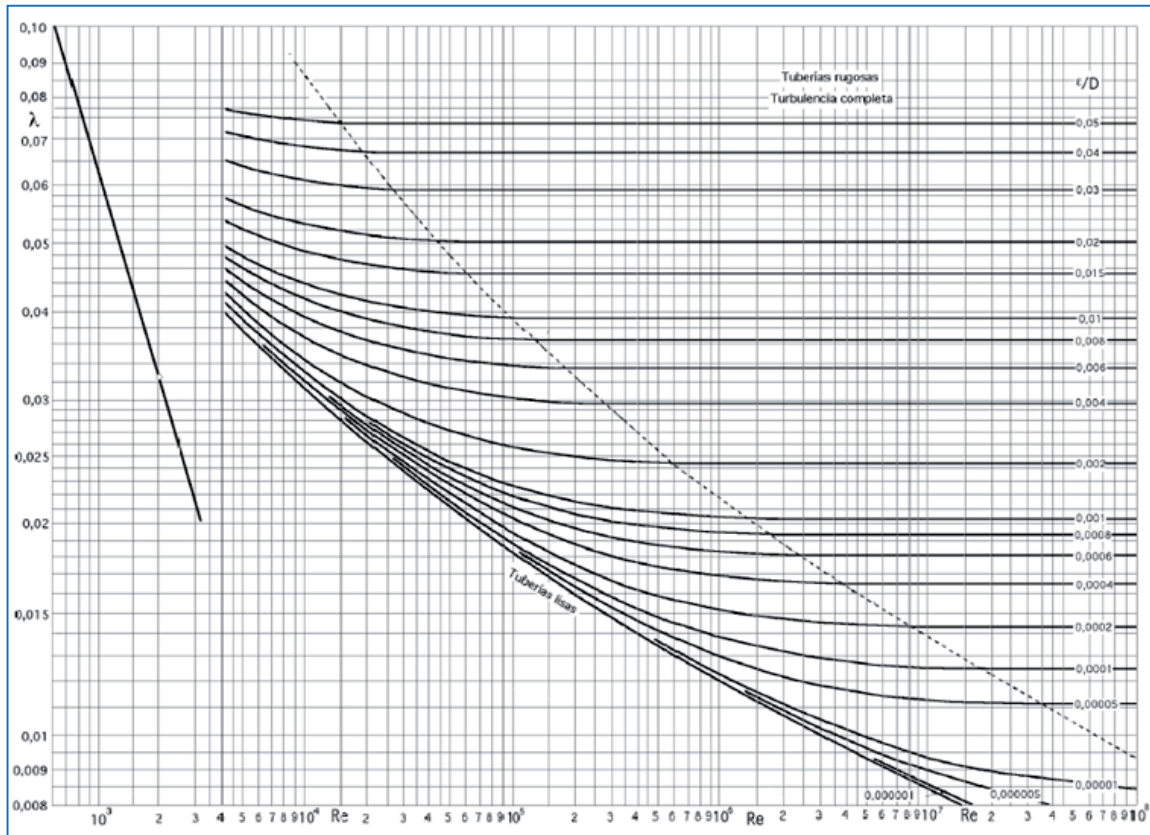
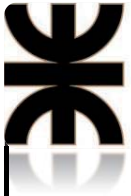


Fig. N° 21: Diagrama o ábaco de Moody

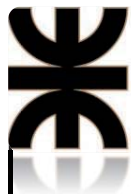
### Pérdidas secundarias o localizadas y/o por accesorios

Para el cálculo de este tipo de pérdidas se puede proceder de dos formas, dependiendo de los datos con que se cuente.

Cuando se dispone del valor del coeficiente de pérdida del accesorio (adimensional), dado por el fabricante, se recurre al uso de la siguiente ecuación:

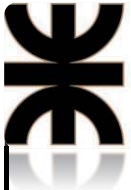
$$\Delta H_{acc} = K \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g}, \text{ siendo } K \text{ el coeficiente de pérdida.}$$

En la TABLA N° 2 se dan los valores de  $K$  para accesorios varios y en la Fig. N° 22, se brinda dicha información para secciones de una conducción que difieren de la sección de diámetro constante o tramos que varían su condición de rectos.



**TABLA N° 2: Coeficiente de pérdida en accesorios**

<b>Accesorios y Componentes</b>	<b>Coeficiente de Pérdida de Carga - K</b>
<b>Codos:</b>	
Ensanchado Regular 90°	0.3
Roscado Regular 90°	1.5
Roscado Regular 45°	0.4
Ensanchado Radio Largo 90°	0.2
Roscado Radio Largo 90°	0.7
Ensanchado Radio Largo 45°	0.2
<b>Curvas de Retorno de 180°:</b>	
Ensanchado	0.2
Roscado	1.5
<b>Tees:</b>	
Ensanchado, Línea de Flujo	0.2
Roscado, Línea de Flujo	0.9
Ensanchado, Flujo de Ramal	1.0
Roscado, Flujo del Ramal	2.0
Unión Roscada	0.08
<b>Válvulas:</b>	
Globo Completamente Abierta	10
Ángulo Completamente Abierta	2
Compuerta Completamente Abierta	0.15
Compuerta 1/4 Cerrada	0.26
Compuerta 1/2 Cerrada	2.1
Compuerta 3/4 Cerrada	17
Retención, flujo hacia adelante	2
Bola Completamente Abierta	0.05
Bola 1/3 Cerrada	5.5
Bola 2/3 Cerrada	200
<b>Entrada a Tubería (Del depósito a la tubería):</b>	
Conexión Cuadrada	0.5
Conexión Redondeada	0.2
Reentrante	1.0
<b>Salida de la tubería (De la tubería al depósito):</b>	



Conexión Cuadrada	1.0
Conexión Redondeada	1.0
Reentrante	1.0

**Pipe Inlet**  
Reentrant:  $K_L = 0.80$   
( $t \ll D$  and  $l \approx 0.1D$ )

Sharp-edged:  $K_L = 0.50$

Well-rounded ( $r/D > 0.2$ ):  $K_L = 0.03$   
Slightly rounded ( $r/D = 0.1$ ):  $K_L = 0.12$   
(see Fig. 8-36)

Rounding of an inlet makes a big difference.

**Pipe Exit**  
Reentrant:  $K_L = \alpha$

Sharp-edged:  $K_L = \alpha$

Rounded:  $K_L = \alpha$

Rounding of an outlet makes no difference.

**Sudden Expansion and Contraction (based on the velocity in the smaller-diameter pipe)**

Sudden expansion:  $K_L = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$

Note that the larger velocity (the velocity associated with the smaller pipe section) is used by convention in the equation for minor head loss, i.e.,

$$h_{L, \text{minor}} = K_L \frac{V^2}{2g}$$

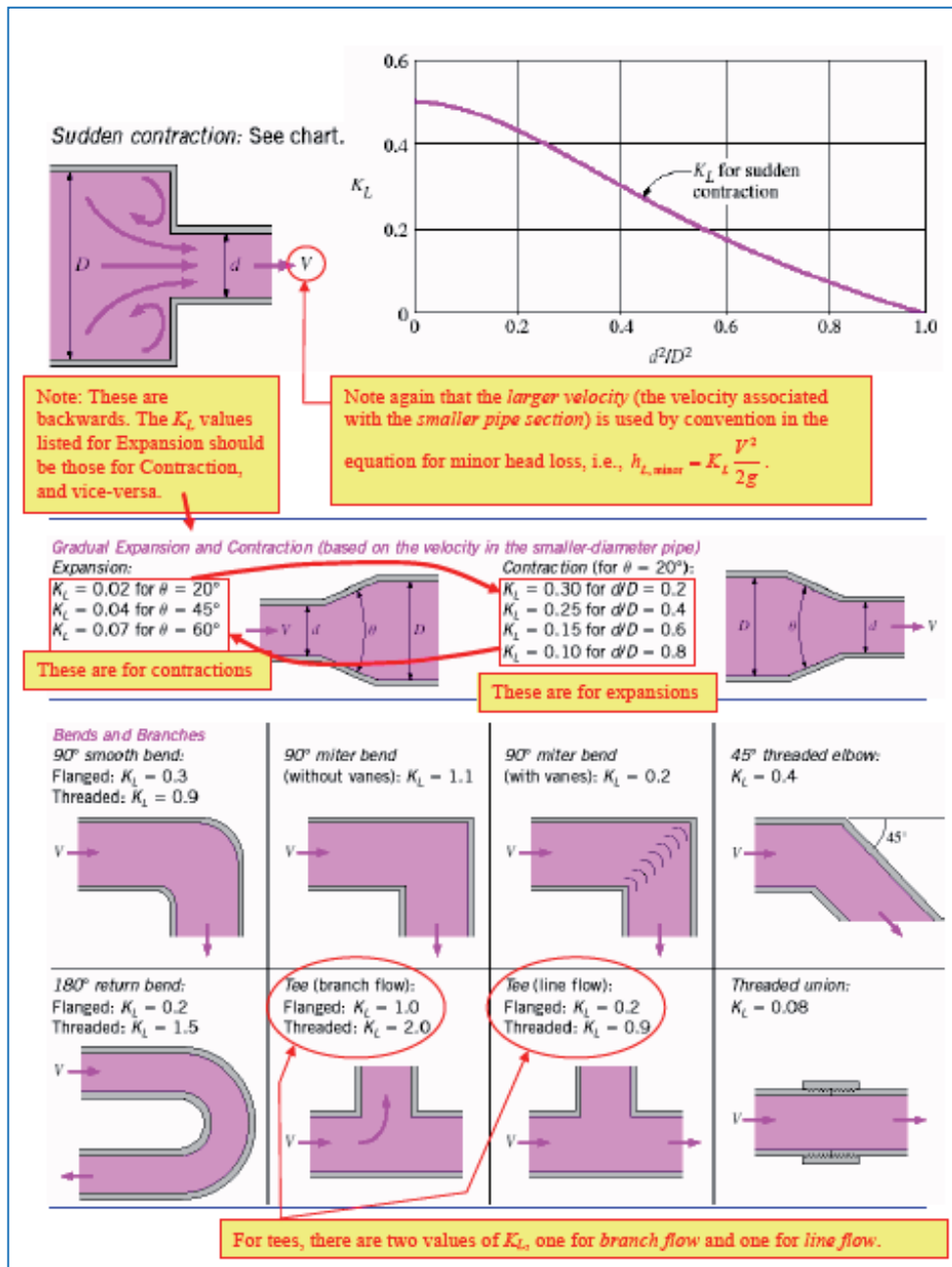
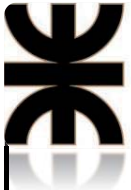
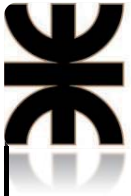


Fig. N° 22: Valores del coeficiente de pérdida de algunos accesorios

Este valor de  $\Delta H_{acc}$  debe ser añadido al calculado de la pérdida primaria, mediante el uso de la ecuación respectiva, de manera que, para obtener la pérdida de carga total, la ecuación correspondiente es:

$$\sum H_{pérd} = \Delta H_{roz} + \sum \Delta H_{acc}$$



Es decir, la ecuación para el cálculo de las pérdidas primarias y secundarias, queda expresada como sigue:

$$\Sigma H_{pérd} = f \cdot \frac{L_{real}}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2g} + \sum_{i=1}^n K_i \cdot \frac{v_{mi}^2}{2g}$$

Otro modo de apreciar numéricamente las pérdidas de este tipo (secundarias) es mediante el empleo del siguiente nomograma, denominado **diagrama de Crane**, del mismo se obtiene el valor de lo que se denomina **longitud equivalente** de tramo de tubería recto de sección constante  $L_{equiv}$  que provocaría la misma pérdida por fricción, que el accesorio en cuestión. Este valor encontrado incrementa el de la longitud real de la tubería y su suma se conoce como **longitud ideal**, es decir:  $L_{real} + L_{equiv} = L_{ideal}$ , la cual es la que debe ser considerada en la ecuación que permite el cálculo de la pérdida de carga en régimen turbulento. Esto significa que ahora, dicha ecuación queda:

$$L_{ideal} = \sum_{i=1}^n L_{reali} + \sum_{i=1}^n L_{equivi}$$
$$\Sigma H_{pérd} = f \cdot \frac{L_{ideal}}{\phi} \cdot \frac{v_m^2}{2g}$$

donde  $\sum_{i=1}^n L_{reali}$  es la sumatoria de las longitudes reales de los tramos de tubería rectos de sección constante considerados y  $\sum_{i=1}^n L_{equivi}$  es la sumatoria de las longitudes equivalentes correspondientes a los distintos accesorios, cuyos valores fueron extraídos del diagrama de Crane.

A continuación se reproduce en la Fig. N° 23 el mencionado diagrama de Crane.

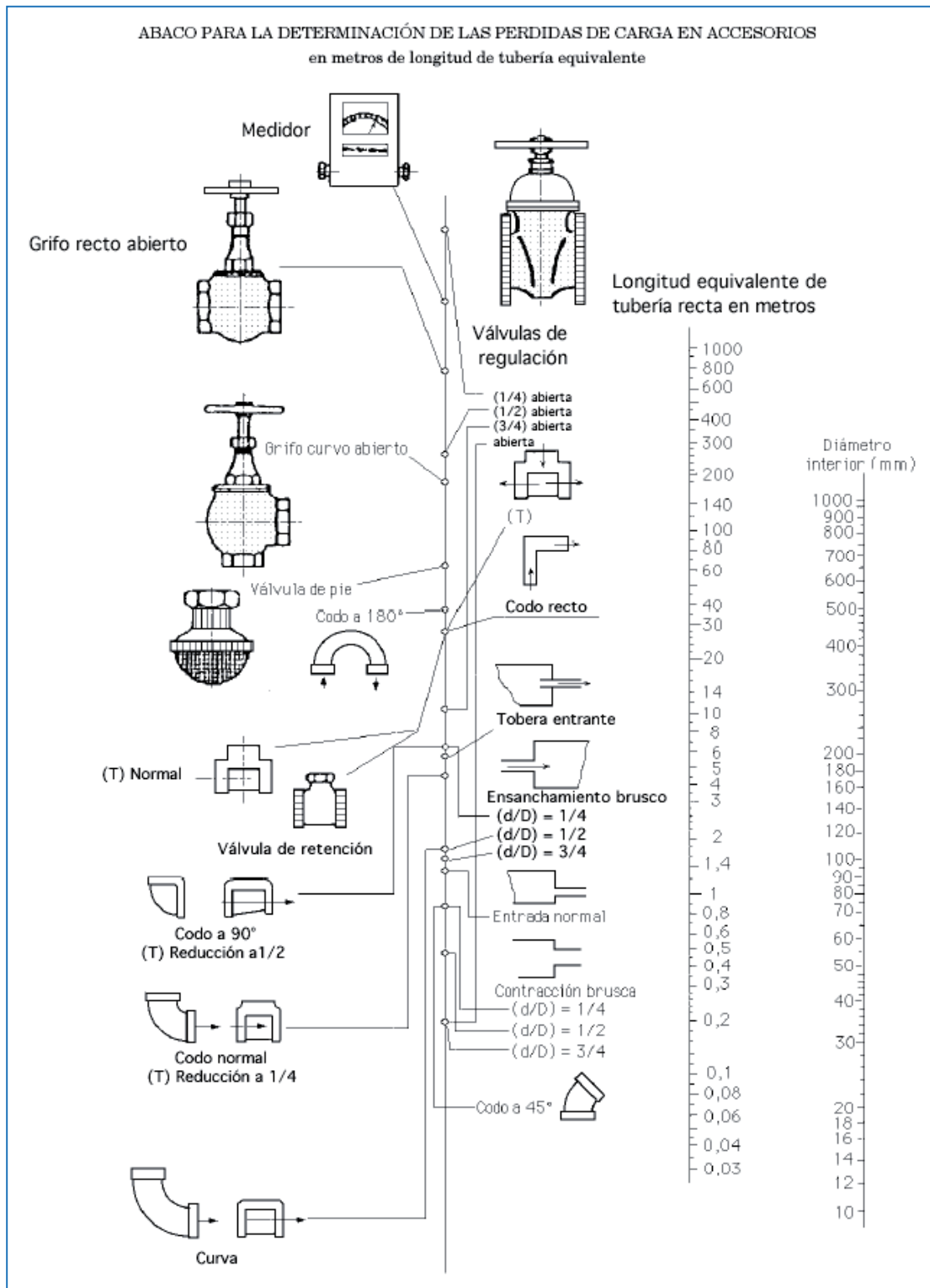
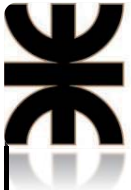
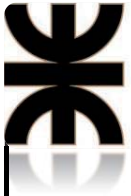


Fig. N° 23: Diagrama de Crane





### Ecuación de Bernoulli generalizada

La corriente de un fluido puede atravesar una serie de máquinas que comuniquen o extraigan energía al o del fluido, por ejemplo: bombas y turbinas respectivamente.

La potencia de una bomba o turbina está relacionada con la altura de energía específica suministrada por la bomba ( $H_b$ ) o extraída por la turbina ( $H_t$ ).

Así, la *ecuación de Bernoulli* entre dos puntos, 1 y 2 de un tubo de flujo de un fluido real, se modifica para poder contemplar estas energías, en el balance total que se efectúa entre dichos puntos, de tal manera que la misma se expresa ahora como sigue:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} - \sum H_{pérd} + \sum H_b - \sum H_t = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

Que es la denominada **Ecuación de Bernoulli generalizada** para fluidos reales.

Normalmente el dato conocido con respecto a las bombas y a las turbinas no es la energía específica, sino la potencia de la máquina.

Para obtener entonces la energía específica, se procede de la siguiente manera:

Sea  $N_b$  la potencia suministrada por una bomba por la cual circula un caudal de fluido  $Q$  al cual le comunica una energía específica  $H_b$ .

En un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , la energía que la bomba suministra al fluido será:

$$\Delta W = N_b \cdot \Delta t$$

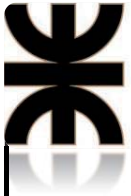
Durante ese intervalo de tiempo, habrá circulado por la bomba, una masa de fluido:

$$\Delta m = \rho \cdot Q \cdot \Delta t$$

cuyo peso será:  $\rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta t$ .

Si  $H_b$  es la energía específica suministrada por la bomba, la energía total cedida al fluido será:





$$\Delta W = H_b \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta t$$

$$N_b \cdot \Delta t = H_b \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta t$$

Es decir que:  $H_b = \frac{N_{\text{útil } b}}{\gamma \cdot Q}$ , siendo:  $N_{\text{útil } b}$  la potencia efectiva o útil, realmente entregada por la bomba al fluido expresada en (Kgp/s),  $\gamma$  el peso específico del fluido en (Kgp/m<sup>3</sup>) y  $Q$  el caudal volumétrico en (m<sup>3</sup>/s). Con lo cual se obtendría  $H_b$  en (m).

Si la potencia de la bomba está suministrada en (CV) o en (W), la conversión a (Kgp/s) es: 1 CV = 735 W, 1 HP = 745,7 W, 1 CV = 75 Kgp/s.

La misma expresión es válida para calcular la potencia extraída por una turbina, sin más que sustituir  $H_b$  por  $H_t$  es decir:  $N_{\text{útil } t} = \gamma \cdot Q \cdot H_t$  en este caso  $N_{\text{útil } t}$  es la potencia realmente cedida por el fluido a la turbina o potencia neta.