



Guía de Trabajos Prácticos Laboratorio de Hidráulica

2009
Juan F. Weber

ISBN: 978-987-25855-3-2



Facultad Regional Córdoba
Universidad Tecnológica Nacional - U.T.N.
Argentina

edUTecNe - Editorial de la U.T.N.

<http://www.edutecne.utn.edu.ar>

edutecne@utn.edu.ar

Prefacio

En este volumen se reúne la descripción y detalles de implementación de los Trabajos Prácticos que es posible dictar en el Laboratorio de Hidráulica, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Éstos corresponden tanto a la Mecánica de Fluidos, como a la Hidrología, la Hidráulica de Canales, las Obras Hidráulicas y las Turbomáquinas. Se hace hincapié en la justificación teórica de los procedimientos propuestos, como en la precisión de los resultados encontrados y sus fuentes de error.

Al final del volumen se agregan, como apéndices:

- un resumen sobre Teoría de Errores en el Laboratorio, con el objeto de poder expresar los resultados experimentales obtenidos con una estimación del error correspondiente, como es costumbre en las Ciencias Experimentales.
- una síntesis de los fundamentos e implementación del método de los Mínimos Cuadrados, herramienta de suma utilidad para el experimentalista que desea encontrar una relación empírica entre las variables analizadas, objetivo final del Método Científico aplicado a las Ciencias Físicas.

El presente documento fue desarrollado íntegramente utilizando el sistema de composición tipográfica \LaTeX , y puede ser libremente reproducido y distribuido, citando la fuente original.

Índice general

Prefacio	3
I Mecánica de Fluidos	9
1. Propiedades de los Fluidos	1-1
1.1. Determinación de la densidad de un fluido	1-1
1.1.1. Método directo	1-2
1.1.2. Método del hidrómetro	1-4
1.1.3. Método de la Balanza de Jolly	1-8
1.2. Determinación de la viscosidad de un fluido	1-12
1.2.1. Método del Viscosímetro de Ostwald	1-13
1.2.2. Método del Viscosímetro de Caída	1-17
1.3. Determinación de la tensión superficial de un fluido	1-22
1.3.1. Método de la Balanza de Jolly	1-23
1.3.2. Método del Estalagnómetro de Traube	1-27
2. Flujos laminar y turbulento	2-1
2.1. Visualización del flujo potencial	2-2
2.1.1. Objetivo	2-2
2.1.2. Fundamento	2-2
2.1.3. Materiales	2-4
2.1.4. Procedimiento	2-5
2.1.5. Resultados	2-5
2.2. Experiencia de Reynolds	2-6
2.2.1. Objetivo	2-6
2.2.2. Fundamento	2-6
2.2.3. Materiales	2-7
2.2.4. Procedimiento	2-8
3. Singularidades	3-1
3.1. Determinación del coeficiente de descarga C_d de un orificio libre	3-1
3.1.1. Objetivo	3-1
3.1.2. Fundamento	3-1

3.1.3.	Análisis de Errores	3-3
3.1.4.	Materiales	3-4
3.1.5.	Procedimiento	3-4
3.1.6.	Resultados	3-5
4.	Flujo en tuberías	4-1
4.1.	Determinación del coeficiente de fricción f de Darcy	4-2
4.1.1.	Objetivo	4-2
4.1.2.	Fundamento	4-3
4.1.3.	Materiales	4-3
4.1.4.	Procedimiento	4-3
4.1.5.	Resultados	4-4
4.2.	Pérdidas localizadas de energía en tuberías	4-4
4.2.1.	Objetivo	4-4
4.2.2.	Fundamento	4-5
4.2.3.	Materiales	4-6
4.2.4.	Procedimiento	4-7
4.2.5.	Resultados	4-9
5.	Turbomaquinaria	5-1
5.1.	Determinación de la curva H-Q de una bomba	5-1
5.1.1.	Objetivo	5-1
5.1.2.	Fundamento	5-1
5.1.3.	Materiales	5-3
5.1.4.	Procedimiento	5-4
5.1.5.	Resultados	5-5
II	Hidrología	5-7
6.	Infiltración	6-1
6.1.	Descripción del proceso de infiltración	6-2
6.2.	El modelo de Horton	6-3
6.3.	Determinación experimental de la capacidad de infiltración	6-4
6.3.1.	Método del infiltrómetro de doble anillo	6-4
7.	Aforometría	7-1
7.1.	Método del molinete hidrométrico	7-2
7.1.1.	Objetivo	7-2
7.1.2.	Fundamento	7-2
7.1.3.	Descripción del equipo	7-3
7.2.	Método de la onda salina	7-6
7.2.1.	Objetivo	7-6
7.2.2.	Fundamento	7-6

7.2.3. Análisis de Errores	7-7
7.2.4. Materiales	7-8
7.2.5. Procedimiento	7-8
7.2.6. Resultados	7-9

III Hidráulica de Canales 7-11

8. Flujo uniforme 8-1

8.1. Determinación del n de Manning en flujo uniforme	8-2
---	-----

9. Flujo rápidamente variado 9-1

9.1. Determinación del coeficiente de descarga de vertederos	9-2
9.2. Resalto hidráulico	9-5
9.2.1. Objetivo	9-5
9.2.2. Fundamento	9-6
9.2.3. Materiales	9-7
9.2.4. Procedimiento	9-7
9.2.5. Resultados	9-8
9.3. Disipadores de energía	9-9
9.3.1. Objetivo	9-9
9.3.2. Fundamento	9-9
9.3.3. Descripción de los disipadores	9-10
9.3.4. Materiales	9-11
9.3.5. Procedimiento	9-11
9.3.6. Resultados	9-14

10. Flujo impermanente 10-1

10.1. Traslación de una onda gravitatoria	10-1
---	------

IV Anexos 10-5

11. Teoría de Errores 11-1

11.1. Reglas para expresar una medida y su error	11-1
11.2. Medidas directas	11-2
11.3. Error absoluto y error relativo	11-5

12. El método de mínimos cuadrados 12-1

12.1. Ajuste de curvas	12-1
12.2. Regresión lineal	12-2
12.3. Regresión polinomial	12-3
12.4. Formas incompletas	12-3

13. Uso del calibre o vernier	13-1
13.1. Objeto	13-1
13.2. Construcción	13-1
13.3. Aproximación	13-2
13.4. Lecturas en el calibre	13-3
14. Canal experimental	14-1
14.1. Introducción	14-1
14.2. Funcionamiento	14-2
14.3. Medición del caudal	14-2
14.4. Accesorios	14-3
14.5. Recomendaciones generales	14-4
15. Sistema de tuberías	15-1
15.1. Introducción	15-1
15.2. Funcionamiento	15-2
15.3. Medición del caudal	15-3
15.3.1. Fundamento	15-3
15.3.2. Uso	15-5
15.4. Medición de las pérdidas de carga	15-6
15.5. Recomendaciones generales	15-7

Parte I

Mecánica de Fluidos

Capítulo 1

Propiedades de los Fluidos

Se lista una serie de experimentos que nos permiten determinar las propiedades más relevantes de un fluido, como la densidad, la viscosidad y la tensión superficial.

1.1. Determinación de la densidad de un fluido

La densidad ρ es la propiedad intensiva que nos permite cuantificar qué tan pesado o liviano es un fluido. Se define como el cociente entre la masa de un cierto volumen de fluido y ese volumen:

$$\rho = \frac{m}{\nabla} \quad (1.1)$$

En forma análoga, el peso específico o peso unitario γ se define como el cociente entre el peso de un cierto volumen de fluido y ese volumen:

$$\gamma = \frac{w}{\nabla} \quad (1.2)$$

Es fácil ver, que en virtud de la Segunda ley de Newton $w = mg$, la densidad y el peso específico están relacionados por

$$\gamma = \rho g \quad (1.3)$$

En el Sistema Internacional, ρ se mide en $\frac{kg}{m^3}$ mientras que γ se mide en $\frac{N}{m^3}$ ($1N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}$).

La densidad del agua ρ_a , a 20 °C de temperatura, es del orden de los $1000\frac{kg}{m^3}$. A partir de la misma, se define la densidad relativa D_r de un fluido como el cociente entre la densidad de éste dividido la del agua:

$$D_r = \frac{\rho}{\rho_a} \quad (1.4)$$

de modo que fluidos más densos que el agua tienen $D_r > 1$, en tanto que fluidos menos densos que el agua tienen $D_r < 1$.

Se muestran a continuación una serie de métodos experimentales que nos permitirán estimar la densidad de un fluido.

1.1.1. Método directo

Objetivo

Determinar la densidad relativa de un fluido, e indirectamente la densidad absoluta.

Fundamento

Consideremos un recipiente de volumen \forall desconocido. Es posible determinar su volumen dividiendo el peso de un fluido que lo ocupe completamente por el peso específico de dicho fluido:

$$\forall = \frac{w_1}{\gamma_1} \quad (1.5)$$

En forma similar, para un fluido 2:

$$\forall = \frac{w_2}{\gamma_2} \quad (1.6)$$

Igualando las expresiones 1.5 y 1.6 se obtiene:

$$\frac{w_1}{\gamma_1} = \frac{w_2}{\gamma_2} \quad (1.7)$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{w_2}{w_1}$$

Dado que no es posible determinar w_1 y w_2 solos, sino en conjunto con el peso del recipiente w_r (ver figura 1.1), se reescribe la ecuación 1.7 como

$$D_r = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{(w_2 + w_r) - w_r}{(w_1 + w_r) - w_r} \quad (1.8)$$

que es la fórmula del método directo.

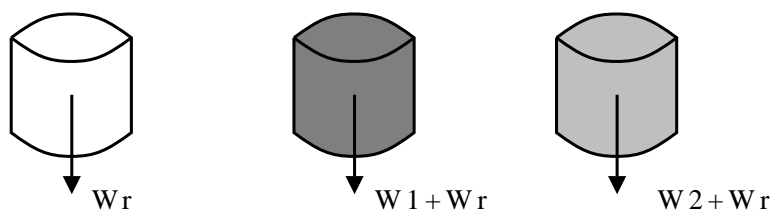


Figura 1.1: Método directo

Análisis de Errores

Calculando la diferencial total de D_r en la ecuación 1.8, se tiene

$$dD_r = \frac{\partial D_r}{\partial w_1} dw_1 + \frac{\partial D_r}{\partial w_2} dw_2 \quad (1.9)$$

es decir (aplicando los doble signos de los errores),

$$dD_r = \pm \frac{w_2}{w_1^2} dw_1 \pm \frac{dw_2}{w_1} \quad (1.10)$$

dividiendo ambos miembros por D_r , reemplazando en el miembro de la derecha a D_r por $\frac{w_2}{w_1}$ y simplificando,

$$\frac{dD_r}{D_r} = \pm \frac{dw_1}{w_1} \pm \frac{dw_2}{w_2} \quad (1.11)$$

lo cual nos indica que el error relativo en la determinación de D_r disminuirá en la medida que aumenten los valores de w_1 y w_2 , esto es, trabajemos con recipientes de mayor capacidad.

Materiales

- Un recipiente o frasco.
- Fluido de comparación (agua) y fluido de densidad incógnita.
- Una balanza.
- Un secador.

Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá con distintos niveles de referencia.

1. Determinar el peso w_r del recipiente.
2. Llenar al ras o a un nivel de referencia el recipiente anterior con el fluido patrón (habitualmente agua).
3. Determinar el peso del recipiente más el fluido patrón, $w_1 + w_r$.
4. Vaciar el frasco, secarlo con el secador y llenar al mismo nivel con el fluido incógnita.
5. Determinar el peso del recipiente más el fluido incógnita, $w_2 + w_r$.
6. Calcular la densidad relativa con la ecuación 1.8.
7. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	w_1+w_r	w_2+w_r	w_1	w_2	D_r	$(D_r - \bar{D}_r)^2$

Resultados

Se presentará la densidad relativa obtenida en la forma:

$$D_r = \bar{D}_r \pm \Delta D_r \quad (1.12)$$

donde \bar{D}_r representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{D}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_{ri} \quad (1.13)$$

y ΔD_r el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta D_r = \frac{\sigma_{D_r}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_{ri} - \bar{D}_r)^2}{n(n-1)}} \quad (1.14)$$

1.1.2. Método del hidrómetro

Objetivo

Determinar la densidad relativa de un fluido, e indirectamente la densidad absoluta.

Descripción del equipo

El hidrómetro es un aparato que consta de dos ramas de vidrio conectadas superiormente a una única salida, e inferiormente a dos recipientes independientes (figura 1.2). La salida superior consta de una manguera conectada a una válvula y una boquilla para la extracción del aire. Las ramas del hidrómetro se montan sobre un panel que consta de una escala graduada con divisiones cada 2 mm.

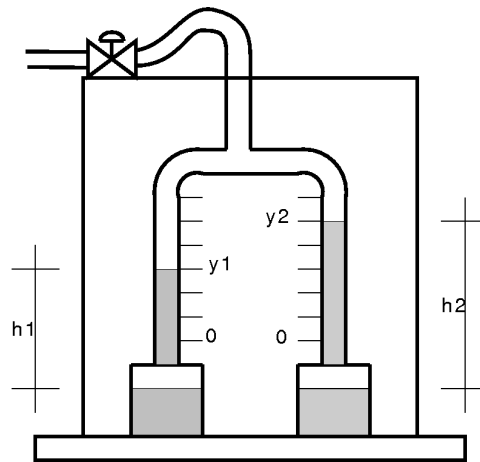


Figura 1.2: Hidrómetro

Fundamento

Dada la diferencia de densidades entre los fluidos 1 y 2, al provocar una succión en la salida superior, los fluidos en cada rama ascenderán a niveles distintos (ver figura 1.2). Si designamos como h_1 la diferencia de niveles entre la superficie libre en el vaso y el nivel alcanzado en la rama correspondiente del hidrómetro, para el fluido 1, y h_2 el mismo desnivel para el fluido 2, y teniendo presente que la presión en la superficie libre en el interior de las ramas del hidrómetro es la misma para ambos fluidos, es posible escribir la ecuación de equilibrio de presiones como:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \quad (1.15)$$

es decir,

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2} \quad (1.16)$$

El problema de la expresión 1.16 consiste en que no se conoce el nivel de la superficie libre de los fluidos en los vasos. Para resolver el problema, consideremos que el desnivel h_1 se puede expresar como $h_1 = y_1 + c$, donde y_1 es la lectura en la escala del hidrómetro de la rama del líquido 1, y c la diferencia de nivel entre la superficie libre en el vaso y el 0 de la escala. En forma similar, $h_2 = y_2 + c$. Reemplazando en la ecuación 1.16 tenemos:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{y_1 + c}{y_2 + c} \quad (1.17)$$

Esta misma ecuación es válida para otra presión en el interior del hidrómetro, que dará lugar a dos lecturas diferentes y'_1 e y'_2 . Si tenemos la precaución de mantener el *mismo* nivel en los vasos en esta segunda lectura, es posible

escribir

$$D_r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{y_1 + c}{y_2 + c} = \frac{y'_1 + c}{y'_2 + c} \quad (1.18)$$

eliminando c de esta última, y despejando D_r , se tiene

$$D_r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{y_1 - y'_1}{y_2 - y'_2} \quad (1.19)$$

que es la ecuación del Hidrómetro.

Análisis de Errores

Llamando $\Delta y_1 = y_1 - y'_1$, $\Delta y_2 = y_2 - y'_2$ en la ecuación 1.19 y calculando la diferencial total de D_r :

$$dD_r = \frac{\partial D_r}{\partial \Delta y_1} d\Delta y_1 + \frac{\partial D_r}{\partial \Delta y_2} d\Delta y_2$$

reemplazando y aplicando los doble signos de los errores,

$$dD_r = \pm \frac{d\Delta y_1}{\Delta y_2} \pm \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2^2} d\Delta y_2 \quad (1.20)$$

diviendi ambos miembros por D_r , reemplazando en el miembro de la derecha a D_r por $\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2}$ y simplificando,

$$\frac{dD_r}{D_r} = \pm \frac{d\Delta y_1}{\Delta y_1} \pm \frac{d\Delta y_2}{\Delta y_2} \quad (1.21)$$

lo cual nos indica que el error relativo en la determinación de D_r disminuirá en la medida que aumenten los valores de Δy_1 y Δy_2 , esto es, alejemos entre sí los niveles de los fluidos entre la primera y la segunda lectura necesarias para el cálculo de la densidad relativa D_r . Esto se logra tomando el primer par de lecturas y_1 e y_2 cerca del límite superior de la escala graduada, y tomando el segundo par de lecturas y'_1 e y'_2 cerca del límite inferior de dicha escala.

Materiales

- Hidrómetro.
- Fluido de comparación (agua) y fluido de densidad incógnita.
- Pipetas.

Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá con distintos niveles de referencia en los vasos graduados.

1. Enrasar los vasos graduados del hidrómetro al mismo nivel para los fluidos 1 (patrón) y 2 (incógnita).
2. Succionar por la manguera superior del hidrómetro produciendo el ascenso de los niveles de los fluidos en las ramas, lo más cerca del límite superior de la escala. Cerrar la válvula de aire.
3. Ajustar los niveles en los vasos, igualándolos, utilizando las pipetas (no mezclar pipetas para diferentes fluidos).
4. Tomar las lecturas y_1 e y_2 .
5. Abrir y cerrar rápidamente la válvula de aire del hidrómetro, produciendo un descenso del nivel de los fluidos en las ramas, tratando de llegar lo más cerca posible del límite inferior de la escala.
6. Ajustar los niveles en los vasos, igualándolos, utilizando las pipetas (no mezclar pipetas para diferentes fluidos).
7. Tomar las lecturas y'_1 e y'_2 .
8. Calcular la densidad relativa con la ecuación 1.19.
9. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

Nº Obs.	y_1	y_2	y'_1	y'_2	D_r	$(D_r - \bar{D}_r)^2$

Resultados

Se presentará la densidad relativa obtenida en la forma:

$$D_r = \bar{D}_r \pm \Delta D_r \quad (1.22)$$

donde \bar{D}_r representa la media aritmética de los valores hallados, y ΔD_r el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11.

$$\Delta D_r = \frac{\sigma_{D_r}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_{ri} - \bar{D}_r)^2}{n(n-1)}} \quad (1.23)$$

1.1.3. Método de la Balanza de Jolly

Objetivo

Determinar la densidad relativa de un fluido, e indirectamente la densidad absoluta.

Descripción del equipo

La balanza de Jolly consta de una varilla, sobre la cual corre un gancho accionado por un tornillo sin fin controlado desde su parte superior. Sobre este gancho se cuelga un resorte que para el práctico en cuestión, no necesita estar calibrado. Además, en el extremo del resorte se cuelga un disco de lectura que permitirá realizar las mediciones. En su extremo, este disco de lectura lleva un gancho sobre el cual se colgará el objeto a sumergir. Sobre la varilla, y a lo largo de ella, va montada una escala graduada para tomar lecturas (figura 1.3). La inclinación de la varilla puede modificarse haciendo

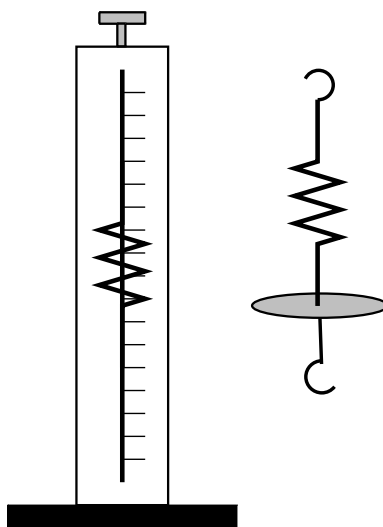


Figura 1.3: Balanza de Jolly y detalle de resorte y disco de lectura

actuar los dos tornillos calantes disponibles en la base de la balanza.

Fundamento

El uso de la Balanza de Jolly para la determinación de densidades relativas se basa en el principio de Arquímedes. En efecto, consideremos la deformación que sufre el resorte cargado en su extremo con un peso fijo, en las tres siguientes situaciones:

- en seco
- sumergido en agua (fluido 1)
- sumergido en el fluido de densidad incógnita (fluido 2)

Según puede verse en la figura 1.4, se establecen tres deformaciones en relación a la longitud del resorte descargado (se asume que el disco de lectura es de masa despreciable):

- $\delta_1 = l_1 - l_0$, la deformación debida al peso en seco del objeto.
- $\delta'_1 = l'_1 - l_0$, la deformación debida al peso del objeto sumergido en el fluido 1.
- $\delta'_2 = l'_2 - l_0$, la deformación debida al peso del objeto sumergido en el fluido 2.

En estas expresiones las lecturas l_0 , l_1 , l'_1 y l'_2 se toman a través del disco de lecturas sobre la escala graduada de la balanza.

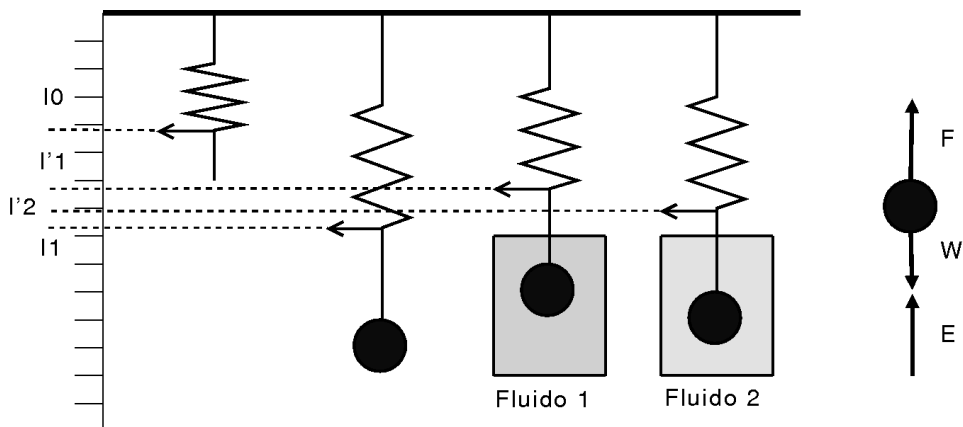


Figura 1.4: Deformaciones en la Balanza de Jolly. Sistema de fuerzas actuante

Según la ley de Hooke, las deformaciones mencionadas se relacionan con las fuerzas del diagrama de cuerpo libre de la figura 1.4 por:

$$W = K\delta_1 \quad (1.24)$$

$$W - E_1 = K\delta'_1 \quad (1.25)$$

$$W - E_2 = K\delta'_2 \quad (1.26)$$

donde W es el peso en seco del objeto suspendido, $E_1 = \forall\rho_1$ es el empuje sobre el objeto debido al fluido 1, $E_2 = \forall\rho_2$ es el empuje sobre el objeto debido al fluido 2, y \forall el volumen sumergido del objeto. Para que este último sea constante, debemos asegurarnos que el objeto quede *completamente* sumergido en ambos fluidos.

Reemplazando 1.24 en 1.25 y 1.26 y a los empujes por los valores indicados, se tiene

$$K\delta_1 - \rho_1\forall = K\delta'_1$$

$$K\delta_1 - \rho_2\forall = K\delta'_2$$

de donde se puede despejar $\rho_1\forall$ y $\rho_2\forall$; dividiendo miembro a miembro y simplificando:

$$D_r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\delta_1 - \delta'_2}{\delta_1 - \delta'_1} \quad (1.27)$$

reemplazando las deformaciones δ de la ecuación 1.27 en función de las lecturas l , se tiene

$$D_r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{l_1 - l'_2}{l_1 - l'_1} \quad (1.28)$$

que es la ecuación del método.

Análisis de Errores

Realizando las siguientes sustituciones:

$$\Delta l_1 = l_1 - l'_1 \quad (1.29)$$

$$\Delta l_2 = l_1 - l'_2 \quad (1.30)$$

y reemplazando en la ecuación 1.28, se tiene

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} \quad (1.31)$$

Calculando la diferencial total de D_r , y dividiendo ambos miembros por $D_r = \rho_2/\rho_1$ se tiene

$$\frac{dD_r}{D_r} = \pm \frac{d\Delta l_1}{\Delta l_1} \pm \frac{d\Delta l_2}{\Delta l_2} \quad (1.32)$$

lo cual nos indica que el error relativo en la determinación de D_r disminuirá en la medida que aumenten $\Delta l_1 = l_1 - l'_1$ y $\Delta l_2 = l_1 - l'_2$. Para ello se debe trabajar con resortes de gran flexibilidad, con lo que las deformaciones son mayores.

Materiales

- Balanza de Jolly.
- Fluido de comparación (agua) y fluido de densidad incógnita, cada uno en su frasco o recipiente.
- Disco de lectura.
- Resorte (no calibrado).
- Objeto a sumergir.

Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá con distintos niveles iniciales en la escala; dichos niveles iniciales, que se modifican accionando el tornillo sin fin superior de la balanza, deben ser tales que los objetos a sumergir queden completamente sumergidos en ambos fluidos, y además el disco de lectura no establezca contacto con ningún otro cuerpo más que con el resorte y el objeto; es muy común que ante una mala elección del nivel inicial, el disco apoye sobre el borde del vaso; en este caso la lectura debe ser descartada ya que se agrega una fuerza adicional en el diagrama de cuerpo libre de la figura 1.4.

1. Montar el resorte, el disco de lectura y el objeto en la balanza.
2. Colocar los fluidos en los respectivos recipientes. Ubicar uno de ellos en el pie de la balanza.
3. En función de los niveles de líquidos, mover el tornillo sin fin hasta ajustar la posición inicial del disco y el objeto de acuerdo a las recomendaciones dadas previamente.
4. Retirar el recipiente de la balanza (el objeto sigue montado) y tomar la lectura l_1 . Para tomar lectura, mirar el disco de lectura lateralmente de modo que se visualice como una línea.
5. Con cuidado, levantar el conjunto disco y objeto, ubicar el vaso con el fluido de referencia (agua) y suavemente sumergir el objeto completamente en el fluido. Verificar que el disco no toque el borde del vaso ni la varilla de la balanza, y que el objeto quede completamente sumergido.
6. Tomar la lectura l'_1 .
7. Retirar el vaso del fluido 1. Secar el objeto (y el gancho del disco de lectura) y colocar el vaso con el fluido incógnita, volviendo a sumergir el objeto en el fluido 2.

8. Tomar la lectura l'_2 .
9. Calcular con la ecuación 1.28 el valor de la densidad relativa D_r .
10. Repetir los pasos anteriores, completando la siguiente tabla:

N° Obs.	l_1	l'_1	l'_2	D_r	$(D_r - \bar{D}_r)^2$

Resultados

Se presentará la densidad relativa obtenida en la forma:

$$D_r = \bar{D}_r \pm \Delta D_r \quad (1.33)$$

donde \bar{D}_r representa la media aritmética de los valores hallados, y ΔD_r el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11.

$$\Delta D_r = \frac{\sigma_{D_r}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_{ri} - \bar{D}_r)^2}{n(n-1)}} \quad (1.34)$$

1.2. Determinación de la viscosidad de un fluido

La viscosidad es una propiedad vinculada a la mayor o menor resistencia que opone un fluido a su propio movimiento. Es una propiedad de origen molecular. Cuantitativamente, la viscosidad dinámica μ de un fluido es la relación entre las tensiones de corte aparentes que se desarrollan en la masa del fluido y el gradiente de velocidades, a través de la Ley de Newton:

$$\tau_y = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \quad (1.35)$$

En base a la expresión anterior, es posible determinar las dimensiones de μ :

$$[\mu] = [\tau] \frac{[y]}{[u]} = \frac{F}{L^2} \frac{L}{\frac{L}{T}} = \frac{F}{L^2} T \quad (1.36)$$

es decir, que en el Sistema Internacional, se mide en *Pa.s*.

A partir de la viscosidad dinámica μ es posible definir la viscosidad cinemática ν como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.37)$$

La dimensión de ν surge de:

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{\frac{F}{L^2} T}{\frac{M}{L^3}} = \frac{L^2}{T} \quad (1.38)$$

es decir, en el Sistema Internacional ν se mide en $\frac{m^2}{s}$.

Como valor de referencia, la viscosidad cinemática del agua, a temperatura ambiente, es de $1,0 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$.

En forma similar al caso de la densidad, se define la viscosidad relativa entre dos fluidos 1 y 2 como:

$$N_r = \frac{\nu_2}{\nu_1} \quad (1.39)$$

Se muestran a continuación dos experiencias que permiten determinar la viscosidad cinemática de un fluido, uno en forma absoluta y otro en forma relativa.

1.2.1. Método del Viscosímetro de Ostwald

Objetivo

Determinar la viscosidad relativa de un fluido, e indirectamente la viscosidad absoluta.

Descripción del equipo

El viscosímetro de Ostwald es un equipo que consta de un tubo capilar vertical D, a través del cual fluye un fluido desde un bulbo superior E a otro inferior F (figura 1.5). El bulbo superior tiene a su vez dos marcas de inicio (B) y fin (C) de carrera, que sirven de referencia para medir el tiempo en que ese volumen (constante) fluye a través del capilar.

La rama superior del viscosímetro dispone de una manguera flexible que permite succionar el fluido, para elevar su nivel por encima del bulbo superior.

El conjunto se completa con un pie de laboratorio para montar el viscosímetro, y con un cronómetro para medir los tiempos.

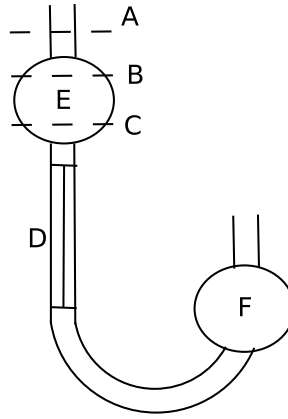


Figura 1.5: Viscosímetro de Ostwald

Fundamento

Debido al reducido diámetro del conducto capilar, el número de Reynolds de la corriente Re , dado por

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (1.40)$$

es suficientemente pequeño como para garantizar el flujo laminar, incluso si el fluido en cuestión es agua. En esas condiciones, es válida la fórmula de Stokes (ecuación 1.41):

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{VD} \quad (1.41)$$

para calcular el factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach (ecuación 1.42):

$$h = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.42)$$

donde h es la carga necesaria para que el fluido se mueva con la velocidad media V . Reemplazando la ecuación 1.41 en 1.42 y reordenando, se tiene:

$$h = \frac{64\nu V l}{2g D^2} \quad (1.43)$$

lo que indica que las pérdidas de carga son linealmente proporcionales a la velocidad, como es característico del flujo laminar. Reemplazando en la última expresión a $V = Q/A$, a $A = \frac{\pi D^2}{4}$, y despejando el caudal Q se tiene

$$Q = \frac{g\pi D^4 h}{128\nu l} \quad (1.44)$$

que es la fórmula de Poiseuille para tubos circulares.

Reemplazando en la expresión 1.44 al caudal por su definición, $Q = \frac{dV}{dt}$, integrando, y extrayendo fuera de la integral los factores constantes en el tiempo, se tiene:

$$V = \frac{g\pi D^4}{128\nu l} \int_0^t h dt \quad (1.45)$$

donde la integral $\int_0^t h dt$ puede ser aproximada por el producto $h_m \Delta t$, de modo que para el fluido 1:

$$V = \frac{g\pi D^4}{128\nu_1 l} h_m \Delta t_1 \quad (1.46)$$

y para el fluido 2:

$$V = \frac{g\pi D^4}{128\nu_2 l} h_m \Delta t_2 \quad (1.47)$$

Siendo el volumen V el mismo (volumen del bulbo superior definido entre enrrases) los tiempos Δt_1 y Δt_2 serán los necesarios para que ese volumen V fluya a través del capilar; dividiendo miembro a miembro las expresiones 1.47 y 1.46 se tiene:

$$1 = \frac{\nu_1 \Delta t_2}{\nu_2 \Delta t_1} \quad (1.48)$$

es decir,

$$N_r = \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \quad (1.49)$$

que es la ecuación del viscosímetro de Ostwald, la cual nos permite encontrar la viscosidad relativa de un fluido a partir de los tiempos de flujo de *un mismo* volumen a través de un tubo capilar.

Análisis de Errores

Calculando la diferencial total de N_r en la ecuación 1.8, se tiene

$$dN_r = \frac{\partial N_r}{\partial \Delta t_1} d\Delta t_1 + \frac{\partial N_r}{\partial \Delta t_2} d\Delta t_2 \quad (1.50)$$

es decir (aplicando los doble signos de los errores),

$$dN_r = \pm \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1^2} d\Delta t_1 \pm \frac{d\Delta t_2}{\Delta t_1} \quad (1.51)$$

dividiendo ambos miembros por N_r , reemplazando en el miembro de la derecha a N_r por $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ y simplificando,

$$\frac{dN_r}{N_r} = \pm \frac{d\Delta t_1}{\Delta t_1} \pm \frac{d\Delta t_2}{\Delta t_2} \quad (1.52)$$

lo que nos indica que el error relativo en la determinación de N_r será tanto menor cuanto mayor sean los tiempos Δt_1 y Δt_2 ; esto se logra, en el diseño del viscosímetro, aumentando el volumen \forall del bulbo superior (y consecuentemente del bulbo inferior).

Materiales

- Viscosímetro de Ostwald, montado sobre un pie universal de laboratorio.
- Fluido de comparación (agua) y fluido de densidad incógnita.
- Cronómetro.
- Jeringa o pipeta.
- Secador.

Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá varias veces.

1. Incorporar (mediante el uso de la pipeta o la jeringa) un volumen conocido \forall_0 del fluido patrón (agua).
2. Succionar, con la manguera flexible del viscosímetro, el fluido de modo que alcance un nivel A (ver Figura 1.5) por encima del engrase superior (B) del bulbo E.
3. Liberar la manguera flexible, el fluido comenzará a descender; arrancar el cronómetro cuando el nivel de fluido pase por la marca B.
4. Parar el cronómetro cuando el nivel del fluido pase por la marca C, y registrar de ese modo el tiempo Δt_1 .
5. Secar el viscosímetro con el secador, y repetir el procedimiento anterior con el fluido incógnita 2, y con el mismo volumen \forall_0 , de modo de determinar el tiempo Δt_2 .
6. Calcular la viscosidad relativa N_r a partir de la expresión 1.49.

Para reducir los tiempos del experimento, es factible realizar toda la secuencia de observaciones con el fluido 1 primero, para luego realizar lo mismo con el fluido 2.

Con la información obtenida se deberá llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	Δt_1	Δt_2	N_r	$(N_r - \bar{N}_r)^2$

Resultados

Se presentará la viscosidad relativa obtenida en la forma:

$$N_r = \bar{N}_r \pm \Delta N_r \tag{1.53}$$

donde \bar{N}_r representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{N}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{ri} \tag{1.54}$$

y ΔN_r el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta N_r = \frac{\sigma_{N_r}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_{ri} - \bar{N}_r)^2}{n(n-1)}} \tag{1.55}$$

1.2.2. Método del Viscosímetro de Caída

Objetivo

Determinar la viscosidad absoluta de un fluido.

Descripción del equipo

El viscosímetro de caída es un dispositivo experimental que consiste en un vaso de sección circular, de una altura suficiente, de paredes transparentes, el cual se llena con un fluido cuya viscosidad se desea conocer (figura 1.6). El recipiente tiene dos enrrases: uno superior y otro inferior, que definen la altura util L del instrumento.

El objetivo es determinar la velocidad de caída (que se supone constante) de una esfera en el medio fluido por simple medición del tiempo de paso de dicha esfera entre los dos enrrases. A partir de esta velocidad y otros parámetros medibles, es posible determinar la viscosidad del fluido.

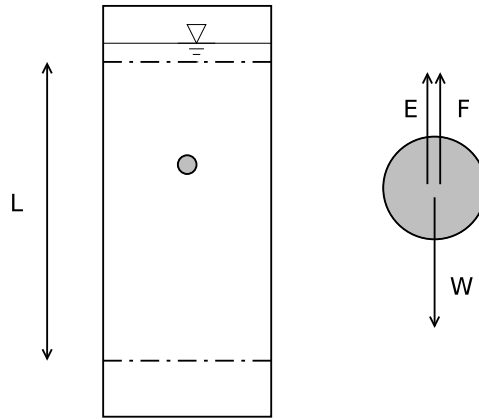


Figura 1.6: Viscosímetro de Caída y diagrama de cuerpo libre de la esfera

Fundamento

Si suponemos que la partícula de la figura 1.6 parte, sumergida, con una velocidad inicial $V_0 = 0$, entonces es claro que la misma incrementará su velocidad a medida que vaya cayendo dentro del medio fluido, debido a la acción de su peso W . Sin embargo, en cuanto comience a moverse, actuará opuesta al peso una fuerza de arrastre F que, en flujo laminar, puede determinarse a partir de la ley de Stokes:

$$F = 3\mu\pi DV = 3\rho_f\nu\pi DV \quad (1.56)$$

la cual crece a medida que la velocidad crece. De modo tal que existirá un momento a partir del cual se cumpla el equilibrio de fuerzas (ver figura 1.6):

$$\sum F_i = W - F - E = 0 \quad (1.57)$$

En este caso, la velocidad V de la partícula de la ecuación 1.56 es constante (la aceleración, de acuerdo a la segunda ley de Newton, es cero) y se denomina *velocidad terminal de caída* de la partícula. Suponiendo una esfera de diámetro D y peso específico γ_s , y un fluido de peso específico γ_f , se tiene que

$$W = \gamma_s \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \quad (1.58)$$

y que

$$E = \gamma_f \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \quad (1.59)$$

reemplazando las ecuaciones 1.56, 1.58 y 1.59 en la expresión 1.57, y reordenando, se tiene que

$$(\gamma_s - \gamma_f) \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2} \right)^3 = 3\rho_s \nu \pi D V \quad (1.60)$$

con lo cual, reordenando términos y despejando ν ,

$$\nu = \frac{g}{V} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \frac{4}{9} \frac{D^2}{8} \quad (1.61)$$

reemplazando a la velocidad terminal de caída por su determinación experimental $V = L/t$, donde t es el tiempo que le demanda a la partícula recorrer la altura útil L del aparato, se tiene finalmente que

$$\nu = \frac{g}{18L} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} D^2 t \quad (1.62)$$

que es la ecuación del viscosímetro de caída. Para su aplicación, es necesario conocer:

- las densidades del material de la partícula y del fluido
- la carrera útil L del viscosímetro
- el diámetro D de la esfera.

Análisis de Errores

Introduciendo en la ecuación 1.62 la notación $\Delta = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}$, se tiene

$$\nu = \frac{g}{18L} \Delta D^2 t \quad (1.63)$$

escribiendo la diferencial total de ν , e introduciendo los dobles signos,

$$\begin{aligned} d\nu &= \pm \frac{\partial \nu}{\partial L} dL \pm \frac{\partial \nu}{\partial \Delta} d\Delta \pm \frac{\partial \nu}{\partial D} dD \pm \frac{\partial \nu}{\partial t} dt \\ &= \pm \frac{g}{18L^2} \Delta D^2 t dL \pm \frac{g}{18L} D^2 t d\Delta \pm \frac{g}{9L} \Delta D t dD \pm \frac{g}{18L} \Delta D^2 dt \end{aligned}$$

dividiendo miembro a miembro la última expresión por la ecuación 1.63, y simplificando, se obtiene

$$\frac{d\nu}{\nu} = \pm \frac{dL}{L} \pm \frac{d\Delta}{\Delta} \pm 2 \frac{dD}{D} \pm \frac{dt}{t} \quad (1.64)$$

ecuación que nos indica cómo se propagan los errores sobre el resultado. De ella se pueden obtener importantes conclusiones, respecto de cómo reducir el error relativo en la determinación de ν :

- Aumentando la longitud L . Esto se logra con tubos de mayor longitud.

- Aumentando el valor de Δ . Esto se logra aumentando la diferencia $\rho_s - \rho_f$, lo cual se podría lograr aumentando el valor de ρ_s ; de todos modos, se debe tener presente que se corre el riesgo de aumentar tanto la velocidad V que el flujo deje de ser laminar, y la teoría desarrollada carezca de significado.
- Aumentando el tiempo t de viaje; esto también se logra aumentando la longitud recorrida L .
- Proporcionalmente, la mayor fuente de error proviene de la medición del diámetro de la esfera D , con lo cual deberán extremarse las precauciones en su determinación; por tratarse de una longitud del orden de unos pocos mm, este diámetro se determinará por múltiples observaciones, a partir de mediciones con calibre.

Materiales

- Viscosímetro de Caída.
- Fluido de estudio. En el caso de fluidos de alta viscosidad (aceites), deberá llenarse el viscosímetro en la víspera, con mucha lentitud, para lograr reducir el número de burbujas presentes en la masa de fluido.
- Esferas de ensayo (tantas como observaciones se realizarán).
- Cinta métrica o regla.
- Calibre.
- Cronómetro.

Procedimiento

Se suponen conocidas las densidades del fluido y de las esferas; la primera se puede determinar utilizando los procedimientos indicados en este libro; la segunda, de determinación más laboriosa, deberá ser provista por los auxiliares del laboratorio.

En primer lugar se determinará la longitud útil L del viscosímetro; para ello, basta con medir sobre la generatriz del tubo, con cinta o regla, al milímetro, dicha longitud. Debe indicarse claramente entre qué enrasas se tomó la longitud, para medir el tiempo en forma acorde.

El procedimiento siguiente se repetirá varias veces.

1. Tomar una esfera, y realizar una serie de al menos 5 observaciones de su diámetro, utilizando el calibre. Para su uso, seguir las instrucciones del Anexo 13.
2. Determinar el diámetro medio D de esa esfera.

1.2. DETERMINACIÓN DE LA VISCOSIDAD DE UN FLUIDO 1-21

3. Con sumo cuidado, soltar la esfera tan cerca como sea posible de la superficie del líquido, en la forma más concéntrica posible (para evitar el efecto pared). La esfera comenzará a caer dentro del fluido.
4. Arrancar el cronómetro cuando la esfera pase por el engrase inicial (superior), y pararlo cuando pase por el engrase final (inferior), registrando el tiempo t .
5. Calcular, utilizando la ecuación 1.62, la viscosidad ν .

Si durante la caída de la esfera se advierte que la misma se ha alejado notoriamente de la trayectoria vertical (por ejemplo, se ha acercado a la pared del recipiente) la observación debe ser descartada, iniciando una nueva.

Notar que todas las esferas tienen diámetros diferentes, y que además, una vez ensayadas, no se pueden recuperar.

Con la información obtenida se deberá llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	D	t	ν	$(\nu - \bar{\nu})^2$

Resultados

Se presentará la viscosidad relativa obtenida en la forma:

$$\nu = \bar{\nu} \pm \Delta\nu \tag{1.65}$$

donde $\bar{\nu}$ representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{\nu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nu_i \tag{1.66}$$

y $\Delta\nu$ el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta\nu = \frac{\sigma_\nu}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\nu_i - \bar{\nu})^2}{n(n-1)}} \tag{1.67}$$

1.3. Determinación de la tensión superficial de un fluido

La tensión superficial es una propiedad de los fluidos que se manifiesta en el punto de contacto entre la superficie libre de un fluido y una pared sólida. Se pone en evidencia debido a que en el punto de contacto antes mencionado la superficie del fluido forma una curva o *menisco*, que según el fluido y la pared sólida de que se trate, podrá ser positivo o negativo (ver figura 1.7).

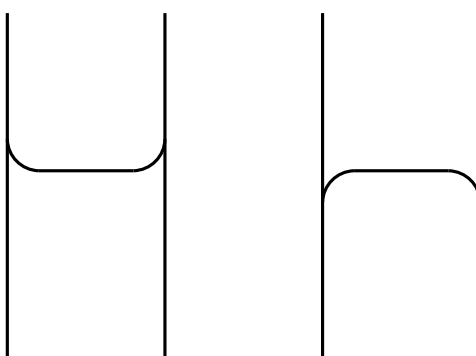


Figura 1.7: Tipos de menisco

En la figura 1.7, la situación de la izquierda corresponde, por ejemplo, a la interfaz agua - aire sobre una pared limpia de vidrio, mientras que la situación de la derecha corresponde a la interfaz mercurio - aire sobre la misma pared.

Esta forma que adopta la superficie libre sólo se puede explicar admitiendo que el fluido soporta unas pequeñas tensiones de tracción; el valor límite σ que puede soportar se conoce como tensión superficial de ese fluido, y es una fuerza distribuida por unidad de longitud (la de la línea de contacto entre el fluido y el sólido). En el sistema internacional, σ se mide en $\frac{N}{m}$.

La tensión superficial es responsable de numerosos fenómenos naturales, como por ejemplo el ascenso de un fluido a través de un tubo capilar, o la existencia de las pompas de jabón.

Existen ciertas sustancias, como por ejemplo los detergentes, que tienen la propiedad de reducir drásticamente la tensión superficial de un fluido; estas sustancias se conocen como *surfactantes*.

Se muestran a continuación dos experimentos que permiten obtener, respectivamente, la tensión superficial absoluta y relativa (a la del agua) de un fluido.

1.3. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE UN FLUIDO 1-23

1.3.1. Método de la Balanza de Jolly

Objetivo

Determinar la tensión superficial absoluta de un fluido, y comprobar el efecto de un surfactante sobre ella.

Descripción del equipo

La balanza de Jolly consta de una varilla, sobre la cual corre un gancho accionado por un tornillo sin fin controlado desde su parte superior. Sobre este gancho se cuelga un resorte, del cual se supone conocida la constante K de la ley de Hooke $P = K\delta$. Además, en el extremo del resorte se cuelga un aro de tensión superficial, de masa reducida. Sobre la varilla, y a lo largo de ella, va montada una escala graduada para tomar lecturas (figura 1.8).

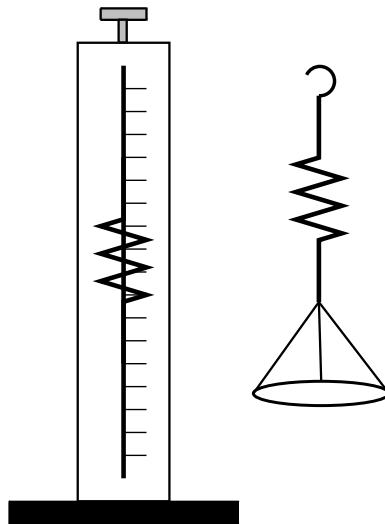


Figura 1.8: Balanza de Jolly y detalle de aro de tensión superficial

El aro de tensión superficial debe ser apoyado, con mucho cuidado y suspendido del resorte, sobre la superficie del fluido a estudiar, de modo que no se sumerja; luego mediante la acción del tornillo sin fin superior, se estirará el resorte hasta lograr que el aro se desprenda del fluido, midiendo la deformación provocada en el resorte, e indirectamente, la fuerza necesaria para ello.

Fundamento

Suponiendo que el aro de tensión superficial se encuentra apoyado sobre la superficie del fluido, en ese momento se desarrollan dos meniscos de

contacto, uno interior y otro exterior al aro (figura 1.9), de modo que es posible suponer un diámetro medio D del aro, debido al pequeño espesor del alambre que lo constituye.

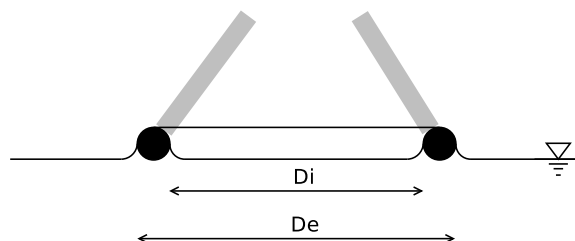


Figura 1.9: Meniscos en el aro de tensión superficial

En el momento mismo de la separación de la superficie, en el aro se encuentran en equilibrio la fuerza debida al resorte F y la fuerza de atracción debida a la tensión superficial, T , dadas por:

$$F = K\delta = K(l_1 - l_0) \quad (1.68)$$

$$T = 2\sigma\pi D \quad (1.69)$$

donde δ es la deformación del resorte y l_1 y l_0 son las lecturas en la escala de la Balanza de Jolly en el momento de apoyar el aro sobre la superficie del fluido y en el momento del despegue. De modo que, igualando las expresiones 1.68 y 1.69, se tiene

$$K(l_1 - l_0) = 2\sigma\pi D \quad (1.70)$$

y reordenando,

$$\sigma = \frac{K(l_1 - l_0)}{2\pi D} \quad (1.71)$$

que es la ecuación del método de la balanza de Jolly para determinar la tensión superficial de un fluido.

Análisis de Errores

Introduciendo en la ecuación 1.71 la notación $\delta = l_1 - l_0$, y planteando el diferencial total de σ se tiene

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{\partial\sigma}{\partial\delta}d\delta + \frac{\partial\sigma}{\partial D}dD \\ &= \frac{K}{2\pi D}d\delta - \frac{K\delta}{2\pi D^2}dD \end{aligned}$$

1.3. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE UN FLUIDO 1-25

introduciendo los dobles signos, y dividiendo miembro a miembro por la expresión 1.71,

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \pm \frac{d\delta}{\delta} \pm \frac{dD}{D} \quad (1.72)$$

ecuación que nos indica cómo se propagan los errores sobre el resultado. De ella se pueden obtener importantes conclusiones, respecto de cómo reducir el error relativo en la determinación de σ :

- Aumentando la deformación δ . Esto se logra con resortes de bajo valor de K , es decir, poco rígidos.
- Aumentando el valor de D . Esto obliga a trabajar con aros de mayor tamaño, limitado en parte por la longitud del gancho de la balanza de Jolly, ya que es condición que el aro no toque la varilla de la balanza, para garantizar que $F = T$.

Materiales

- Balanza de Jolly, con resorte calibrado.
- Aro de tensión superficial.
- Recipiente con fluido de ensayo (agua).
- Surfactante (jabón o detergente).

Procedimiento

Se supone conocida la constante K del resorte, deberá ser provista por los auxiliares del laboratorio.

A su vez, se debe medir el diámetro medio D del aro de tensión superficial. Para ello, se miden con el calibre (ver Anexo 13) los diámetros exterior D_e e interior D_i (figura 1.9) y se calcula D como:

$$D = \frac{D_e + D_i}{2} \quad (1.73)$$

El procedimiento siguiente se repetirá varias veces, primero con agua y luego agregando al agua algunas gotas de surfactante.

1. Se cuelga el aro del extremo del resorte, y se baja lentamente utilizando el tornillo sin fin, hasta que apoye en la superficie del fluido. Verificar que en ninguna parte el aro se sumerja; si es así, retirar, secar y comenzar de nuevo.
2. Tomar la lectura l_0 en el fiel de la escala.

3. Lentamente, girar el tornillo sin fin en sentido contrario, provocando el estiramiento del resorte (notar que este estiramiento puede ser bastante importante) hasta que el aro se desprege de la superficie del fluido.
4. Tomar la lectura l_1 en el fiel de la escala.
5. Calcular, utilizando la ecuación 1.71, la tensión superficial σ .

Con la información obtenida se deberá llenar la siguiente tabla, primero para el agua y luego para el agua más surfactante:

Agua

N° Obs.	l_0	l_1	σ	$(\sigma - \bar{\sigma})^2$

Agua y surfactante

N° Obs.	l_0	l_1	σ	$(\sigma - \bar{\sigma})^2$

Resultados

Se presentará la tensión superficial obtenida en la forma:

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma \quad (1.74)$$

donde $\bar{\sigma}$ representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (1.75)$$

1.3. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE UN FLUIDO 1-27

y $\Delta\sigma$ el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\sigma_i - \bar{\sigma})^2}{n(n-1)}} \quad (1.76)$$

1.3.2. Método del Estalagnómetro de Traube

Objetivo

Determinar la tensión superficial relativa de un fluido; comprobar el efecto de un surfactante sobre ella.

Descripción del equipo

El estalagnómetro de Traube consiste en un tubo de vidrio, con un bulbo u oliva central, que define un volumen B fijo, y una descarga con una boquilla C de pequeño diámetro (figura 1.10).

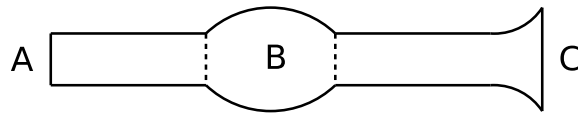


Figura 1.10: Estalagnómetro de Traube

Durante el ensayo, el estalagnómetro se encuentra lleno de líquido, que se vacía por goteo, a través de la boquilla B, controlando la presión, lo cual se logra obturando parcialmente la entrada A con el pulgar. El objetivo es contar la cantidad de gotas necesarias para vaciar el bulbo B con ambos fluidos.

Fundamento

En el instante en que una gota se desprende de la boquilla, actúan sobre ella dos fuerzas que se hallan en equilibrio (figura 1.11): el peso W y la resultante de la tensión superficial actuante sobre el perímetro de contacto, T .

El peso W de cada gota es igual al volumen \forall del bulbo B dividido el número N de gotas que conforman dicho volumen, multiplicado por el peso específico del fluido:

$$W = \gamma \frac{\forall}{N} \quad (1.77)$$

En el equilibrio, este peso se iguala a la resultante T de la tensión superficial actuante en el borde de contacto (labio de la boquilla):

$$T = \sigma \pi d \quad (1.78)$$

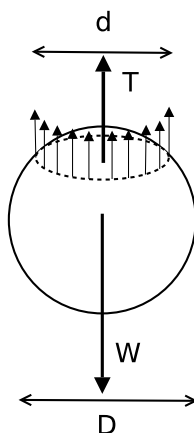


Figura 1.11: Equilibrio de fuerzas sobre la gota

es decir, igualando y despejando σ ,

$$\sigma = \frac{\gamma}{\pi d} \frac{\forall}{N} \quad (1.79)$$

La ecuación 1.79 podría utilizarse para determinar la tensión superficial absoluta del fluido si se conocieran el diámetro d de la boquilla y el volumen \forall del bulbo del estalagnómetro; como estos parámetros son difíciles de medir, escribimos la ecuación 1.79 para dos fluidos 1 y 2:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\gamma_1}{\pi d} \frac{\forall}{N_1} \\ \sigma_2 &= \frac{\gamma_2}{\pi d} \frac{\forall}{N_2} \end{aligned}$$

Notar que d y \forall son independientes del fluido. Dividiendo miembro a miembro las últimas expresiones, introduciendo la tensión superficial relativa $S_r = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ y simplificando, se obtiene

$$S_r = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \frac{N_1}{N_2} \quad (1.80)$$

La expresión 1.80 es la ecuación del estalagnómetro de Traube. Permite determinar la tensión superficial relativa de dos fluidos de densidad conocida contando el número de gotas necesarias para vaciar un *mismo* volumen.

En el caso de que el fluido 1 sea agua, y el fluido 2 sea agua con algunas gotas de surfactante, sin mayor error, podemos admitir que $\gamma_2 \simeq \gamma_1$ y por lo tanto,

$$S_r = \frac{N_1}{N_2} \quad (1.81)$$

1.3. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE UN FLUIDO 1-29

Análisis de Errores

Planteando la diferencial total de S , se tiene:

$$\begin{aligned} dS_r &= \frac{\partial S_r}{\partial N_1} dN_1 + \frac{\partial S_r}{\partial N_2} dN_2 \\ &= \frac{dN_1}{N_2} + \frac{N_1}{N_2^2} dN_2 \end{aligned}$$

dividiendo miembro a miembro la última expresión por la ecuación 1.81, simplificando, y aplicando los dobles signos, se tiene:

$$S_r = \pm \frac{dN_1}{N_1} \pm \frac{dN_2}{N_2} \quad (1.82)$$

esta ecuación muestra cómo se propagan los errores en este método. Como puede verse, el error relativo en la determinación de S_r puede reducirse aumentando simultáneamente los valores de N_1 y N_2 , lo cual se logra con bulbos de mayor tamaño.

Materiales

- Estalagnómetro de Traube.
- Recipiente con fluido de ensayo (agua).
- Recipiente vacío.
- Surfactante (jabón o detergente).
- Secador.

Procedimiento

El procedimiento siguiente se repetirá varias veces.

1. Llenar el estalagnómetro con el fluido 1 (agua), cerrando la entrada A (ver figura 1.10) con el pulgar.
2. Abrir ligeramente la entrada A, permitiendo que el estalagnómetro gotee a través de la boquilla C.
3. *Manteniendo el estalagnómetro vertical*, contar el número de gotas N_1 necesarias para vaciar el bulbo B; para ello, marcar dos enrasas (uno superior y otro inferior) en dicho bulbo.
4. Secar el estalagnómetro con el secador.

5. Agregar al fluido 1 (agua) algunas gotas de surfactante, mezclar sin producir espuma, y repetir el procedimiento anterior con el nuevo fluido, obteniendo el número N_2 de gotas para este caso.
6. Calcular, a partir de la ecuación 1.81 el valor de la tensión superficial relativa S_r .

Para agilizar el experimento, es factible realizar la serie de observaciones con el fluido 1 primero, y luego con el fluido 2.

Con la información obtenida, llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	N_1	N_2	S_r	$(S_r - \bar{S}_r)^2$

Resultados

Se presentará la tensión superficial obtenida en la forma:

$$S_r = \bar{S}_r \pm \Delta S_r \quad (1.83)$$

donde \bar{S}_r representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{S}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{ri} \quad (1.84)$$

y ΔS_r el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta S_r = \frac{\sigma_{S_r}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_{ri} - \bar{S}_r)^2}{n(n-1)}} \quad (1.85)$$

Capítulo 2

Flujos laminar y turbulento

El flujo laminar es aquel en el cual el movimiento del fluido se produce de un modo ordenado y absolutamente predecible, debido a la preponderancia de los efectos viscosos en el movimiento. Las trayectorias coinciden con las líneas de corriente; tanto en la presión como la velocidad no se observan las típicas fluctuaciones aleatorias características del flujo turbulento.

Este tipo de flujo se encuentra en ciertas aplicaciones de la Ingeniería, como por ejemplo:

- flujo en medios porosos
- flujo en conductos y canales de fluidos altamente viscosos (aceites, por ejemplo)
- flujo en capilares
- deposición en sedimentadores
- etc.

El flujo laminar es el único que ha sido posible describir (hasta el momento) por medio de una teoría libre de coeficientes empíricos (mas que las propiedades del fluido), a través de las ecuaciones de Navier-Stokes.

La clasificación del flujo como laminar o turbulento puede hacerse, en forma cuantitativa, basada en el Número de Reynolds $\mathbb{R}e$:

$$\mathbb{R}e = \frac{VD}{\nu} \quad (2.1)$$

en esta expresión, V es la velocidad media del flujo y D una escala de longitudes (el diámetro de la tubería, por ejemplo); ν la viscosidad cinemática. Para bajos números de Reynolds, el flujo es laminar; para altos números de Reynolds, la turbulencia está completamente desarrollada; existe un rango de valores, denominado *zona de transición*, para el cual se produce el cambio del flujo laminar al turbulento.

En los problemas típicos, es posible determinar experimentalmente el valor del número de Reynolds crítico Re_c de modo que cuando $\text{Re} < \text{Re}_c$ el flujo es laminar.

De la ecuación 2.1 puede verse que es posible lograr el flujo laminar por alguno de los siguientes caminos:

- reduciendo la velocidad media V y por tanto el caudal Q
- reduciendo la escala de longitudes D
- aumentando la viscosidad (cambiando de fluido)

En este capítulo se presentan dos experiencias que permiten visualizar el flujo laminar: en la primera, se visualizarán las líneas de corriente en un flujo laminar bidimensional, pudiéndose construir un campo de velocidades aproximado; en la segunda, se visualizará la transición del flujo laminar al turbulento en una tubería, y se determinará el número de Reynolds crítico Re_c del sistema.

2.1. Visualización del flujo potencial

2.1.1. Objetivo

Visualizar las líneas de corriente en un flujo potencial bidimensional, construir gráficamente la correspondiente familia de líneas equipotenciales, y representar cualitativamente el campo de velocidades en este flujo, utilizando para ello una celda de Hele-Shaw.

2.1.2. Fundamento

La celda o aparato de Hele-Shaw consiste en un conducto presurizado conformado por dos placas planas paralelas de muy poca separación entre sí, a través del cual circula agua y se inyecta tinta que, debido a la baja velocidad del flujo, da una precisa representación de las líneas de corriente del mismo. Entre las dos placas se sitúa un obstáculo o modelo a ensayar, de modo que es posible estudiar la perturbación que introduce al flujo dicha figura (figura 2.1).

En esta celda, el agua ingresa a través de la línea de orificios A (fluyendo de izquierda a derecha) a caudal constante. En la línea de orificios B ingresa la tinta, que es advectada por el flujo de agua y genera así las líneas de corriente E, rodeando el obstáculo D. La mezcla de agua y tinta sale de la celda a través de los orificios C, y ya no se recupera.

Completan el sistema una Botella de Mariotte (dispositivo de alimentación que garantiza caudal constante), depósito de tinta, depósito receptor, mangueras de conexión y válvulas (ver figura 2.2).

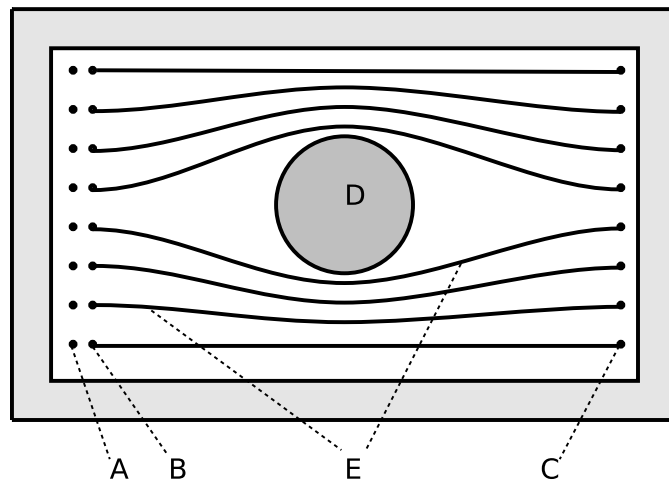


Figura 2.1: Celda de Hele-Shaw - vista superior

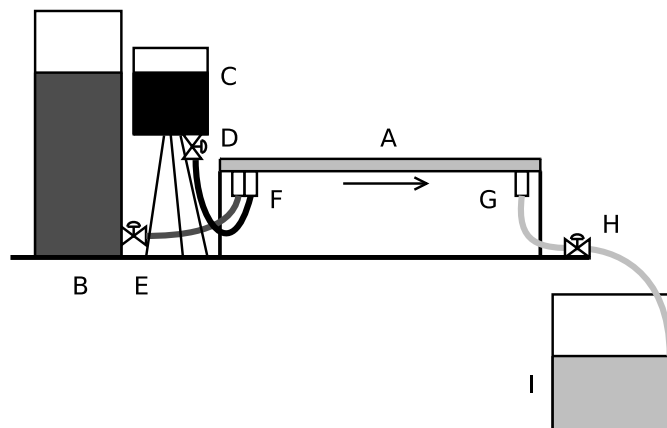


Figura 2.2: Celda de Hele-Shaw. Vista lateral y arreglo general

Debido a la escasa separación entre las placas, el número de Reynolds del flujo (ecuación 2.1) se mantiene lo suficientemente bajo como para garantizar flujo laminar, el cual se produce exclusivamente por diferencia de presión entre la entrada y la salida, como consecuencia de ello se trata de un flujo potencial.

En este flujo, las trayectorias definidas por la tinta son a su vez líneas de corriente del flujo, por lo tanto es posible valorar las velocidades relativas que se desarrollan en relación recíproca a la separación entre líneas.

A su vez, las curvas equipotenciales (curvas de igual valor de $z + \frac{p}{\gamma}$) son ortogonales a las líneas de corriente, de modo que es posible establecerlas gráficamente como se indica en la figura 2.3.

Teniendo presente que los vectores velocidad se mantienen tangentes a

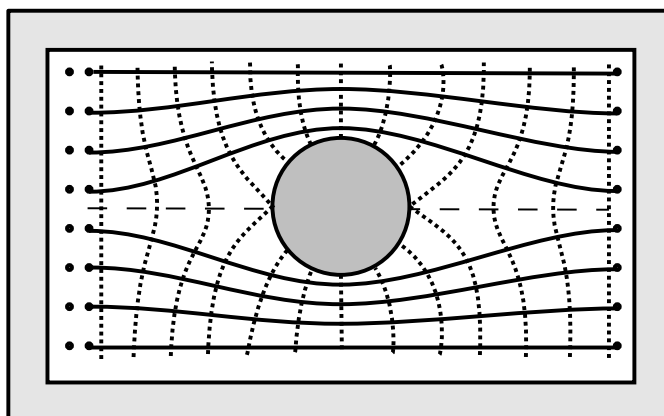


Figura 2.3: Líneas de corriente (continua) y líneas equipotenciales (trazos)

la trayectoria y por lo tanto, en el flujo laminar, a las líneas de corriente, y que los tubos de flujo comprendidos entre dos líneas de corriente cumplen con la conservación de masa (caudal constante), es posible construir cualitativamente el campo de velocidades del flujo. En efecto, si denominamos V_0 a la velocidad a la entrada (que supondremos horizontal y constante), y medimos la separación a_0 entre las líneas de corriente a la entrada, es posible estimar la velocidad en cualquier punto V como

$$V = \frac{a_0}{a} V_0 \quad (2.2)$$

donde a es la separación, medida perpendicularmente, entre las líneas de corriente que limitan el punto donde se pretende estimar la velocidad V . La dirección del vector deberá estimarse como una dirección media entre las tangentes a las líneas de corriente vecinas (figura 2.4).

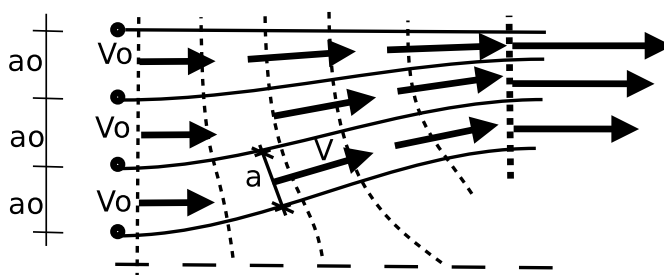


Figura 2.4: Vectores velocidad en el flujo bidimensional

2.1.3. Materiales

- Celda de Hele-Shaw (A) (figura 2.2).

- Botella de Mariotte (B).
- Depósito de tinta (C).
- Solución de tinta (ya preparada).
- Mangueras de conexión (F, G).
- Balde de descarga (I).
- Papel transparente o acetato (2 hojas A4).
- Fibra para acetato.

2.1.4. Procedimiento

1. Puesta en régimen del sistema. Requiere armar el circuito según la figura 2.2, cebar el circuito eliminando burbujas de aire retenidas dentro de la celda, establecimiento del régimen. Será realizado por técnicos del Laboratorio ya que es una tarea que demanda cierto tiempo y experiencia.
2. Una vez puesto en régimen el sistema (asegurarse que la válvula de purga de la botella de Mariotte B esté cerrada, y que la botella tenga suficiente cantidad de agua) se deberá ver el patrón de flujo en forma similar a lo indicado en la figura 2.1.
3. Mediante las válvulas D, E y H (figura 2.2) es posible variar el caudal de agua y tinta, modificando el ancho e intensidad de las líneas de corriente.
4. Colocar el papel transparente (acetato) sobre la celda, y calcar las líneas de corriente, los puntos de entrada y los bordes (incluido el obstáculo o modelo).
5. A partir de esa información gráfica, construir la familia de líneas equipotenciales, ortogonales a las anteriores y a los bordes impermeables, formando *cuadrados curvilíneos* (ver figura (2.3)).
6. Mediante el procedimiento descrito anteriormente (figura 2.4), construir el campo vectorial de velocidades eligiendo una escala conveniente para representar los vectores.

2.1.5. Resultados

Se presentará un informe que contenga:

- Una descripción general del flujo visualizado.

- Las líneas de corriente y equipotenciales trazadas.
- El campo vectorial de velocidades, construido a partir de las anteriores.
- Identificación de zonas donde el flujo se acelera y desacelera.

2.2. Experiencia de Reynolds

2.2.1. Objetivo

Visualizar el flujo laminar, su transición al flujo turbulento y el flujo turbulento plenamente desarrollado en una tubería en presión, y determinar el número de Reynolds crítico Re_c del sistema.

2.2.2. Fundamento

El aparato de Reynolds consta de una tubería transparente A (figura 2.5) alimentada desde un depósito B, que si bien no mantiene un nivel constante, debido a que el caudal Q que circula es suficientemente bajo, es posible manualmente alimentarlo y mantener un nivel casi constante.

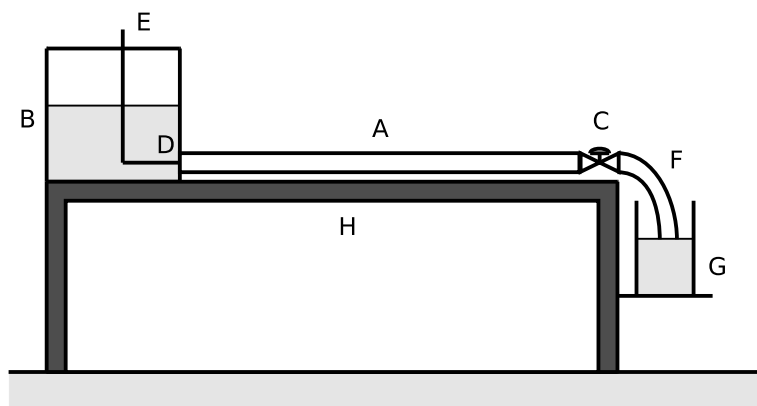


Figura 2.5: Experiencia de Reynolds

El caudal Q de que circula se regula por medio de una válvula C, y es posible medirlo registrando el tiempo Δt que demanda llenar en el vaso receptor G un volumen \forall conocido, de modo que

$$Q = \frac{\forall}{\Delta t} \quad (2.3)$$

A su vez, se incorpora en la entrada D de la tubería una alimentación de tinta a través de una aguja concéntrica con la tubería y alimentada desde una manguera E. La tinta es advectada por el flujo, permitiendo visualizar su trayectoria.

Mientras el régimen del flujo sea el laminar, la tinta describirá una trayectoria rectilínea y estable, coincidente con una línea de corriente (figura 2.6). En la medida que se incremente la velocidad V (por aumento del caudal Q) se alcanzará la zona de transición, en la cual la línea de corriente se ondula y esporádicamente se inestabiliza, volviendo luego a la condición estacionaria. Finalmente, si la velocidad V (y por tanto el número de Reynolds $\mathbb{R}e$) sigue aumentado, llegará un momento donde la línea de tinta se rompa, el patrón que describe se vuelve inestacionario (cambia en el tiempo) y se aprecian pequeños vórtices que deforman la mancha de tinta: el régimen se ha vuelto plenamente turbulento.

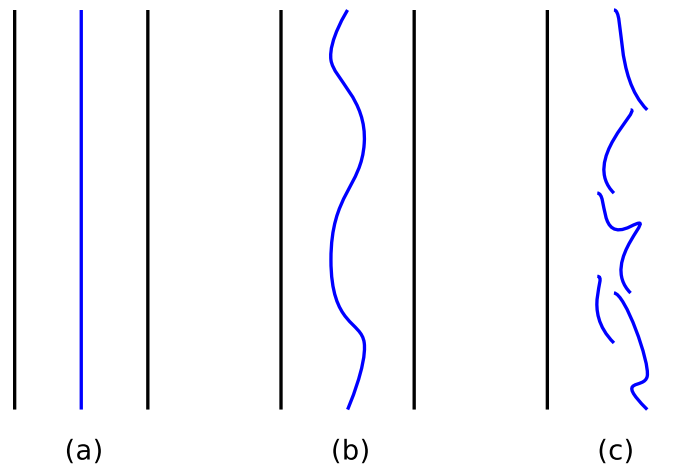


Figura 2.6: Visualización del flujo: (a) laminar; (b) transición; (c) turbulento

Es posible, con mucho cuidado, determinar la velocidad crítica V_c y por lo tanto el número de Reynolds crítico $\mathbb{R}e_c$ (ecuación 2.1) a partir del cual el flujo se vuelve completamente turbulento. Dicho valor, para una tubería muy larga y libre de perturbaciones tanto a la entrada como a la salida, suele encontrarse en el rango $2000 \leq \mathbb{R}e_c \leq 5000$, aunque en condiciones sumamente controladas, se ha logrado mantener flujo laminar hasta $\mathbb{R}e \approx 7000$. En nuestro equipo, las perturbaciones introducidas por la embocadura D (figura 2.5) y la descarga C, sumado a la corta longitud de la tubería provocarán que $\mathbb{R}e_c$ sea sensiblemente menor a esos valores.

2.2.3. Materiales

- Aparato de Reynolds.
- Vaso graduado receptor.
- Frasco con tinta.
- Jeringa o pipeta.

- Cronómetro.
- Calibre.
- Dos baldes, uno con agua limpia y otro para recoger la descarga.

2.2.4. Procedimiento

1. Medir el diámetro interior D de la tubería con el calibre, en la emboadura D. CUIDADO: el vidrio de la tubería es sumamente frágil!
2. Asegurarse que la válvula C esté totalmente cerrada.
3. Llenar el depósito B con agua, teniendo la precaución de que la tubería quede completamente libre de burbujas.
4. Marcar el nivel inicial del depósito, el cual deberá ser mantenido en forma medianamente constante.
5. Cargar con la jeringa o la pipeta la manguera de alimentación de tinta E, con una carga ligeramente superior a la del agua (algunos mm) la que deberá ser mantenida constante a lo largo de la experiencia.
6. Colocar el vaso graduado receptor G en su posición (figura 2.5).
7. Los pasos siguientes deberán repetirse para distintos grados crecientes de apertura de la válvula C.
 - a) Aumentar ligeramente la apertura de la válvula C, y simultáneamente arrancar el cronómetro.
 - b) Visualizar, en el primera mitad de la tubería, el desarrollo de la trayectoria de la tinta, y clasificar el flujo como laminar, transición o turbulento de acuerdo a la figura 2.6.
 - c) Si el flujo es turbulento, medir el tiempo de llenado Δt de un volumen \forall determinado en el vaso receptor (500 ml ó 1000 ml), calcular el caudal $Q = \forall / \Delta t$, la velocidad $V = \frac{4Q}{\pi D^2}$ y el número de Reynolds crítico (ecuación 2.1). Para la viscosidad cinemática el agua, asumir $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$.
 - d) Si el flujo no alcanza la turbulencia, cerrar la válvula C, vaciar el vaso G y repetir los pasos anteriores.
8. Una vez encontrado un valor para Re_c , repetir la experiencia para encontrar otros valores para Re_c .
9. No olvidarse, a lo largo de toda la experiencia, mantener constantes los niveles de agua y tinta, agregándolas con la mayor precaución, a fin de no alterar las condiciones del flujo.

10. Con la información obtenida en cada flujo turbulento observado, llenar la siguiente tabla:

D (mm) : ∇:

N° Obs.	Δt	Q_c	V_c	$\mathbb{R}e_c$	$(\mathbb{R}e_c - \bar{\mathbb{R}e}_c)^2$

Resultados

Se presentará el número de Reynolds crítico obtenido en la forma:

$$\mathbb{R}e_c = \bar{\mathbb{R}e}_c \pm \Delta\mathbb{R}e_c \tag{2.4}$$

donde $\bar{\mathbb{R}e}_c$ representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{\mathbb{R}e}_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{R}e_{ci} \tag{2.5}$$

y $\Delta\mathbb{R}e_c$ el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta\mathbb{R}e_c = \frac{\sigma_{\mathbb{R}e_c}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mathbb{R}e_{ci} - \bar{\mathbb{R}e}_c)^2}{n(n-1)}} \tag{2.6}$$

Capítulo 3

Singularidades

Los dispositivos de medición de caudal son singularidades en el flujo para las cuales es posible establecer una relación biunívoca entre la pérdida de carga ΔH y el caudal Q , por tanto es posible determinar Q (que es más difícil de medir) a partir de la medición de ΔH (que es más fácil de medir).

Se presenta a continuación una experiencia para la determinación del coeficiente de descarga C_d de un orificio libre.

3.1. Determinación del coeficiente de descarga C_d de un orificio libre

3.1.1. Objetivo

Determinar del coeficiente de descarga C_d de un orificio libre, asumiendo que el mismo es constante, a través del tiempo de vaciado de un depósito a superficie libre.

3.1.2. Fundamento

Consideremos un recipiente A con un orificio lateral E en la parte inferior (figura 3.1). Podemos considerar que el volumen descargado en un intervalo de tiempo dt a través del orificio viene dado por $d\mathcal{V} = Qdt$, mientras que la simultánea reducción en el volumen almacenado en el depósito se puede expresar como $d\mathcal{V} = -A_r dy$, siendo A_r el área transversal del depósito. El signo negativo indica que se trata de un descenso.

Por conservación de masa, los volúmenes antes indicados soon iguales por lo que, igualando ambas expresiones:

$$Qdt = -A_r dy \quad (3.1)$$

es decir,

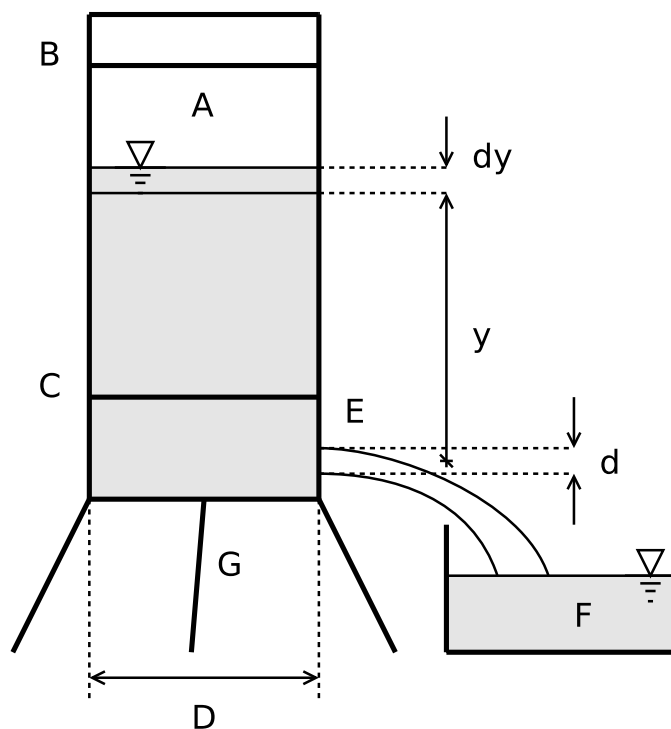


Figura 3.1: Vaciado de un depósito a través de un orificio

$$dt = -\frac{A_r}{Q} dy \quad (3.2)$$

Si consideramos como $t = 0$ el instante en el cual el nivel del líquido en el depósito pasa por la marca B (de coordenada vertical y_1), y $t = \Delta t$ el instante en el que el nivel alcanza la marca C (de coordenada vertical y_2), se puede integrar la expresión 3.2 quedando:

$$\Delta t = \int_0^{\Delta t} dt = - \int_{y_1}^{y_2} \frac{A_r}{Q} dy \quad (3.3)$$

El caudal descargado por el orificio sigue la conocida ley:

$$Q = C_d A_o \sqrt{2gy} \quad (3.4)$$

siendo A_o el área del orificio, y la posición vertical de la superficie libre medida desde el centro del orificio y C_d el coeficiente de gasto o de descarga, cuyo valor queremos determinar y que asumiremos constante e independiente de la carga y . Reemplazando la expresión 3.4 en la ecuación 3.3 y reordenando, se obtiene:

3.1. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA C_D DE UN ORIFICIO LIBRE 3-3

$$\Delta t = -\frac{1}{C_d A_o} \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} A_r y^{-1/2} dy \quad (3.5)$$

En el caso de un depósito de sección transversal constante (prismático o cilíndrico) se tiene

$$\Delta t = -\frac{A_r}{C_d A_o \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} y^{-1/2} dy = \frac{2A_r}{C_d A_o \sqrt{2g}} (\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}) \quad (3.6)$$

despejando C_d finalmente se tiene

$$C_d = -\frac{A_r}{\Delta t A_o \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} y^{-1/2} dy = \frac{2A_r}{\Delta t A_o \sqrt{2g}} (\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}) \quad (3.7)$$

Esta última expresión permite estimar el coeficiente de descarga C_d de un orificio de sección transversal A_o , conociendo el tiempo Δt que tarda en vaciarse un volumen determinado entre dos niveles y_1 e y_2 (medidos desde el centro del orificio) para un depósito de sección transversal constante A_r .

3.1.3. Análisis de Errores

Sustituyendo en la expresión 3.7 a $Y = \sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}$ se tiene

$$C_d = \frac{2A_r Y}{\Delta t A_o \sqrt{2g}} \quad (3.8)$$

Calculando la diferencial total de C_d en esta expresión, se llega a

$$dC_d = \frac{\partial C_d}{\partial A_r} dA_r + \frac{\partial C_d}{\partial \Delta t} d\Delta t + \frac{\partial C_d}{\partial A_o} dA_o + \frac{\partial C_d}{\partial Y} dY \quad (3.9)$$

es decir (aplicando los doble signos de los errores),

$$dC_d = \pm \frac{2Y}{\Delta t A_o \sqrt{2g}} dA_r \pm \frac{2A_r Y}{\Delta t^2 A_o \sqrt{2g}} d\Delta t \pm \frac{2A_r Y}{\Delta t A_o^2 \sqrt{2g}} dA_o \pm \frac{2A_r}{\Delta t A_o \sqrt{2g}} dY \quad (3.10)$$

dividiendo ambos miembros por C_d , reemplazando en el miembro de la derecha a D_r por la ecuación 3.8 y simplificando,

$$\frac{dC_d}{C_d} = \pm \frac{dA_r}{A_r} \pm \frac{d\Delta t}{\Delta t} \pm \frac{dY}{Y} \pm \frac{dA_o}{A_o} \quad (3.11)$$

De esta última expresión puede verse que para reducir el error relativo en la determinación de C_d es posible:

- Aumentar el área transversal del depósito A_r o disminuir el error en su medición dA_r . Lo primero se logra aumentando el diámetro del depósito, por lo tanto aumentando el volumen útil \forall ; lo segundo es más difícil de lograr, dado que por la flexibilidad del material del depósito son inevitables errores de alguna magnitud en su estimación.
- Aumentar el intervalo de tiempo de medición Δt . Esto se logra con un volumen útil \forall mayor, aumentando el diámetro del depósito y la separación entre las marcas y_1 e y_2 .
- Aumentar el valor de la variable $Y = \sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}$, lo cual se logra aumentando la diferencia $y_1 - y_2$. Esto se logra distanciando las marcas B y C (figura 3.1) de inicio y fin de carrera, con lo cual también se aumenta el volumen útil \forall .
- En definitiva, las tres posibilidades anteriores se satisfacen para depósitos con volumen útil \forall suficientemente grande.
- Aumentado el área A_o del orificio, o reduciendo el error dA_o en su estimación. Lo primero no es viable, ya que se trabaja con orificios pequeños en relación a las dimensiones del depósito, por tanto, sólo queda reducir al mínimo el error dA_o . Esto se logra midiendo el diámetro del orificio con calibre, repetidas veces (al menos 4 diámetros rotados entre sí 45°) y promediando los resultados.

3.1.4. Materiales

- Depósito con orificio A (ver figura 3.1).
- Pie para depósito G.
- Vaso receptor F.
- Cinta métrica o regla.
- Calibre.
- Cronómetro.

3.1.5. Procedimiento

1. Medir con el calibre el diámetro interior del depósito A (ver figura 3.1) evitando deformaciones excesivas del mismo. Calcular el área transversal A_r del depósito.
2. Medir con el calibre al menos 4 diámetros internos del orificio E, calculando luego el valor medio del diámetro del orificio. Calcular el área A_o del orificio.

3.1. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA C_D DE UN ORIFICIO LIBRE 3-5

3. Medir con la cinta métrica o regla las distancias y_1 e y_2 desde el centro del orificio E hasta las marcas inicial y final de carrera B y C, respectivamente.
4. Ubicar el depósito con orificio A sobre el pie para depósito G, y el vaso receptor F de modo de recibir el agua que saldrá por el orificio.
5. El siguiente procedimiento deberá repetirse varias veces.
 - a) Llenar el depósito con agua, tapando con el dedo el orificio E hasta que el nivel de agua supere la marca inicial de carrera B.
 - b) Liberar el orificio E, el depósito comenzará a vaciarse.
 - c) Cuando el nivel pase por la marca inicial B, arrancar el cronómetro, y detenerlo cuando pase por la marca final C; midiendo de este modo el tiempo de vaciado Δt .
 - d) Calcular el coeficiente de descarga C_d con la ecuación 3.7.
 - e) Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

$D = \dots\dots\dots A_r = \dots\dots\dots$

$d = \dots\dots\dots A_o = \dots\dots\dots$

$y_1 = \dots\dots\dots y_2 = \dots\dots\dots$

Nº Obs.	Δt	C_{di}	$(C_{di} - \bar{C}_d)^2$

3.1.6. Resultados

Se presentará el coeficiente de descarga obtenido en la forma:

$$C_d = \bar{C}_d \pm \Delta C_d \tag{3.12}$$

donde \bar{C}_d representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{C}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{di} \tag{3.13}$$

y ΔC_d el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta C_d = \frac{\sigma_{C_d}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (C_{di} - \bar{C}_d)^2}{n(n-1)}} \quad (3.14)$$

Capítulo 4

Flujo en tuberías

El flujo turbulento en tuberías o conductos cerrados (habitualmente de sección circular) es una aplicación práctica de la Mecánica de los Fluidos de mucha importancia en la Ingeniería. Una de las propiedades de mayor interés en este tipo de flujos es la estimación de las pérdidas de carga en función del caudal o de la velocidad, ya que permite el dimensionado de sistemas de alimentación, tanques, bombas, etc.

En base a numerosos experimentos llevados a cabo en la segunda mitad del siglo XIX y principios del siglo XX, se ha establecido que las pérdidas de carga en un flujo turbulento en conductos circulares son proporcionales al cuadrado de la velocidad media V , tanto para pérdidas de carga distribuidas (fricción) como para las pérdidas de carga localizadas (singularidades).

En el caso de pérdidas por fricción la siguiente ecuación, que se atribuye a Henry Darcy y Julius Weisbach, es la de más amplia aceptación, ya que puede ser deducida a partir del Análisis Dimensional:

$$h = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4.1)$$

donde h es la pérdida de carga, L es la longitud de la tubería, D es su diámetro interno, V es la velocidad media del flujo, g la aceleración de la gravedad, y f el factor de fricción de Darcy, que de acuerdo a Colebrook y White puede determinarse a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (4.2)$$

En esta fórmula, $Re = \frac{VD}{\nu}$ es el número de Reynolds de la corriente, ν es la viscosidad cinemática del fluido, y $k = \frac{\varepsilon}{D}$ es la altura de rugosidad relativa, y ε es la rugosidad equivalente, propiedad del material constituyente de la tubería y de su estado de conservación. La ecuación 4.2 es una ecuación no lineal en f que debe resolverse por métodos iterativos (numéricos), y que puede ser graficada en el célebre Diagrama de Moody (figura 4.1).

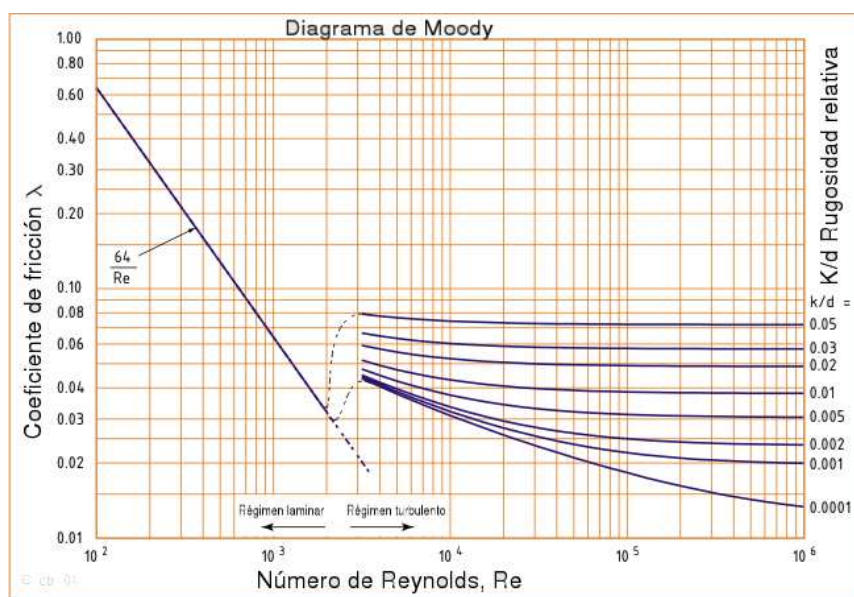


Figura 4.1: Diagrama de Moody

Por extensión, las pérdidas de carga turbulentas en cualquier singularidad en la conducción (como codos, válvulas, etc.) pueden ser representadas como:

$$h = K \frac{V^2}{2g} \quad (4.3)$$

o bien, de haber un cambio de sección (una contracción, por ejemplo):

$$h = K \left(\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (4.4)$$

donde K es un factor que depende del tipo de singularidad, y en la última, los subíndices 1 y 2 se refieren a las dos secciones de la contracción.

Se presentan a continuación dos experiencias que permiten obtener experimentalmente, tanto el factor f de fricción como el factor K de pérdidas singulares.

4.1. Determinación del coeficiente de fricción f de Darcy

4.1.1. Objetivo

Determinar el coeficiente de fricción f de la ecuación de Darcy-Weisbach (ecuación 4.1) en el sistema de tuberías del Laboratorio (ver anexo 15), para distintos diámetros de tuberías.

4.1. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN f DE DARCY 4-3

4.1.2. Fundamento

A partir de la ecuación de Darcy-Weisbach (4.1), y suponiendo la tubería de sección circular ($V = \frac{4Q}{\pi D^2}$), se puede obtener el factor de Darcy como:

$$f = \frac{g\pi^2 h D^5}{8LQ^2} \quad (4.5)$$

para lo cual será necesario medir la pérdida de carga h en un tramo de longitud L conocida, medir el caudal Q y el diámetro interno de la tubería D .

4.1.3. Materiales

- Sistema de tuberías con que cuenta el Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 15.
- Cinta métrica.

4.1.4. Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá para las tuberías de distinto diámetro (1/2, 3/4 y 1 pulgada).

1. Se conectan las mangueras del manómetro a las tomas piezométricas de la tubería que se pretende ensayar.
2. Se pone en régimen el sistema de tuberías. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 15. Verificar que no quede aire atrapado en las mangueras del Venturi y del manómetro.
3. Los siguientes pasos se repetirán para distintos caudales, que se lograrán variando el grado de la apertura de las válvulas (ver anexo 15).
 - Una vez alcanzado el régimen, se registran las lecturas en las ramas A y B del manómetro de aforos, y la pérdida de carga h en el manómetro menor.
 - Los niveles en las ramas A y B del manómetro de aforos se corrigen por el efecto capilar, y luego se calcula a partir de ellos el caudal Q (ver Anexo 15).
 - A partir de la ecuación 4.5 se determina el factor de fricción f de Darcy.
4. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	D	L	h_A	h_B	Q	h	f

Valor medio de f :

4.1.5. Resultados

Se presentarán como resultados:

- por un lado, un valor único de f de la forma:

$$f = \bar{f} \pm \Delta f \quad (4.6)$$

donde \bar{f} representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N f_i \quad (4.7)$$

y Δf el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta f = \frac{\sigma_f}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2}{n(n-1)}} \quad (4.8)$$

- por otro lado, graficar el valor de f en función del número de Reynolds $\text{Re} = \frac{VD}{\nu}$ intentando identificar alguna tendencia entre estas dos variables y en ese caso, interpretar su significado.

4.2. Pérdidas localizadas de energía en tuberías

4.2.1. Objetivo

Determinar los coeficientes de pérdida localizada de energía en singularidades (codos, válvulas, contracciones, expansiones, etc.) en el sistema de tuberías del Laboratorio (ver anexo 15), como así también su *longitud equivalente*.

4.2.2. Fundamento

Consideremos, sin perder generalidad por ello, como singularidad un codo a 90° A como el indicado en la figura 4.2. Tanto aguas arriba como aguas abajo del mismo, se dispone de tomas piezométricas B y C separadas una distancia vertical y . De la aplicación del teorema de Bernoulli entre los puntos B y C se obtiene la ecuación 4.9.

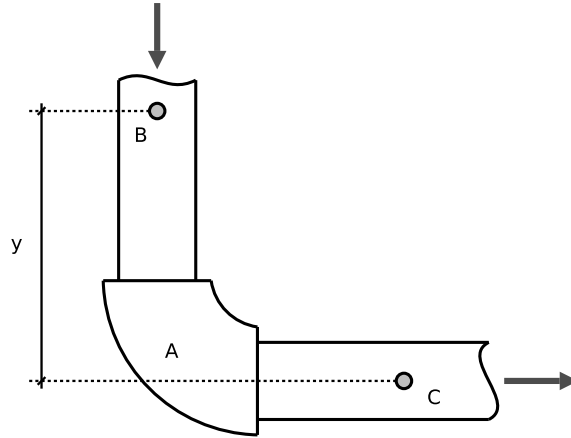


Figura 4.2: Codo a 90°

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} + h_{BC} \quad (4.9)$$

donde h_{BC} son las pérdidas de energía en el codo. Si los diámetros de entrada y salida d_B y d_C son iguales y el caudal Q es constante, entonces $V_B = V_C$. Además, siendo $y = z_B - z_C$, llamando $\Delta p = p_B - p_C$ y reemplazando en la ecuación 4.9 se tiene:

$$h_{BC} = y + \frac{\Delta p}{\gamma} \quad (4.10)$$

Reemplazando en esta última expresión a h_{BC} por lo indicado en la ecuación 4.3, y despejando K , se llega a:

$$K = \frac{2g}{V^2} \left(y + \frac{\Delta p}{\gamma} \right) \quad (4.11)$$

En el caso de un cambio de sección (un contracción por ejemplo) el planteo es similar, con excepción que $V_B \neq V_C$ por lo que no se simplifican:

$$h_{BC} = y + \frac{\Delta p}{\gamma} + \frac{V_B^2 - V_C^2}{2g} \quad (4.12)$$

Reemplazando en esta última a h_{BC} por lo indicado en la ecuación 4.4 y despejando K , se obtiene:

$$K = \frac{2g}{V_B^2 - V_C^2} \left(y + \frac{\Delta p}{\gamma} \right) + 1 \quad (4.13)$$

Una forma alternativa de expresar las pérdidas de carga introducidas por las singularidades es a través de la denominada *longitud equivalente*, que se define como la longitud de una tubería recta de igual diámetro al de la singularidad que provoca la misma pérdida de carga. En el caso de singularidades sin cambio de sección, la ecuación 4.3 se iguala a la expresión 4.1, transformándose en:

$$K \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4.14)$$

de donde es posible despejar la longitud equivalente L_{eq} obteniéndose:

$$L_{eq} = \frac{KD}{f} \quad (4.15)$$

para la cual será necesario conocer de antemano el factor de fricción f de Darcy. En el caso de singularidades con contracción será necesario definir un diámetro de referencia; por ejemplo, si se igualan las expresiones 4.1 y 4.4 se obtiene:

$$K \left(\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) = f \frac{L}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.16)$$

de donde se despeja L_{eq} para obtener:

$$L_{eq} = \frac{KD_1}{f} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \right] \quad (4.17)$$

Si tomáramos como diámetro de referencia a D_2 , se obtendría

$$L_{eq} = \frac{KD_2}{f} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.18)$$

4.2.3. Materiales

- Sistema de tuberías con que cuenta el Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 15.
- Cinta métrica.

4.2.4. Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá para las distintas singularidades disponibles para ensayo:

- Codo a 90°.
 - Válvula esférica.
 - Reducción - expansión.
 - Medidor domiciliario.
1. Se conectan las mangueras del manómetro a las tomas piezométricas de la singularidad que se pretende ensayar.
 2. Se pone en régimen el sistema de tuberías. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 15. Verificar que no quede aire atrapado en las mangueras del Venturi y del manómetro.
 3. Los siguientes pasos se repetirán para distintos caudales, que se lograrán variando el grado de la apertura de las válvulas (ver anexo 15).
 - Una vez alcanzado el régimen, se registran las lecturas en las ramas A y B del manómetro de aforos, y la pérdida de carga h en el manómetro menor.
 - Los niveles en las ramas A y B del manómetro de aforos se corrigen por el efecto capilar, y luego se calcula a partir de ellos el caudal Q (ver Anexo 15).
 - A partir de las ecuaciones 4.11 ó 4.13 se determina el coeficiente de pérdidas de carga singulares K , y a partir de las ecuaciones 4.15, 4.17 ó 4.18 la longitud equivalente de la singularidad (previa determinación del coeficiente de fricción f de Darcy como se explicó en el apartado 4.1).
 4. Con la información obtenida llenar las siguientes tablas:

Codo a 90°
 diámetro D =
 f =

N° Obs.	h_A	h_B	Q	V	h	K	L_{eq}

Valor medio de K :

Valor medio de L_{eq} :

Válvula esférica

diámetro D =

f =

N° Obs.	h_A	h_B	Q	V	h	K	L_{eq}

Valor medio de K :

Valor medio de L_{eq} :

Reducción-expansión

diámetro D =

f =

N° Obs.	h_A	h_B	Q	V	h	K	L_{eq}

Valor medio de K :
 Valor medio de L_{eq} :

Medidor domiciliario

diámetro D =
 f =

N° Obs.	h_A	h_B	Q	V	h	K	L_{eq}

Valor medio de K :
 Valor medio de L_{eq} :

4.2.5. Resultados

Se presentarán como resultados, para cada una de las singularidades estudiadas, los valores de K y L_{eq} en la forma:

$$K = \bar{K} \pm \Delta K \tag{4.19}$$

donde \bar{K} representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{K} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N K_i \tag{4.20}$$

y ΔK el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta K = \frac{\sigma_K}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^2}{n(n-1)}} \quad (4.21)$$

y en forma similar para L_{eq} :

$$L_{eq} = \bar{L}_{eq} \pm \Delta L_{eq} \quad (4.22)$$

Capítulo 5

Turbomaquinaria

Las turbomáquinas o máquinas hidráulicas son dispositivos mecánicos encargados de transferir energía desde un motor a un fluido o desde un fluido a un generador. En el primer caso, se trata de bombas, mientras que en el segundo se trata de turbinas. El comportamiento hidráulico de las turbomáquinas se determina experimentalmente en un *banco de pruebas* o *banco de ensayo*, en donde se miden las relaciones entre las magnitudes físicas significativas intervinientes en el proceso, tales como: carga, caudal, potencia, rendimiento, torque, etc. Las curvas que relacionan dichas magnitudes reciben el nombre de *curvas características* de la turbomáquina. En el caso de las bombas, una de las curvas características más importantes es la curva que relaciona la carga generada por la bomba versus el caudal, o curva H-Q. Se presenta una experiencia para la determinación de la curva H-Q de una bomba.

5.1. Determinación de la curva H-Q de una bomba

5.1.1. Objetivo

Determinar la relación carga - caudal de una bomba domiciliaria.

5.1.2. Fundamento

En la figura 5.1 puede apreciarse el banco de pruebas de bombas disponible en el Laboratorio. El agua se almacena en una cisterna, cuyo nivel inicial deberá sumergir la boca de entrada de la tubería de aspiración, pero no la de impulsión (ver figura 5.1). El circuito cerrado dispone de dos válvulas, una esférica aguas arriba (válvula 1) y una guillotina aguas abajo (válvula 2), que permiten, en conjunto, regular el caudal Q que fluye por el circuito.

Tanto a la entrada como a la salida de la bomba, se dispone de manómetros que permiten medir, por diferencia entre ellos, la ganancia en carga

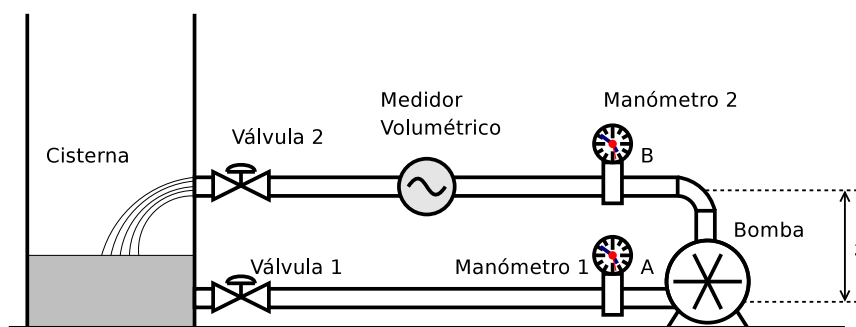


Figura 5.1: Banco de pruebas de bombas

estática debida a la acción de la bomba (figura 15.3). En efecto, si planteamos la ecuación de conservación de energía (Bernoulli) entre los puntos A y B (manómetros), y llamamos H a la ganancia en carga estática debida a la bomba, se tiene

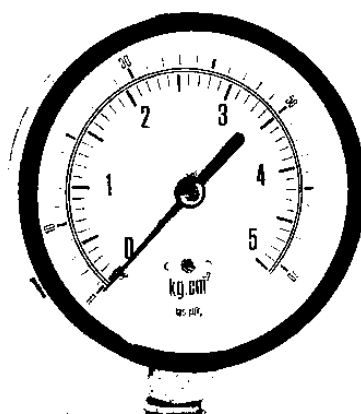


Figura 5.2: Manómetro

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + H = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \quad (5.1)$$

si los diámetros d_A y d_B de las tuberías de aspiración e impulsión son iguales, entonces $V_A = V_B$; además, llamando $z = z_B - z_A$, y reordenando, se tiene

$$H = \frac{p_B - p_A}{\gamma} + z \quad (5.2)$$

Por otro lado, en la tubería de impulsión se dispone de un medidor volumétrico (como los utilizados en la medición del consumo de agua potable domiciliar). Este equipo permite medir el volumen \forall que circula a través de él a través del conteo del número de vueltas que realiza una pequeña

rueda interior enfrentada a la corriente. El equipo está calibrado y muestra en un sistema de relojería el volumen acumulado que ha circulado por el medidor, con una apreciación de $0,001m^3$ en el contador principal A y $0,05l$ en el reloj secundario B (ver figura 5.3).

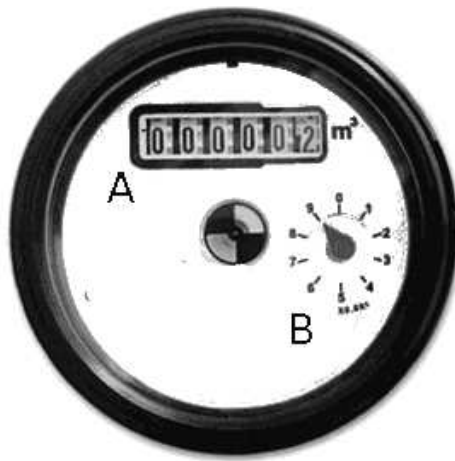


Figura 5.3: Micromedidor de agua

Si se mide el tiempo Δt necesario para que circule un volumen \forall fijo, es posible determinar el caudal medio Q (igual al caudal instantáneo, si se asume estacionariedad del flujo) como

$$Q = \frac{\forall}{\Delta t} \quad (5.3)$$

De este modo se obtiene un par ordenado de la curva H-Q. Procediendo de la misma manera para diversos caudales (generados a partir de distintos grados de apertura de la válvulas) es posible construir una curva como la de la figura 5.4. Además, se puede determinar por regresión por mínimos cuadrados (ver Anexo 12) la curva de mejor ajuste (habitualmente un polinomio de segundo grado) en la cual se destacan dos puntos importantes:

1. Punto a: máxima presión (H_{max}). Se obtiene cerrando completamente la válvula de *aguas abajo* (válvula 2).
2. Punto b: máximo caudal (Q_{max}). Se obtiene abriendo completamente las válvulas. En realidad, sólo es una aproximación al mismo; ya que el máximo caudal se obtendría para $H = 0$, lo cual es imposible de lograr (las pérdidas de carga en la tubería son inevitables).

5.1.3. Materiales

- Banco de prueba de bombas completo.

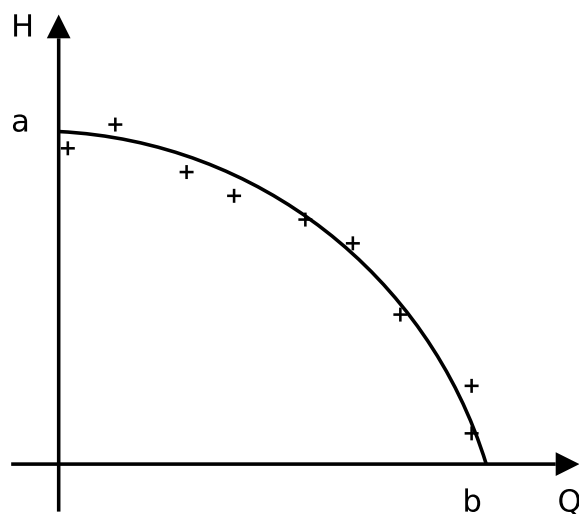


Figura 5.4: Curva carga - caudal

- Cronómetro.
- Cinta métrica.

5.1.4. Procedimiento

1. Medir la distancia vertical z entre tomas manométricas (ver figura 5.1).
2. Llenar la cisterna con agua de modo de sumergir la tubería de aspiración pero no la de impulsión (ver figura 5.1).
3. Seleccionar un volumen \forall de referencia (entre 4 y 10 litros).
4. Arrancar la bomba. **IMPORTANTE:** verificar que ni el motor ni el cable de alimentación se encuentren mojados.
5. Para distintas aperturas de las válvulas 1 y 2 repetir los siguientes pasos (**IMPORTANTE:** la válvula 1 -tubería de aspiración- **NUNCA** debe ser completamente cerrada).
 - a) Iniciar el cronómetro en 0.
 - b) Arrancar el cronómetro cuando el reloj secundario del medidor pase por 0 (cantidad entera de litros).
 - c) Parar el cronómetro cuando haya fluido el volumen \forall .
 - d) Tomar lectura del tiempo Δt y de la presión leída en los manómetros A y B.

5.1. DETERMINACIÓN DE LA CURVA H-Q DE UNA BOMBA 5-5

e) Utilizando la ecuación 5.2 calcular la carga H_i y con la ecuación 5.3 el caudal Q_i , correspondientes a esa posición de las válvulas.

6. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

$\forall = \dots\dots\dots$; $z = \dots\dots\dots$

N° Obs.	t_i	P_{Ai}	P_{Bi}	H_i	Q_i

5.1.5. Resultados

A partir de los pares de valores $(Q_i; H_i)$ se determinará por regresión polinomial (ver Anexo 12) la función cuadrática que mejor ajuste al conjunto de puntos, de la forma:

$$H(m) = a[Q(l/s)]^2 + bQ(l/s) + c \tag{5.4}$$

Se graficarán conjuntamente los puntos experimentales y la función 5.4 (ver figura 5.4).

Se determinarán además los valores característicos H_{max} y Q_{max} , a partir de la ecuación 5.4.

Parte II
Hidrología

Capítulo 6

Infiltración

La infiltración es el proceso mediante el cual el agua penetra desde la superficie del terreno hacia el suelo. Los factores que influyen en la tasa de infiltración son:

1. Textura del suelo.
2. Contenido de humedad inicial.
3. Contenido de humedad de saturación.
4. Cobertura vegetal.
5. Uso del suelo.
6. Aire atrapado.
7. Lavado de material fino.
8. Compactación.
9. Temperatura, sus cambios y diferencias.

La infiltración juega un papel de primer orden en la relación lluvia-escorrentamiento y, por lo tanto, en los problemas de diseño y predicción asociados a la dimensión y operación de obras hidráulicas. En general, el volumen de infiltración es varias veces mayor que el de escorrentamiento durante una tormenta dada, especialmente en cuencas con un grado de urbanización relativamente bajo.

Existen cuatro zonas de humedad: una zona saturada cerca de la superficie, una zona de transmisión de flujo no saturado y contenido de humedad aproximadamente uniforme, una zona de mojado en la cual la humedad decrece con la profundidad y un frente de mojado en el cual el cambio de contenido de humedad es tan grande que da la apariencia de una discontinuidad aguda entre el suelo mojado arriba y el suelo seco debajo.

La tasa de infiltración que se expresa en cm/h, es una característica del suelo que determina la tasa máxima a la cual puede penetrar el agua dentro del suelo bajo condiciones especificadas, incluyendo la presencia de un exceso de agua. Si el agua se encharca en la superficie, la infiltración ocurre a la tasa de infiltración potencial. Si la tasa de suministro de agua en la superficie, es menor que la tasa de infiltración potencial, entonces la tasa de infiltración real también será menor que la potencial.

Las tasas de infiltración tienen aplicación en problemas relacionados con tasas de erosión, lixiviación (disolución en agua de una sustancia alcalina) y eficiencias de drenaje, irrigación, esparcimiento de agua, desagüe, lluvias y evaluación de campos de disposición de posibles tanques sépticos.

6.1. Descripción del proceso de infiltración

El proceso de infiltración puede describirse de la siguiente manera: considérese un área de suelo suficientemente pequeña, de modo que sus características (tipo de suelo, cobertura vegetal, etc.), así como la intensidad de la lluvia en el espacio puedan considerarse uniformes, aunque la última cambie en el tiempo.

Supóngase que, al inicio de una tormenta, el suelo está de tal manera seco que la cantidad de agua que puede absorber en la unidad de tiempo (es decir, su capacidad de infiltración) es mayor que la intensidad de la lluvia en esos primeros instantes de la tormenta. Bajo estas condiciones, se infiltraría toda la lluvia, es decir, si $i < f_p$ entonces $f = i$. En estas expresiones, f es la infiltración, expresada como lámina por unidad de tiempo; f_p la capacidad de infiltración, en las mismas unidades; e i la intensidad de la lluvia.

En esta parte del proceso las fuerzas producidas por la capilaridad predominan sobre las gravitatorias.

Al avanzar el tiempo, si la lluvia es suficientemente intensa, el contenido de humedad del suelo aumenta hasta que su superficie alcanza la saturación. En este momento se empiezan a llenar las depresiones del terreno, es decir, se originan charcos y comienza a producir flujo sobre la superficie. A este instante se le llama tiempo de encharcamiento y se denota como t_p .

Después del tiempo de encharcamiento, si la lluvia sigue siendo intensa, las fuerzas capilares pierden importancia frente a las gravitatorias, pues el contenido de humedad del suelo aumenta y la capacidad de infiltración disminuye con el tiempo. Además, bajo estas condiciones, la infiltración se hace independiente de la variación en el tiempo de la intensidad de la lluvia, en tanto que ésta sea mayor que la capacidad de transmisión del suelo, de manera que si $i > f_p$, $t > t_p$, entonces $f = f_p$, donde f_p decrece con el tiempo.

Bajo las condiciones anteriores, la capa saturada -que en el tiempo de encharcamiento era muy delgada y estaba situada en la superficie del suelo-

se ensancha a medida que su límite inferior, denominado frente húmedo, baja. Entonces, dado que cada vez una mayor parte del suelo está saturada, las fuerzas capilares pierden importancia paulatinamente hasta que llega un momento, teóricamente en $t = \infty$, en que, el estar todo el medio saturado, el movimiento del agua se produce sólo por la acción de la gravedad y la capacidad de infiltración se hace constante. La descripción anterior es válida solamente para una columna de suelo homogénea donde el nivel freático esté muy profundo; sin embargo, se verifica con una precisión aceptable en la mayoría de los casos prácticos.

Si después del tiempo de encharcamiento la tormenta entra en un período de calma, el tirante de agua existente sobre la superficie del suelo disminuye hasta desaparecer y el agua contenida en los charcos también se infiltra, y en menor grado se evapora. Cuando ya no hay agua sobre la superficie del terreno, el contenido de humedad de las capas de suelo cercanas al frente húmedo se difunde, haciendo que dicho frente avance hacia arriba hasta que la superficie deja de estar saturada. Posteriormente, la lluvia puede volver a intensificarse y alcanzar otro tiempo de encharcamiento repitiéndose todo el ciclo descripto.

6.2. El modelo de Horton

Horton (1939) mostró que si se cumplen las siguientes dos hipótesis:

1. La superficie del suelo permanece encharcada,
2. la columna de suelo es homogénea y semi-infinita,

la tasa de infiltración real (que coincide con la potencial) puede describirse, en función del tiempo, por la siguiente ecuación:

$$f(t) = f_b + (f_0 - f_b) e^{-kt} \quad (6.1)$$

donde f_0 se denomina *tasa de infiltración inicial*, y es el valor de la tasa de infiltración $f(t)$ cuando $t = 0$; f_b es la *tasa de infiltración base*, y es el valor de la tasa de infiltración $f(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$; y k es un factor de forma o decaimiento.

Habitualmente $f(t)$, f_0 y f_b se expresan en mm/h, por lo que k debe expresarse entonces en h^{-1} .

La representación gráfica de la expresión 6.1 se muestra en la figura 6.1:

En condiciones ideales, el valor de f_b debería ser igual a la permeabilidad o conductividad hidráulica vertical del suelo saturado K_z , de la ley de Darcy. Debido a la presencia de aire encerrado en la matriz de suelo, el valor que se obtiene es menor.

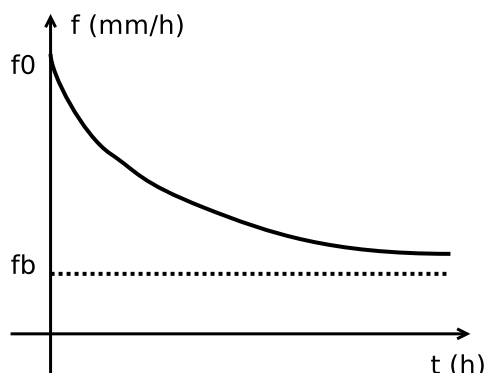


Figura 6.1: Tasa de infiltración del modelo de Horton

6.3. Determinación experimental de la capacidad de infiltración

La determinación experimental de la capacidad de infiltración de un suelo supone medir los volúmenes infiltrados de agua en un área conocida a intervalos conocidos de tiempo, relativamente pequeños, de modo que sea posible asimilar la tasa de infiltración media de ese intervalo i dada por:

$$f_{mi} = \frac{\Delta V_i}{\Delta t_i A} \quad (6.2)$$

al valor instantáneo f_i . En la expresión anterior, A representa el área a través de la cual el agua infiltra, y ΔV el volumen infiltrado en el intervalo Δt .

A continuación se presenta un método experimental para estimar la capacidad de infiltración de un suelo, de sencilla implementación, basado en el equipo denominado *infiltrómetro de doble anillo*.

6.3.1. Método del infiltrómetro de doble anillo

Objetivo

Determinar la capacidad de infiltración, o tasa de infiltración potencial, de un suelo *in situ*.

Este método describe un procedimiento para la determinación en el terreno de la tasa de infiltración del agua dentro de los suelos, empleando infiltrómetros de anillo doble.

Evidentemente las tasas de infiltración obtenidas inundando áreas grandes, ofrecen resultados más confiables, pero debido a su alto costo, se prefiere usar el método de las infiltraciones, por ser mucho más económico.

6.3. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN 6-5

Los ensayos efectuados en un mismo sitio pueden no dar resultados idénticos; la tasa medida por el procedimiento descrito en este ensayo es primordialmente para uso comparativo.

Fundamento

Si se mantiene la superficie del suelo encharcada, la capacidad de infiltración estará satisfecha y por tanto se podrá medir la tasa de infiltración potencial del suelo. Si el área encharcada no es muy grande, las líneas de flujo tienden a expandirse y por tanto la infiltración medida estará sobreestimada. Por ello, los anillos se hincan en forma concéntrica: mientras el flujo vertical provocado por el anillo exterior estará fuertemente perturbado por la condición antes indicada, el flujo en el anillo interior se asemejará mucho más a la condición de flujo vertical, y por tanto las mediciones en el anillo interior serán más confiables (figura 6.2).

Los diámetros del anillo interior d y del anillo exterior D se construyen habitualmente en relación de 2.

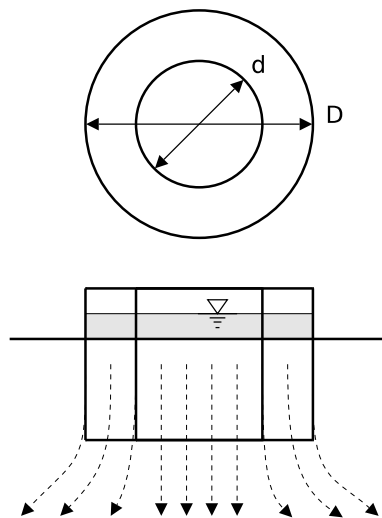


Figura 6.2: Infiltrómetro de doble anillo

Materiales

- Infiltrómetro de doble anillo.
- Maza de 5 kg.
- Clavos testigo (2).
- Muerto de acero para hincado.

- Probetas graduadas de 1000 ml y 100 ml.
- Bidón con agua.
- Reloj o cronómetro.
- Nivel de burbuja.

Procedimiento

1. Medir el diámetro interior d del anillo interior, y determinar el área $A = \frac{\pi d^2}{4}$ en mm^2 .
2. Hincan o penetración de los anillos de infiltración con maceta.
 - a) Colocar el muerto de acero sobre el anillo exterior en posición centrada.
 - b) Hincar el anillo exterior hasta la marca lateral con golpes de maza sobre el muerto de acero. Empléense golpes de fuerza mediana para evitar la fracturación de la superficie del suelo. Mover el muerto de acero alrededor de la tapa guía cada uno o dos golpes, de manera que el anillo penetre uniformemente en el suelo.
 - c) Centrar el anillo menor dentro del mayor e hincarlo hasta la marca lateral empleando la misma técnica descrita anteriormente.
 - d) Controlar con nivel los anillos, corrigiendo su posición para que sean tan verticales como se requiera.
 - e) Colocar los clavos testigo, de modo que sobresalgan del terreno aproximadamente 25 mm.
3. Realización de las mediciones
 - a) Colocar agua en el anillo exterior hasta la altura de la cabeza del clavo.
 - b) Una vez que el cilindro exterior tiene agua, se procede de igual manera con el cilindro interior, considerando este momento como tiempo inicial del ensayo.
 - c) Se mantiene en ambos cilindros una carga constante de agua.
 - d) Es de fundamental importancia cuidar que en ningún momento los cilindros se queden sin agua. De ocurrir esto el ensayo deja de ser representativo de la capacidad real de infiltración del suelo y es necesario iniciar uno nuevo. Esta observación es particularmente importante en los primeros instantes del ensayo, donde el suelo tiene su máxima capacidad de infiltración disponible.

6.3. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN 6-7

- e) El volumen de agua colocado en el cilindro interno es el único que se mide. Para conocer este volumen es necesario el uso de probetas o cualquier otro instrumento graduado. Para lograr una mayor exactitud en la medición se utilizan dos probetas, una de 1000cm^3 y otra de 100cm^3 , de tal manera que la última medida de agua se coloca con la segunda probeta lo que nos permite tomar lectura con mayor precisión.

 - f) A medida que el nivel de agua del cilindro interior comienza a descender es necesario recuperarlo llevando, en una planilla adecuada, un estricto control de los volúmenes agregados y el instante de tiempo en que se agregan. Una vez transcurridas tres horas como mínimo, podemos dar por finalizado el ensayo.
4. A la conclusión del ensayo, remover los anillos del suelo valiéndose de ligeros golpes en los lados con la maza.
5. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla.

Resultados

Se presentará la gráfica de la tasa de infiltración en función del tiempo (figura 6.1), representado con puntos los valores medidos.

Se estimarán, por prueba y error, los parámetros f_0 , f_b y k del modelo de Horton, y se graficará la curva teórica obtenida con línea continua superpuesta con los datos experimentales anteriores.

N° Obs.	t (hh:mm:ss)	Δt_i (h)	ΔV_i (mm^3)	f_{mi} (mm/h)

tiempo inicial del ensayo:

Capítulo 7

Aforometría

La aforometría es la rama de la Hidrología que se dedica a la medición de los caudales de los cursos de agua superficiales como ríos y arroyos.

Los métodos directos, como el aforo volumétrico, sólo pueden aplicarse a muy pequeñas corrientes, como vertientes. Las instalaciones fijas, como vertederos u orificios, se justifican ante un programa sostenido en el tiempo, como los que se desarrollan en las estaciones de aforo.

Ante la necesidad eventual de aforar, se pueden plantear diversos métodos, basados principalmente en la determinación de la velocidad media V del flujo, la cual multiplicada por el área A permite obtener el caudal Q . Algunos ejemplos son:

- Método del molinete hidrométrico: es el más tradicional y utilizado.

- Uso de flotadores: tiene la desventaja de que la relación entre la velocidad media en cada vertical y la velocidad superficial no es constante. Además puede verse seriamente influido por condiciones climáticas como vientos.

- Uso de ADCP (Accoustic Doppler Current Profiler): sin dudas de alta calidad en sus resultados, tiene como desventaja el alto costo del equipamiento involucrado, por tanto sólo laboratorios o instituciones especializadas pueden implementarlo.

- Método de la onda salina: puede arrojar resultados poco precisos. Tiene la ventaja de ser relativamente económico y rápido.

A continuación se describen dos experiencias para la realización de aforos.

7.1. Método del molinete hidrométrico

7.1.1. Objetivo

Determinar el caudal de una corriente superficial mediante el uso del molinete hidrométrico.

7.1.2. Fundamento

En un flujo a superficie libre, con turbulencia plenamente desarrollada, la capa límite turbulenta ocupa toda la columna de agua. Se puede demostrar que, asumiendo un canal de ancho infinito (los bordes verticales no influyen sobre el flujo central), la distribución de velocidades en la vertical sigue la ley logarítmica (ecuación 7.1):

$$\frac{U}{U_c} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{h} \right) + A \quad (7.1)$$

donde U es la velocidad (función de la coordenada vertical), $\kappa = 0,41$ es la constante de von Kármán, $A = 5,3$ la constante de integración para paredes lisas. El efecto de la rugosidad puede ser tenido en cuenta cambiando apropiadamente el valor de A . Finalmente, U_c es la velocidad de corte definida como (ecuación 7.2):

$$U_c = \sqrt{gRS_0} \quad (7.2)$$

donde R es el radio hidráulico y S_0 la pendiente longitudinal del fondo.

En la figura 7.1 se muestra una representación gráfica de la expresión 7.1. En esta figura puede verse que existe una profundidad y_0 para la cual la velocidad puntual $U(y_0)$ es igual a la velocidad media V en esa vertical. Igualando la expresión 7.1 a V , y resolviendo la ecuación no lineal resultante, se puede demostrar que $y_0 \approx 0,6h$.

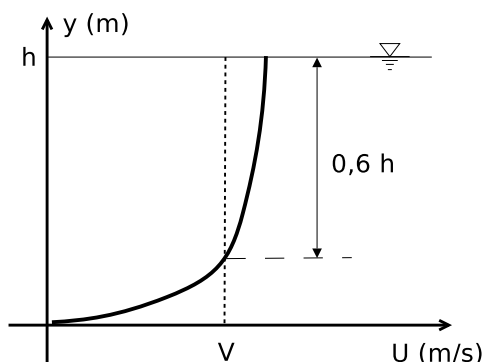


Figura 7.1: Distribución logarítmica de velocidades

Si la profundidad lo permite, en lugar de tomar una única medición a $0,6h$, se toman dos mediciones a $0,2h$ y $0,8h$ y luego se promedian, aumentando así la precisión. Incluso, se pueden tomar tres lecturas por vertical: $0,2h$, $0,6h$ y $0,8h$. En todos los casos, se llega a una única velocidad media V en la vertical.

Para cada vertical i , entonces, deben conocerse tres valores (figura 7.2):

- la velocidad media V_i ,
- la profundidad de flujo h_i ,
- su coordenada lateral x_i .

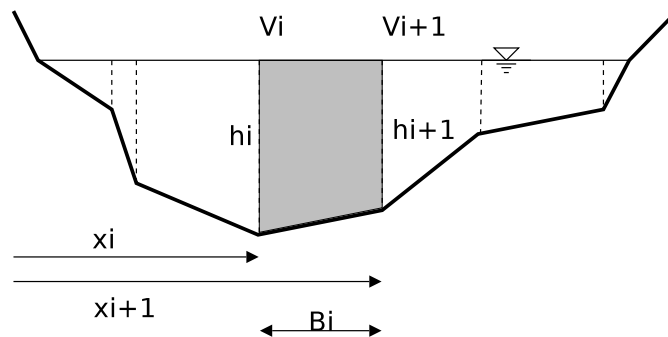


Figura 7.2: Cálculo de aforos con molinete

De ese modo, entre $n + 1$ verticales quedan definidas n subsecciones o paneles, en los cuales puede calcularse la velocidad media como:

$$V_{mi} = \frac{V_i + V_{i+1}}{2} \quad (7.3)$$

y el área del panel, aproximadamente, como:

$$A_i = \frac{h_i + h_{i+1}}{2} (x_{i+1} - x_i) = \frac{h_i + h_{i+1}}{2} B_i \quad (7.4)$$

de modo que el caudal parcial que fluye a través de dicho panel es $Q_i = V_{mi}A_i$ y el caudal total viene dado por:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (7.5)$$

7.1.3. Descripción del equipo

El molinete hidrométrico es un dispositivo mecánico constituido por un cuerpo fusiforme fijo, sobre el cual gira un rotor o hélice cuando se lo enfrenta a una corriente (figura 7.3).

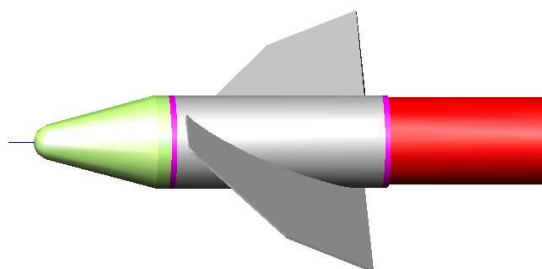


Figura 7.3: Molinete hidrométrico

El número de vueltas o revoluciones por minuto N (o velocidad angular) de la hélice y la velocidad U del flujo están relacionados a través de la ecuación lineal:

$$U = aN + b \quad (7.6)$$

donde a y b son constantes del aparato que se determinan experimentalmente. En esta relación, b representa la menor velocidad del flujo que teóricamente puede registrarse, y corresponde a la mayor velocidad del flujo que *no* provoca movimiento de la hélice: es el denominado *umbral* y está asociado al rozamiento del dispositivo. Un buen diseño debería minimizarlo.

La velocidad de giro N se mide a través de un dispositivo electrónico (*datalogger*) que permite contar la cantidad de vueltas dadas por la hélice en una ventana de tiempo programada por el operador (figura 7.4). La medición puede ser almacenada en el propio dispositivo para su posterior descarga en una PC o bien puede ser leída en el visor disponible.

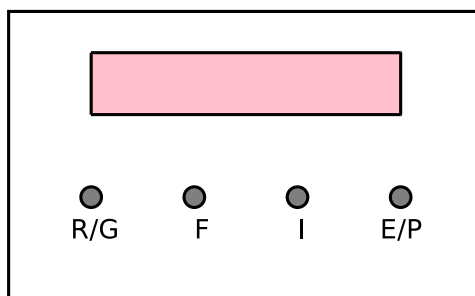


Figura 7.4: Datalogger. (R/G): guarda dato. Presionada por 5 seg. resetea la memoria. (I): incrementa el valor / inicia conteo. (F): decrementa el valor / finaliza conteo. (E/P): guarda dato en memoria (si/no). Programa ventana de tiempo

El conjunto se completa con una varilla o pie del molinete, extensible, graduada, lo que permite medir a una profundidad determinada.

Materiales

- Molinete hidrométrico. Incluye:
 - molinete
 - datalogger y su estuche
 - varilla o pie
- Estacas de acero o madera (2).
- Soga o cuerda: longitud acorde al ancho de la sección a medir. Graduada cada 1 metro.
- Cinta métrica.
- Libreta de camapaña y lápiz.

Procedimiento

1. Seleccionar la sección de aforo. Deben, en lo posible, elegirse secciones ubicadas sobre tramos rectos del río, donde las corrientes secundarias no jueguen un papel importante. A su vez, las profundidades de flujo deben superar, en promedio, los 20-25 cm, de modo de garantizar la completa sumergencia del molinete. Y si el aforo se realiza por vadeo, debe ser transitable.
2. Materializar la sección clavando dos estacas en sus extremos y tendiendo la soga o cuerda entre ellas. Asegurarse que la soga no toque el agua. La sección se debe orientar perpendicular a la dirección principal del flujo.
3. Conectar el datalogger al molinete. Asegurarse un buen ajuste, de modo que no entre agua a la bornera.
4. Fijar la ventana de tiempo. El molinete permite, como máximo, una ventana de 99 segundos; valores recomendables son 60 o 90 segundos.
5. Los siguientes pasos deben repetirse para cada vertical seleccionada. Elegir las verticales en cada cambio de pendiente del fondo, cambio en la rugosidad, etc.
 - a) Determinar la coordenada (progresiva) x de la vertical. Para ello utilizar las marcas de la soga, y ayudarse con la cinta métrica.
 - b) Medir la profundidad de flujo con la varilla del molinete. Mentalmente, determinar la profundidad $0,6h$ (la mitad más el 10%) y ubicar el molinete a dicha profundidad, *medida desde la superficie* (o bien, a $0,4h$ medida desde el fondo).

- c) Sumergir el molinete, orientándolo según la corriente, perpendicular a la soga. Iniciar el conteo.
- d) Si corresponde, repetir el proceso para las profundidades $0,2h$ y $0,8h$.
- e) Registrar la medición, ya sea electrónicamente (datalogger) o bien en la libreta.
- f) Una vez finalizado, trasladarse a la siguiente vertical.

Finalizado lo anterior, no sólo se tendrán las velocidades medidas, sino también el relevamiento batimétrico de la sección.

Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

vertical	x_i	$U_{0,2}$	$U_{0,6}$	$U_{0,8}$	V_i	V_{mi}	A_i	Q_i
						—	—	—

7.2. Método de la onda salina

7.2.1. Objetivo

Determinar el caudal que circula por un canal, midiendo la velocidad de traslado del pico de una onda salina.

7.2.2. Fundamento

El agua pura es un dieléctrico (mal conductor de la electricidad). La presencia de iones transforma al agua en un conductor eléctrico. El cloruro de sodio tiene la propiedad de disolverse completamente en agua, esto es, disociarse en iones que permiten reducir considerablemente la resistencia que opone el agua al paso de una corriente eléctrica. Esta reducción es tanto mayor cuanto mayor es la concentración de sal en el agua.

Consideremos un canal o un cauce natural en flujo uniforme. Si las velocidades son relativamente importantes, los efectos advectivos son preponderantes frente a los efectos difusivos para cualquier especie disuelta en la masa de fluido, de modo que, sin mayor error, podemos asumir que la velocidad de

traslado de una onda de concentración salina es la misma que la velocidad media del flujo (figura 7.5). Si bien la concentración C disminuirá a lo largo del canal (debido a la dispersión turbulenta) siempre existirá un máximo de concentración cuya velocidad de traslado representa la velocidad media del flujo. Si medimos el tiempo de traslado del pico $\Delta t = t_B - t_A$ del diagrama

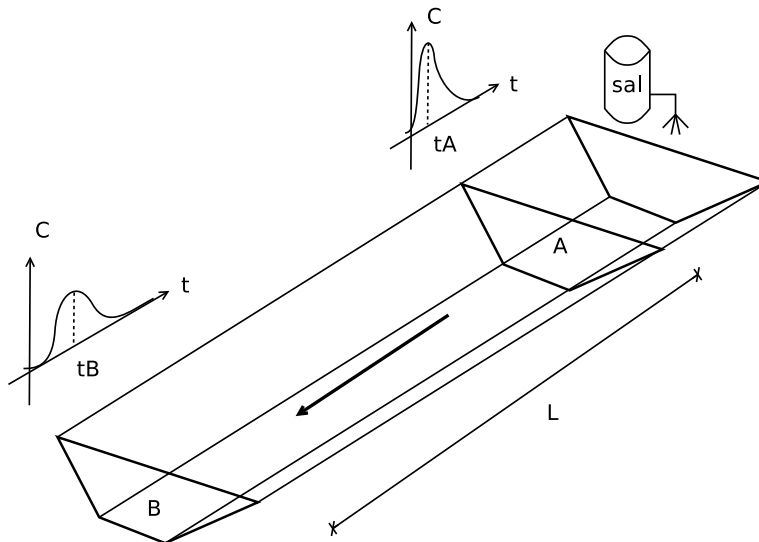


Figura 7.5: Método de la onda salina

de concentraciones en una longitud conocida L (definida por una par de secciones A y B), la velocidad del flujo V viene dada por la ecuación:

$$V = \frac{L}{\Delta t} \quad (7.7)$$

Esta onda se genera vertiendo, en forma instantánea, una solución saturada de cloruro de sodio (salmuera) en una sección aguas arriba de la sección A. En lugar de detectar el paso del máximo de concentraciones por las secciones A y B, se deberá observar el tiempo de ocurrencia del mínimo en la observación de la resistencia eléctrica (en ohms).

7.2.3. Análisis de Errores

Calculando la diferencial total de V en la ecuación 7.7, se tiene

$$dV = \frac{\partial V}{\partial L} dL + \frac{\partial V}{\partial \Delta t} d\Delta t \quad (7.8)$$

es decir (aplicando los doble signos de los errores),

$$dV = \pm \frac{L}{\Delta t^2} d\Delta t \pm \frac{dL}{\Delta t} \quad (7.9)$$

dividiendo ambos miembros por V , reemplazando en el miembro de la derecha a V por $\frac{L}{\Delta t}$ y simplificando,

$$\frac{dV}{V} = \pm \frac{dL}{L} \pm \frac{d\Delta t}{\Delta t} \quad (7.10)$$

lo cual nos indica que el error relativo en la determinación de V disminuirá en la medida que aumenten los valores de L y Δt , esto es, trabajemos con tramos de canal de mayor longitud; esto se ve impedido muchas veces debido a que no se cumple la condición de flujo uniforme.

7.2.4. Materiales

- Canal experimental.
- Cloruro de sodio (sal fina).
- Un frasco.
- Dos ohmímetros (o multímetros).
- Cronómetro.
- Cinta métrica.

7.2.5. Procedimiento

1. Establecer en el canal el flujo uniforme, determinando el caudal utilizando los vertederos de aforo (ver Anexo 14).
2. Medir la sección transversal del canal (ancho B y profundidad de flujo y) y calcular el área como $A = By$.
3. Definir las secciones de control A y B, midiendo la separación entre ellas con la cinta métrica.

El siguiente procedimiento se realizará repetidas veces, en grupos de tres personas como mínimo:

1. Preparar la salmuera en el frasco. Es suficiente con 150 o 200 cm³.
2. Posicionar los ohmímetros en las secciones A y B, cada uno con un operario. De utilizar multímetros, asegurarse de estar midiendo resistencias (Ω).
3. El tercer operario vierte, en una sección aguas arriba de la A y lo más rápido posible, la salmuera en el canal, y prepara el cronómetro para su operación.

4. El operario de la sección A visualiza en el display el decaimiento de la resistencia, e indica claramente al operador del cronómetro el instante en que la resistencia pase por su mínimo. En ese momento arranca el cronómetro.
5. El operario de la sección B realiza la misma tarea. El cronómetro para en el momento de pasar la resistencia en B por su mínimo.
6. Calcular la velocidad media con la ecuación 7.7.
7. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

N° Obs.	$L(m)$	$\Delta t(s)$	V_i	$Q_i = V_i A$	$(Q_i - \bar{Q})^2$

7.2.6. Resultados

Se presentará el caudal obtenido en la forma:

$$Q = \bar{Q} \pm \Delta Q \quad (7.11)$$

donde \bar{Q} representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i \quad (7.12)$$

y ΔQ el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta Q = \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}{n(n-1)}} \quad (7.13)$$

Además, se comparará el caudal obtenido Q con el caudal medido en los vertederos de aforo Q_a , verificándose si se cumple la condición

$$Q_a \in (\bar{Q} - \Delta Q; \bar{Q} + \Delta Q)$$

Parte III

Hidráulica de Canales

Capítulo 8

Flujo uniforme

Se dice que un tramo de canal se halla bajo flujo uniforme si las propiedades hidráulicas del flujo (velocidad media, profundidad de flujo, ancho superficial, etc.) no cambian a lo largo del tramo considerado. Es decir, asumiendo que la coordenada longitudinal del canal es x , entonces:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

donde ϕ es cualquier propiedad hidráulica del flujo, como las mencionadas anteriormente.

Si bien teóricamente sería posible obtener un flujo uniforme inestacionario, éste es un caso muy raro y por tanto, de aquí en más al hablar de flujo uniforme hablaremos de flujo uniforme estacionario.

La resistencia al flujo en un flujo uniforme puede ser cuantificada a través de varias fórmulas empíricas, siendo, sin dudas, la más ampliamente utilizada la ecuación de Manning:

$$V = \frac{S_0^{\frac{1}{2}} R^{\frac{2}{3}}}{n} \quad (8.1)$$

donde n es el coeficiente de resistencia de Manning, S_0 es la pendiente longitudinal del fondo del canal (igual a la pendiente de la superficie libre) y R es el radio hidráulico, dado por

$$R = \frac{A}{P} \quad (8.2)$$

en esta última, A es el área de la sección transversal del canal y P es el perímetro mojado. Si multiplicamos ambos miembros de la ecuación 8.1 por el área A , se tiene

$$Q = \frac{AS_0^{\frac{1}{2}} R^{\frac{2}{3}}}{n} \quad (8.3)$$

donde Q es el caudal.

Se presenta a continuación una experiencia que permite obtener el n de Manning de un canal, a partir de la hipótesis de flujo uniforme.

8.1. Determinación del n de Manning en flujo uniforme

Objetivo

Determinar el coeficiente n de la ecuación de Manning (ecuación 8.3) del canal del Laboratorio, estableciendo para ello el régimen uniforme en dicho canal.

Fundamento

Suponiendo que se ha establecido el régimen uniforme, si podemos determinar simultáneamente en el canal bajo estudio las siguientes propiedades:

- Caudal Q .
- Pendiente de fondo S_0 .
- Profundidad de flujo h .
- Ancho del canal B .

será posible encontrar tanto el área de flujo A como el perímetro mojado P como:

$$A = Bh$$

$$P = B + 2h$$

En base a estas últimas se puede determinar el radio hidráulico R a partir de la ecuación 8.2 y, despejando de la expresión 8.3,

$$n = \frac{AS_0^{\frac{1}{2}}R^{\frac{2}{3}}}{Q} \quad (8.4)$$

se puede estimar el n de Manning para el canal bajo estudio.

Materiales

- Canal de Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 14.
- Nivel óptico o altímetro.
- Regla metálica.

8.1. DETERMINACIÓN DEL N DE MANNING EN FLUJO UNIFORME 8-3

Procedimiento

El siguiente procedimiento se repetirá para distintos caudales en el Canal.

1. Medir el ancho del canal B .
2. En función del caudal que se pretende obtener, se abre la válvula el número de vueltas necesario (verificar que se parta de la posición cerrado).
3. En función de ese mismo caudal, se coloca el vertedero de aforo correspondiente (ver Anexo 14).
4. Se pone en funcionamiento la bomba, dejando pasar alrededor de 2 minutos para que el sistema entre en régimen.
5. Medir el caudal utilizando el vertedero de aforos: tomar lectura d en la escala de medición ubicada en el canal de aforos. Para más detalle, ver Anexo 14.
6. Modificando la apertura de la compuerta de restitución y la pendiente del canal, establecer el régimen uniforme. Para verificarlo, medir con la regla metálica la profundidad de flujo h en dos secciones suficientemente alejadas entre sí (estas secciones deberán distar de los extremos del canal al menos $3B$). Una vez que los valores de h sean iguales, se habrá establecido el régimen uniforme.
7. Determinar la pendiente del canal. Para ello, se deberán tomar lecturas l_1 y l_2 , utilizando el nivel óptico, ubicando la regla metálica en dos secciones extremas del canal, y midiendo la distancia L entre ellas. La pendiente viene dada por

$$S_0 = \frac{|l_1 - l_2|}{L}$$

8. Calcular el área, el perímetro mojado, el radio hidráulico y a partir de ellos, el coeficiente n de Manning a partir de la ecuación 8.4.
9. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

Nº Obs.	h	Q	S_0	A	R	n_i	$(n_i - \bar{n})^2$

Al finalizar la experiencia, no olvidar tomar la lectura del nivel del labio del vertedero de aforos (ver Anexo 14).

Resultados

Se presentará el coeficiente n de Manning obtenido en la forma:

$$n = \bar{n} \pm \Delta n \quad (8.5)$$

donde \bar{n} representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i \quad (8.6)$$

y Δn el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta n = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2}{N(N-1)}} \quad (8.7)$$

Capítulo 9

Flujo rápidamente variado

El flujo estacionario rápidamente variado se establece cuando la componente vertical de la aceleración no puede ser despreciada, esto es, la distribución de presiones en una vertical del fluido se aparta en forma considerable de la hidrostática. En general, el flujo rápidamente variado se presenta en tramos de canal de longitud relativamente corta, o bien por presencia de estructuras de control (como vertederos y compuertas) o bien en el cambio de régimen (de subcrítico a supercrítico o viceversa) como en las rápidas y los resaltos hidráulicos.

Los vertederos y compuertas son singularidades en el flujo a superficie libre que pueden ser utilizadas como instrumentos de aforo, dado que en ellos se establece una relación biunívoca entre la pérdida de carga y el caudal. En ambos casos, el caudal real que fluye a través de estas estructuras, es menor a aquél que teóricamente fluiría de acuerdo a la aplicación de la ecuación de Bernoulli para los flujos ideales (conservación de la energía):

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = Cte. \quad (9.1)$$

La determinación del coeficiente de reducción a aplicar (o coeficiente de gasto) sigue siendo, aún hoy en día, motivo de la experimentación.

Se presentan a continuación dos experiencias que permiten determinar el coeficiente de gasto de vertederos de pared delgada y gruesa, y de una compuerta de fondo, y una experiencia que permite verificar la conservación de cantidad de movimiento en un resalto hidráulico. Además, se presenta una experiencia que permite analizar la eficiencia de un modelo de una obra de disipación de energía al pie de un vertedero.

9.1. Determinación del coeficiente de descarga de vertederos

Objetivo

Determinar el coeficiente de descarga C_d de dos vertederos libres: uno de pared delgada y otro de pared gruesa.

Fundamento

Consideremos el flujo sobre un vertedero rectangular, como se muestra en la figura 9.1. Asumiendo que los efectos viscosos son despreciables y que todos los puntos de la superficie libre se encuentran a presión atmosférica, entonces la velocidad del flujo en un punto ubicado a una profundidad h es $\sqrt{2gh}$.

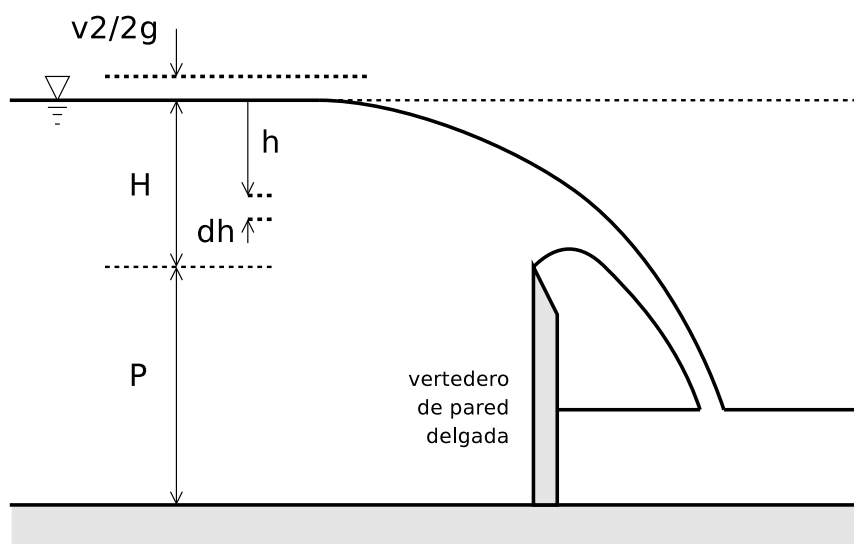


Figura 9.1: Flujo sobre un vertedero de pared delgada

El caudal que fluye sobre el vertedero puede determinarse como

$$Q = \int_{h_0}^H \sqrt{2gh} B dh = \frac{2}{3} \sqrt{2g} B \left[(H + h_0)^{\frac{3}{2}} - h_0^{\frac{3}{2}} \right] \quad (9.2)$$

donde B es el ancho del vertedero y $h_0 = \frac{v^2}{2g}$ la altura de energía cinética. Para tener en cuenta las contracciones y otros efectos, introducimos el coeficiente de gasto adimensional μ en la ecuación 9.2 como sigue:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (9.3)$$

9.1. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA DE VERTEDEROS 9-3

A su vez, es posible determinar un coeficiente de gasto dimensional C_d como:

$$C_d = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g} \quad (9.4)$$

de forma que, sustituyendo en la expresión 9.3, se tiene

$$Q = C_d B H^{\frac{3}{2}} \quad (9.5)$$

Esta última forma de la ecuación del vertedero es la más utilizada en el diseño de obras hidráulicas. Nuevamente, si se conocen B , H y Q , es posible determinar C_d despejando de la ecuación 9.5 como

$$C_d = \frac{Q}{B H^{\frac{3}{2}}} \quad (9.6)$$

Esta última expresión es también válida para el vertedero de pared gruesa (Figura 9.2). En este caso, sobre el labio de este vertedero se desarrolla una profundidad de flujo cercana a la crítica. Además, la capacidad de descarga de estos vertederos es en general menor a los correspondientes de pared delgada, por lo que el C_d será menor.

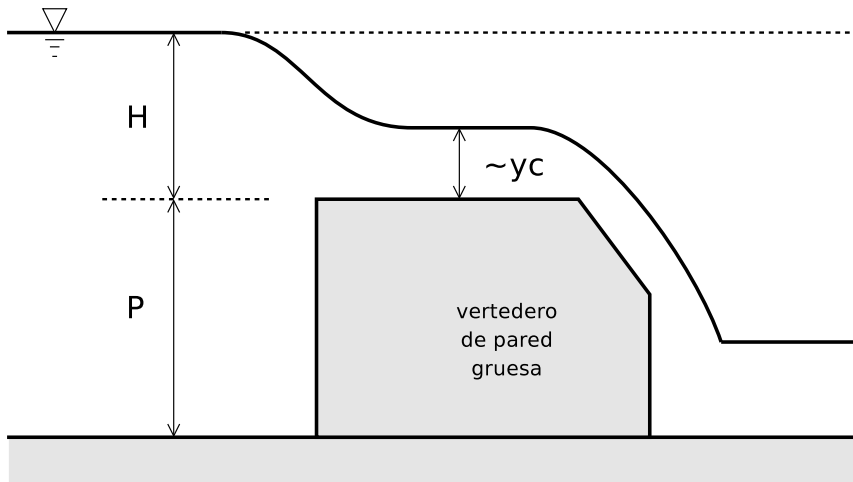


Figura 9.2: Flujo sobre un vertedero de pared gruesa

Materiales

- Canal de Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 14.
- Vertederos de pared delgada y pared gruesa rectangular y triangular.
- Nivel de burbuja o de albañil.

- Regla metálica.

Procedimiento

El siguiente procedimiento se realizará tanto para el vertedero de pared delgada como para los vertederos de pared gruesa triangular y rectangular.

1. Medir el ancho del canal con la regla metálica; por tratarse de vertederos sin contracción, se asume que coincide con el ancho B de estos vertederos.
2. Nivelar el canal experimental utilizando el nivel de burbuja, apoyándolo en el fondo del mismo y girando el volante hasta ubicarlo en posición horizontal.
3. Ubicar el vertedero en el canal, aproximadamente en el primer tercio de longitud del mismo.
4. Medir la altura de vertedero P con la regla metálica (figuras 9.1 y 9.2).
5. Poner en funcionamiento la bomba, dejando pasar alrededor de 2 minutos para que el sistema entre en régimen.
6. Para distintos caudales, que se lograrán modificando el grado de apertura de la válvula (ver Anexo 14):
 - Medir el caudal utilizando el vertedero de aforos: tomar lectura d en la escala de medición ubicada en el canal de aforos. Para más detalle, ver Anexo 14.
 - Medir la profundidad total de flujo $D = P + H$ aguas arriba del vertedero, en una sección ubicada a aproximadamente $2P$ del vertedero. A partir de este valor, encontrar la carga H .
7. Con la información obtenida llenar las siguientes tablas:

Vertedero de pared delgada

B : P :

N° Obs.	D	H	Q	C_{di}	$(C_{di} - \bar{C}_d)^2$

Vertedero de pared gruesa rectangular

B : P :

N° Obs.	D	H	Q	C_{di}	$(C_{di} - \bar{C}_d)^2$

Vertedero de pared gruesa triangular

B : P :

N° Obs.	D	H	Q	C_{di}	$(C_{di} - \bar{C}_d)^2$

Al finalizar la experiencia, no olvidar tomar la lectura del nivel del labio del vertedero de aforos (ver Anexo 14).

Resultados

Se presentará el coeficiente de gasto C_d , obtenido para cada vertedero, en la forma:

$$C_d = \bar{C}_d \pm \Delta C_d \tag{9.7}$$

donde \bar{C}_d representa la media aritmética de los valores hallados,

$$\bar{C}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{di} \tag{9.8}$$

y ΔC_d el error asociado al valor medio, según se describe en el Anexo 11:

$$\Delta C_d = \frac{\sigma_{C_d}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (C_{di} - \bar{C}_d)^2}{n(n-1)}} \tag{9.9}$$

9.2. Resalto hidráulico

9.2.1. Objetivo

Verificar experimentalmente las propiedades geométricas fundamentales de un resalto hidráulico: la relación entre profundidades inicial y secunte, y su longitud.

9.2.2. Fundamento

El resalto hidráulico es la rápida transición del régimen supercrítico al régimen subcrítico. El mismo se caracteriza por una superficie libre inestable y empinada, y se produce en longitudes relativamente cortas, de modo que las pérdidas de energía por fricción pueden ser despreciadas. El cambio de régimen se produce con una elevada turbulencia e incorporación de aire.

Consideremos un resalto hidráulico en un canal rectangular horizontal, como se muestra en la figura 9.3.

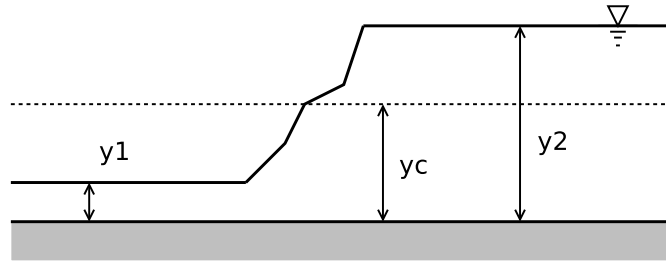


Figura 9.3: Resalto hidráulico

Tanto las fuerzas de fricción, como la componente del peso en la dirección del flujo pueden ser despreciadas, por tanto las fuerzas específicas se conservan.

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{z}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{z}_2 A_2 \quad (9.10)$$

siendo Q el caudal (constante), $A = By$ el área de flujo, $\bar{z} = \frac{y}{2}$ la profundidad del baricentro de la sección, y los subíndices 1 y 2 hacen referencia a la sección inicial y secuencia del resalto, respectivamente.

Reemplazando estas expresiones y $Q = ByV$ en la expresión 9.10, reordenando términos, e introduciendo el número de Froude

$$\mathbb{F}r = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (9.11)$$

se obtiene

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8\mathbb{F}r_1^2} \right) \quad (9.12)$$

Esta expresión se conoce como *ecuación de Bélanger*.

La longitud del resalto en un canal rectangular horizontal ha sido definida experimentalmente por el Bureau of Reclamation (figura 9.4):

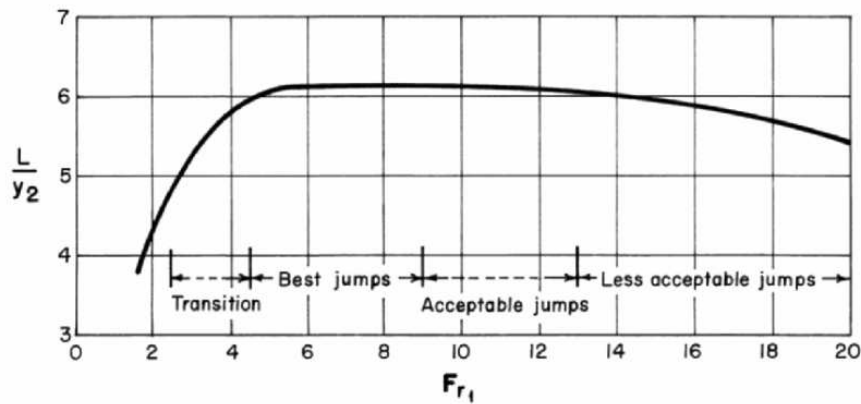


Figura 9.4: Longitud de un resalto hidráulico

9.2.3. Materiales

- Canal de Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 14.
- Vertedero de pared delgada.
- Nivel de burbuja o de albañil.
- Regla metálica.

9.2.4. Procedimiento

1. Medir el ancho del canal con la regla metálica.
2. Nivelar el canal experimental utilizando el nivel de burbuja, apoyándolo en el fondo del mismo y girando el volante hasta ubicarlo en posición horizontal.
3. Ubicar el vertedero en el canal, aproximadamente en el primer cuarto de longitud del mismo.
4. Poner en funcionamiento la bomba, dejando pasar alrededor de 2 minutos para que el sistema entre en régimen.
5. Para distintos caudales, que se lograrán modificando el grado de apertura de la válvula (ver Anexo 14):
 - Medir el caudal utilizando el vertedero de aforos: tomar lectura d en la escala de medición ubicada en el canal de aforos. Para más detalle, ver Anexo 14.

- Variando la apertura de la compuerta de restitución, ubicar el resalto en una posición adecuada; verificar que el mismo se encuentra estacionario dejando pasar 2 o 3 minutos.
- Medir las profundidades inicial y_1 y secuente y_2 ; prestar especial atención al medir esta última, de modo que esté lo suficientemente alejada del resalto para no verse afectada por las oscilaciones, pero lo suficientemente cercana al mismo para no verse afectada por la fricción.
- Calcular la relación $y_{re} = \frac{y_2}{y_1}$ a partir de los valores medidos.
- Calcular el número de Froude a la entrada Fr_1 y la relación teórica $y_{rt} = \frac{y_2}{y_1}$ a partir de la ecuación 9.12.
- Calcular el error porcentual $e\% = \frac{y_{re} - y_{rt}}{y_{re}} \cdot 100\%$
- Medir la longitud experimental L_e del resalto, y compararla con la longitud teórica L_t obtenida a partir de la figura 9.4.

6. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

Ancho del canal B :
 Relación entre profundidades inicial y secuente

N° Obs.	Q	y_1	y_2	y_{re}	Fr_1	y_{rt}	$e\%$

Longitud del resalto

N° Obs.	Q	y_1	y_2	L_e	Fr_1	L_t	$e\%$

Al finalizar la experiencia, no olvidar tomar la lectura del nivel del labio del vertedero de aforos (ver Anexo 14).

9.2.5. Resultados

Se presentarán las diferencias porcentuales entre las relaciones y_r y las longitudes L observadas y calculadas, planteando las posibles causas de estas diferencias.

9.3. Disipadores de energía

9.3.1. Objetivo

Verificar experimentalmente la eficiencia de disipadores de energía ubicados aguas abajo de un vertedero, en el control de la posición del resalto hidráulico, y relacionarla con las características de los disipadores ensayados.

9.3.2. Fundamento

Aguas abajo de un vertedero, ubicado en un canal de pendiente subcrítica, se produce una aceleración suficiente del flujo como para alcanzar velocidades y profundidades supercríticas ($Fr > 1$). Este flujo supercrítico se desarrollará en longitud hasta lograr, en conjunto con la profundidad de restitución o secunete y_2 , cumplir el principio de conservación de cantidad de movimiento, que para canales rectangulares se traduce en la relación de Bélanger (ecuación 9.12). Ocurre que en muchos casos esta longitud de la curva M3 es tal que desde un punto de vista práctico el canal sobre el cual se desarrolla deberá ser revestido en toda su longitud con el fin de soportar el alto poder erosivo de la corriente supercrítica. Con la finalidad de reducir la longitud del flujo supercrítico, es habitual disponer aguas abajo de vertederos de estructuras que introducen una alta resistencia localizada al flujo, denominadas *disipadores de energía*.

El efecto de los disipadores de energía puede verse en la figura 9.5. El perfil de flujo dibujado en línea de puntos (B) corresponde a la situación sin disipador de energía. El dibujado con línea continua (A) se obtiene colocando un disipador de energía al pie del vertedero. Debido a la presencia del disipador, la longitud de canal sometida a flujo supercrítico (y por tanto, con necesidad de revestimiento) se reduce en la cantidad L .

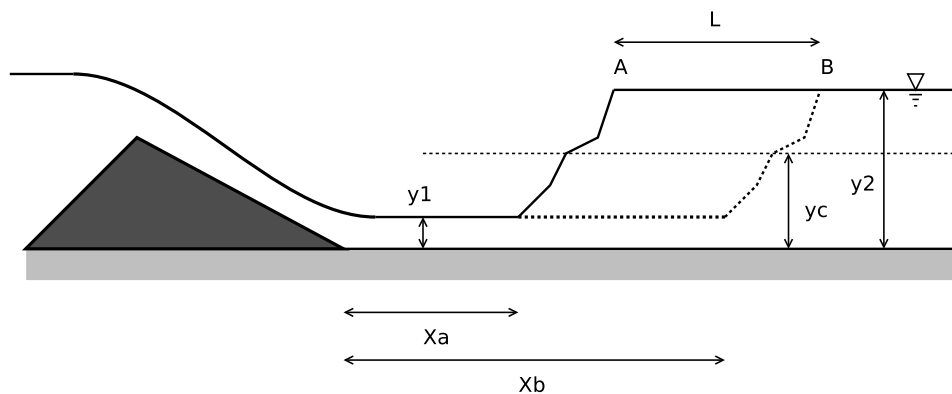


Figura 9.5: Efecto del disipador de energía en la posición del resalto hidráulico

En esta experiencia nos interesa averiguar de qué forma depende L del tipo de dissipador ensayado y del número de Froude $\mathbb{F}r_1$ a la entrada. No existe una relación analítica que nos permita determinar el valor de L para una situación dada, por lo tanto determinaremos puntos experimentales y luego ajustaremos una función polinómica, a través del método de mínimos cuadrados (anexo 12), a estos puntos.

En lugar de trabajar directamente con el desplazamiento L , trabajaremos con un *desplazamiento relativo* L_r adimensionalizado con la profundidad secuente y_2 :

$$L_r = \frac{L}{y_2} \quad (9.13)$$

Para distintos caudales de entrada, es posible generar pares de valores $(\mathbb{F}r_1; L_r)$ que pueden representarse gráficamente, como indica la figura 9.6.

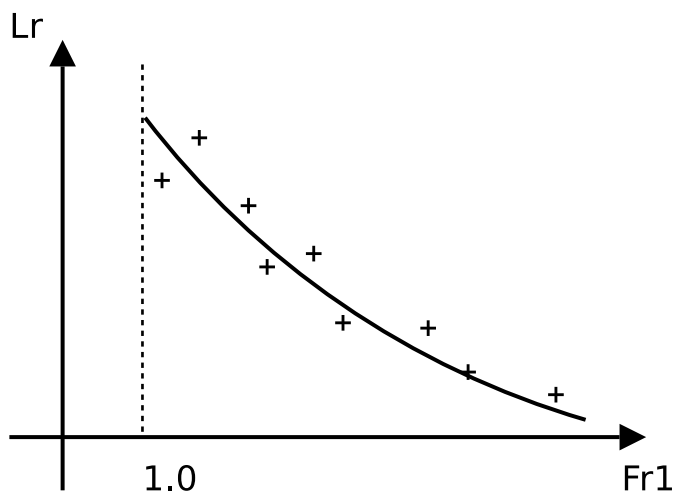


Figura 9.6: Desplazamiento relativo L_r en función del número de Froude de entrada $\mathbb{F}r_1$

9.3.3. Descripción de los dissipadores

Cada dissipador de energía consta de una placa plástica, de 1 m de longitud, cuyo ancho es tal que encaja exactamente en el Canal de Laboratorio (ver anexo 14). Los datos de disipación consisten en cubos de goma pegados a la superficie plástica mencionada. Estos datos se disponen en arreglos rectangulares o bien en tresbolillo (figura 9.7). A su vez, para una misma disposición, existen distintos dissipadores de acuerdo al paso o densidad d con que se distribuyen los dados.

Además, existe una placa de contraste, del mismo material que la placa base de los dissipadores, sin ningún dado adherido. Su finalidad es poder

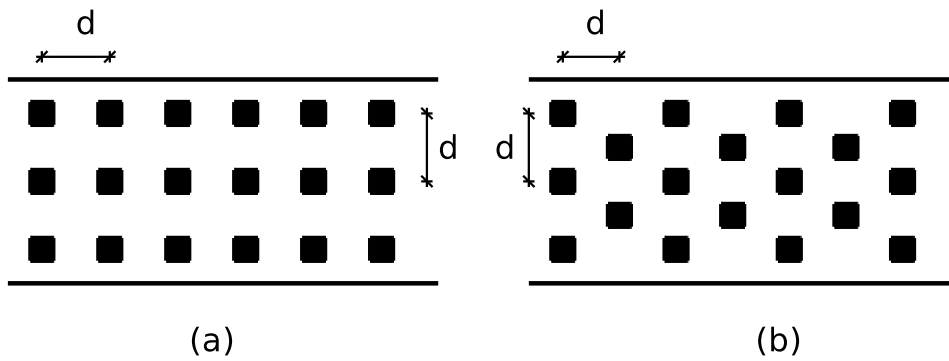


Figura 9.7: Disposición de dados en los disipadores de energía: (a) arreglo rectangular; (b) tresbolillo

generar unas condiciones de rugosidad del fondo equivalentes a las de los disipadores, pero en ausencia de dados. Esto es necesario debido a que el fondo original del canal (chapa pintada) resulta más rugoso que la placa plástica sobre la que se construyen los disipadores.

9.3.4. Materiales

- Canal de Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 14.
- Placas disipadoras. Existen distintos tipos, denominados:
 - 2D: dos líneas de dados, en arreglo rectangular
 - 3D: tres líneas de dados, en arreglo rectangular
 - 4D: cuatro líneas de dados, en arreglo rectangular
 - 2DB: dos líneas de dados, en arreglo en tresbolillo
 - 3DB: tres líneas de dados, en arreglo en tresbolillo
 - 4DB: cuatro líneas de dados, en arreglo en tresbolillo
 - S: placa de comparación (sin dados).
- Nivel de burbuja o de albañil.
- Cinta métrica.
- Regla metálica.

9.3.5. Procedimiento

1. Medir el ancho B del canal con la regla metálica.

2. Nivelar el canal experimental utilizando el nivel de burbuja, apoyándolo en el fondo del mismo y girando el volante hasta ubicarlo en posición horizontal.
3. Ubicar el vertedero triangular de pared gruesa en el canal, aproximadamente en el primer cuarto de longitud del mismo.
4. Poner en funcionamiento la bomba, dejando pasar alrededor de 2 minutos para que el sistema entre en régimen.
5. Para distintos caudales, que se lograrán modificando el grado de apertura de la válvula (ver Anexo 14):
 - a) Medir el caudal utilizando el vertedero de aforos: tomar lectura d en la escala de medición ubicada en el canal de aforos. Para más detalle, ver Anexo 14.
 - b) Ubicar la placa S al pie del vertedero. Prestar especial atención a que la placa quede completamente apoyada sobre el fondo del canal y a tope con el pie aguas abajo del vertedero.
 - c) Variando la apertura de la compuerta de restitución, ubicar el resalto en una posición adecuada; verificar que el mismo se encuentra estacionario dejando pasar 2 ó 3 minutos.
 - d) Medir con la regla metálica las profundidades inicial y_1 (al pie del vertedero) y secante y_2 (figura 9.5); prestar especial atención al medir esta última, de modo que esté lo suficientemente alejada del resalto para no verse afectada por las oscilaciones, pero lo suficientemente cercana al mismo para no verse afectada por la fricción.
 - e) Calcular el número de Froude a la entrada

$$\text{Fr}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{Q}{By_1\sqrt{gy_1}}$$

- f) Medir con la cinta métrica la posición x_b del inicio del resalto, desde el pie del vertedero. Tomar como medida el promedio entre los valores mínimo y máximo fluctuantes de x_b .
- g) Los siguientes pasos se repetirán para cada uno de los disipadores disponibles
 - Retirar la placa del canal y reemplazarla por la siguiente placa a ensayar, tomando nota de su denominación. Esperar 2 ó 3 minutos hasta que el resalto vuelva a estabilizarse.
 - Medir con la cinta métrica la posición x_a del inicio del resalto, desde el pie del vertedero. Tomar como medida el promedio entre los valores mínimo y máximo fluctuantes de x_a .

- Calcular el desplazamiento del resalto $L = x_b - x_a$, y el desplazamiento relativo $L_r = \frac{L}{y_2}$.

6. Con la información obtenida llenar las siguientes tablas (una por cada disipador de energía):

Ancho del canal B :

Disipador 2D

N° Obs.	Q	y_1	y_2	Fr_1	x_b	x_a	L	L_r

Disipador 3D

N° Obs.	Q	y_1	y_2	Fr_1	x_b	x_a	L	L_r

Disipador 4D

N° Obs.	Q	y_1	y_2	Fr_1	x_b	x_a	L	L_r

Disipador 2DB

N° Obs.	Q	y_1	y_2	Fr_1	x_b	x_a	L	L_r

Disipador 3DB

N° Obs.	Q	y_1	y_2	$\mathbb{F}r_1$	x_b	x_a	L	L_r

Disipador 4DB

N° Obs.	Q	y_1	y_2	$\mathbb{F}r_1$	x_b	x_a	L	L_r

Al finalizar la experiencia, no olvidar tomar la lectura del nivel del labio del vertedero de aforos (ver Anexo 14).

9.3.6. Resultados

Para cada disipador ensayado,

- Se construirá una curva de L_r en función de $\mathbb{F}r_1$.
- Se ajustará un polinomio, por el método de mínimos cuadrados (ver anexo 12), que permita definir una relación matemática entre L_r y $\mathbb{F}r_1$. El grado de dicho polinomio podrá ser 1 ó 2 (el mismo para todos los disipadores), dependiendo de la tendencia observada en los puntos de las gráficas anteriores.

Se presentará una tabla, conteniendo en filas cada tipo de disipador ensayado, y en columna los coeficientes de regresión obtenidos por el método de mínimos cuadrados. Si es posible, se plantearán conclusiones acerca de la influencia del paso d y de la disposición (rectangular o a tresbolillo) sobre el valor de dichos coeficientes.

Capítulo 10

Flujo impermanente

El flujo impermanente en canales se produce cuando las propiedades hidráulicas en una sección (caudal, velocidad, profundidad de flujo, etc.) cambian a lo largo del tiempo. Los motivos por los cuales el flujo en un canal puede volverse impermanente (o inestacionario) son diversos, entre ellos podemos citar: operación de compuertas, crecidas en ríos o arroyos, variación del caudal turbinado en un canal hidroeléctrico, procesos de marea en estuarios, etc.

En este capítulo se presenta una experiencia que permite estudiar el movimiento de una onda solitaria que se propaga aguas arriba en un canal debido al cierre instantáneo de una compuerta, comparando la celeridad teórica de la onda (velocidad relativa a la del fluido) con la obtenida experimentalmente.

10.1. Traslación de una onda gravitatoria

Objetivo

Estudiar el movimiento de una onda solitaria que se propaga aguas arriba en un canal debido al cierre instantáneo de una compuerta en su extremo aguas abajo, comparando la celeridad teórica de la onda (velocidad relativa a la del fluido) con la obtenida experimentalmente.

Fundamento

Cuando se produce un cambio brusco en el caudal en un canal, por ejemplo al producirse un cierre instantáneo de una compuerta aguas abajo, se genera una sobreelevación del fluido que se propaga aguas arriba manteniendo un frente relativamente abrupto: se trata de una onda gravitatoria (Figura 10.1). Asumiendo las siguientes hipótesis:

- Se desprecian las pérdidas por fricción

- El canal es horizontal ($S_0 = 0$).
- La distribución de presiones a ambos lados del frente de onda es hidrostática.
- La distribución de velocidades es uniforme a ambos lados del frente de onda.
- La onda es una discontinuidad abrupta de longitud despreciable.
- La onda no modifica su forma mientras se propaga a lo largo del canal.
- La superficie libre detrás de la onda se mantiene paralela a la superficie libre delante de la onda.

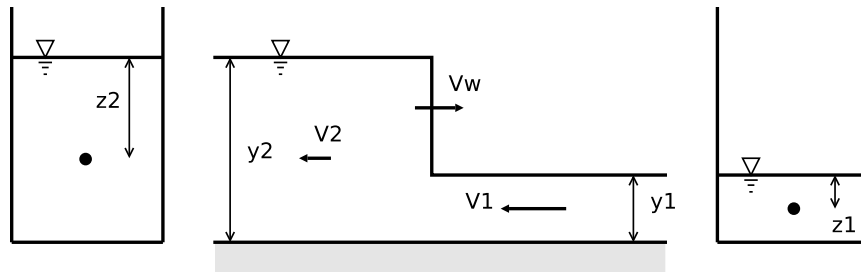


Figura 10.1: Onda gravitatoria

En la figura 10.1, V_1 y V_2 representan las velocidades en las secciones inicial y seciente de la onda, respectivamente; y_1 e y_2 las profundidades inicial y seciente de la onda, respectivamente; z_1 y z_2 la profundidad del baricentro de las secciones inicial y seciente de la onda, respectivamente; y V_w es la velocidad (absoluta) de la onda.

En estas condiciones, es posible demostrar, a partir del panteo de las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento, que la celeridad de la onda $c = V_w - V_1$ (que es la velocidad de la onda relativa al flujo no perturbado) se puede calcular como:

$$c = \sqrt{\frac{gA_2}{A_1(A_2 - A_1)} (A_2 z_2 - A_1 z_1)} \quad (10.1)$$

donde A_1 y A_2 son las áreas de las secciones inicial y seciente a la onda, respectivamente.

En el caso particular de un canal rectangular de ancho B , se cumple que $A = By$, $z = \frac{y}{2}$; reemplazando estas expresiones en la ecuación 10.1 se tiene

$$c = \sqrt{\frac{gy_2}{2y_1} (y_1 + y_2)} \quad (10.2)$$

Materiales

- Canal de Laboratorio. Para una descripción detallada, consultar el Anexo 14.
- Cinta métrica.
- Nivel de burbuja o de albañil.
- Regla metálica.
- Cronómetro.

Procedimiento

El siguiente procedimiento deberá ser realizado por grupos de no menos de 2 operadores.

1. Medir el ancho B del canal con la regla metálica.
2. Nivelar el canal experimental utilizando el nivel de burbuja, apoyándolo en el fondo del mismo y girando el volante hasta ubicarlo en posición horizontal.
3. Definir dos secciones que denominaremos A y B (se puede marcar su posición con una tiza sobre el costado del canal) y medir con la cinta métrica la distancia L que las separa. Como orientación, estas secciones se pueden ubicar en el primer y último quinto de la longitud total del canal.
4. Poner en funcionamiento la bomba, dejando pasar alrededor de 2 minutos para que el sistema entre en régimen.
5. Para distintos caudales, que se lograrán modificando el grado de apertura de la válvula (ver Anexo 14):
 - Medir el caudal utilizando el vertedero de aforos: tomar lectura d en la escala de medición ubicada en el canal de aforos. Para más detalle, ver Anexo 14.
 - Medir la profundidad inicial del flujo y_1 con la regla metálica; si la misma no es constante a lo largo del tramo AB entre secciones, tomar un promedio de las profundidades en estos extremos. Si la varación es superior a 5 mm, modificar el grado de apertura de la compuerta de restitución para reducir esta diferencia.
 - Un operador (1) se ubica a distancia suficiente del canal como para visualizar fácilmente las secciones A y B, con el cronómetro; el otro operador (2) se encarga de maniobrar la compuerta de restitución y de medir la profundidad secuente.

- El operador 2 provoca un cierre instantáneo de la compuerta de restitución; luego mide la profundidad seciente y_2 (con la regla metálica) que se produce detrás de la onda generada.
- Al mismo tiempo, el operador 1 arranca el cronómetro al pasar el frente de onda por la sección A y para el cronómetro al pasar el frente de onda por la sección B, determinando el tiempo Δt de traslado de la onda.
- IMPORTANTE: una vez tomado el tiempo Δt y la profundidad seciente y_2 abrir lentamente la compuerta de restitución para evitar que el canal desborde.
- Calcular la celeridad c_t teórica de la onda con la ecuación 10.2.
- Calcular la velocidad inicial $V_1 = \frac{Q}{By_1}$ del flujo y la velocidad de la onda $V_w = \frac{L}{\Delta t}$. Calcular la celeridad experimental de la onda $c_e = V_w - V_1$.
- Calcular el error porcentual $e\% = \frac{c_e - c_t}{c_e} \cdot 100\%$.

6. Con la información obtenida llenar la siguiente tabla:

Ancho del canal B :
 Longitud de traslado de onda L :

N° Obs.	Q	y_1	y_2	Δt	c_t	c_e	$e\%$

Al finalizar la experiencia, no olvidar tomar la lectura del nivel del labio del vertedero de aforos (ver Anexo 14).

Resultados

Se presentarán las diferencias porcentuales entre las celeridades teórica c_t y experimental c_e , planteando las posibles causas de estas diferencias.

Parte IV

Anexos

Capítulo 11

Teoría de Errores

En este Anexo se describe la forma correcta de presentar el resultado de una medición experimental, y la forma de cuantificar el error de dicha medición.

11.1. Reglas para expresar una medida y su error

Toda medida debe de ir seguida por la unidad, obligatoriamente del Sistema Internacional de Unidades de medida.

Cuando un físico mide algo debe tener gran cuidado para no producir una perturbación en el sistema que está bajo observación. Por ejemplo, cuando medimos la temperatura de un cuerpo, lo ponemos en contacto con un termómetro. Pero cuando los ponemos juntos, algo de energía o *calor* se intercambia entre el cuerpo y el termómetro, dando como resultado un pequeño cambio en la temperatura del cuerpo que deseamos medir. Así, el instrumento de medida afecta de algún modo a la cantidad que deseábamos medir.

Además, todas las medidas está afectadas en algún grado por un error experimental debido a las imperfecciones inevitables del instrumento de medida, o las limitaciones impuestas por nuestros sentidos que deben de registrar la información.

1. Todo resultado experimental o medida hecha en el laboratorio debe de ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación, las unidades empleadas.
 - Por ejemplo, al medir una cierta distancia hemos obtenido 297 ± 2 mm. De este modo, entendemos que la medida de dicha magnitud está en alguna parte entre 295 mm y 299 mm. En realidad, la expresión anterior no significa que se está seguro de que el valor verdadero esté entre los límites indicados, sino que hay cierta probabilidad de que esté ahí.

- Una medida de una velocidad expresada de la forma $6051,78 \pm 30 \frac{m}{s}$ es completamente ridícula, ya que la cifra de las decenas puede ser tan pequeña como 2 o tan grande como 8. Las cifras que vienen a continuación 1, 7 y 8 carecen de significado y deben de ser redondeadas. La expresión correcta es $6050 \pm 30 \frac{m}{s}$.
 - Una medida de 92,81 con un error de 0,3, se expresa $92,8 \pm 0,3$. Con un error de 3, se expresa 93 ± 3 . Con un error de 30 se expresa 90 ± 30 .
- 2. Los errores se deben dar solamente con una única cifra significativa. Únicamente, en casos excepcionales, se pueden dar una cifra y media (la segunda cifra 5 ó 0).
- 3. La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, expresados en las mismas unidades, deben de corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas).
 - Expresiones incorrectas por la regla 2
 - 24567 ± 2928 m
 - $23,463 \pm 0,165$ cm
 - $345,20 \pm 3,10$ mm
 - Expresiones incorrectas por la regla 3.
 - 24567 ± 3000 cm
 - $43 \pm 0,06$ m
 - $345,2 \pm 3$ m
 - Expresiones correctas
 - 24000 ± 3000 m
 - $23,5 \pm 0,2$ cm
 - 345 ± 3 m
 - $43,00 \pm 0,06$ m

11.2. Medidas directas

Un experimentador que haga la misma medida varias veces no obtendrá, en general, el mismo resultado, no sólo por causas imponderables como variaciones imprevistas de las condiciones de medida: temperatura, presión, humedad, etc., sino también, por las variaciones en las condiciones de observación del experimentador.

Si al tratar de determinar una magnitud por medida directa realizamos varias medidas con el fin de corregir los errores aleatorios, los resultados obtenidos son x_1, x_2, \dots, x_n se adopta como mejor estimación del valor verdadero, el valor medio \bar{x} , que viene dado por

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

El valor medio, se aproximará tanto más al valor verdadero de la magnitud cuanto mayor sea el número de medidas, ya que los errores aleatorios de cada medida se van compensando unos con otros. Sin embargo, en la práctica, no debe pasarse de un cierto número de medidas. En general, es suficiente con 10, e incluso podría bastar 4 ó 5.

Cuando la sensibilidad del método o de los aparatos utilizados es pequeña comparada con la magnitud de los errores aleatorios, puede ocurrir que la repetición de la medida nos lleve siempre al mismo resultado; en este caso, está claro que el valor medio coincidirá con el valor medido en una sola medida, y no se obtiene nada nuevo en la repetición de la medida y del cálculo del valor medio, por lo que solamente será necesario en este caso hacer una sola medida.

De acuerdo con la teoría de Gauss de los errores, que supone que éstos se producen por causas aleatorias, se toma como la mejor estimación del error, el llamado error cuadrático definido por

$$\Delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

El resultado del experimento se expresa como $\bar{x} \pm \Delta x$ y la unidad de medida

La identificación del error de un valor experimental con el error cuadrático obtenido de n medidas directas consecutivas, solamente es válido en el caso de que el error cuadrático sea mayor que el error instrumental, es decir, que aquél que viene definido por la resolución del aparato de medida.

Es evidente, por ejemplo, tomando el caso más extremo, que si el resultado de las n medidas ha sido el mismo, el error cuadrático, de acuerdo con la fórmula será cero, pero eso no quiere decir que el error de la medida sea nulo. Sino, que el error instrumental es tan grande, que no permite observar diferencias entre las diferentes medidas, y por tanto, el error instrumental será el error de la medida.

Ejemplos:

- Si al hacer una medida de la intensidad con un amperímetro cuya división o cifra significativa más pequeña es 0,01 A, la lectura es 0,64 A, y esta lectura es constante (no se observan variaciones al medir en

diferentes instantes), tomaremos 0,64 A como el valor de la medida y 0,01 A como su error. La medida se expresará así

$$0,64 \pm 0,01 \text{ A}$$

- Supongamos que hemos medido un determinado tiempo, t , cuatro veces, y disponemos de un cronómetro que permite conocer hasta las décimas de segundo. Los resultados han sido: 6,3, 6,2, 6,4 y 6,2 s. De acuerdo a lo dicho anteriormente, tomaremos como valor medido el valor medio:

$$\bar{x} = \frac{6,3 + 6,2 + 6,4 + 6,2}{4} = 6,275 \text{ s}$$

El error cuadrático será

$$\begin{aligned} \Delta t &= \sqrt{\frac{(6,3 - 6,275)^2 + (6,2 - 6,275)^2 + (6,4 - 6,275)^2 + (6,2 - 6,275)^2}{4 \cdot 3}} \\ &= 0,04787 \end{aligned}$$

Este error se expresa con una sola cifra significativa, (regla 2), $\Delta t = 0,05$ s. Pero el error cuadrático es menor que el error instrumental, que es 0,1 s, por lo que debemos tomar este último como el error de la medida, y redondear en consecuencia el valor medio, (regla 3) por lo que el resultado final de la medida es

$$t = 6,3 \pm 0,1 \text{ s}$$

- Consideremos un ejemplo similar al anterior, pero en que los valores obtenidos para el tiempo están más dispersos: 5,5, 5,7, 6,2 y 6,5 s. Se encuentra que el valor medio es 5,975, y el error cuadrático 0,2286737. El error cuadrático es en esta caso mayor que el error instrumental, por lo que debemos tomarlo como el error de la medida. Siguiendo la regla 2, lo debemos redondear a 0,2 (una sola cifra significativa). Y de acuerdo con la regla 3 (la medida y el error con el mismo número de decimales), expresamos la medida finalmente como

$$t = 6,0 \pm 0,2 \text{ s}$$

11.3. Error absoluto y error relativo

Los errores de los que hemos estado hablando hasta ahora son los errores absolutos. El error relativo se define como el cociente entre el error absoluto y el valor medio. Es decir

$$e = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

donde \bar{x} se toma en valor absoluto, de forma que e es siempre positivo.

El error relativo es un índice de la precisión de la medida. Es normal que la medida directa o indirecta de una magnitud física con aparatos convencionales tenga un error relativo del orden del uno por ciento o mayor. Errores relativos menores son posibles, pero no son normales en un laboratorio educativo.

Capítulo 12

El método de mínimos cuadrados

Debido a su amplio uso en las Ciencias Experimentales, en este Anexo se describen los fundamentos del método de mínimos cuadrados, y su aplicación a la regresión polinomial.

12.1. Ajuste de curvas

Dado un conjunto de pares ordenados $(x_i; y_i)$ se pretende obtener la expresión analítica de una función polinómica que produzca, en algún sentido, el mejor ajuste posible sobre ese conjunto de datos (figura 12.1).

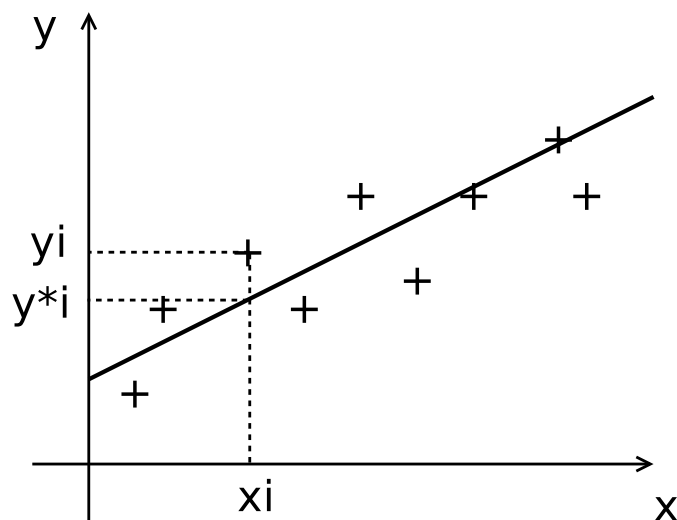


Figura 12.1: Ajuste lineal

12.2. Regresión lineal

Si asumimos que los datos tienen una tendencia lineal (figura 12.1) entonces es posible representarlos a través de una ecuación de la forma

$$y^* = a_1x + a_0 \quad (12.1)$$

donde a_1 y a_0 son los parámetros del modelo lineal, incógnitas del problema.

Siendo un ajuste y no una interpolación, la ecuación 12.1 evaluada en un punto dato x_i devolverá un valor y^*_i que, en general, será distinto del dato y_i , por tanto podemos definir el error del ajuste como:

$$e_i = y_i - y^*_i = y_i - a_1x_i - a_0 \quad (12.2)$$

Una medida de la bondad del ajuste logrado es la *suma de los cuadrados de los errores* $\sum e_i^2$, ya que posee algunas características deseables:

- los términos son siempre no negativos, por lo tanto en la suma no se compensan entre ellos.
- se amplifican los errores más importantes

Se pretende que los parámetros a_1 y a_0 sean tales que esta suma sea mínima, es decir:

$$\frac{\partial}{\partial a_1} \sum_{i=1}^n e_i^2 = 0 \quad (12.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_0} \sum_{i=1}^n e_i^2 = 0 \quad (12.4)$$

Reemplazando la ecuación 12.2 en las ecuaciones 12.3, distribuyendo y derivando, se tiene finalmente:

$$a_0 \cdot n + a_1 \sum x_i = \sum y_i \quad (12.5)$$

$$a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i \quad (12.6)$$

que son las denominadas *ecuaciones normales* del método de Mínimos Cuadrados.

12.3. Regresión polinomial

En general, se demuestra que para ajustar un polinomio de grado n $y^* = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ a un conjunto de m puntos $(x_i; y_i)$, las ecuaciones normales deducidas en forma similar al caso lineal, se escriben como:

$$\begin{pmatrix} m & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^n \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum x_i^n & \sum x_i^{n+1} & \sum x_i^{n+2} & \dots & \sum x_i^{2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \dots \\ \sum x_i^n y_i \end{pmatrix} \quad (12.7)$$

Por ejemplo, en el caso de pretender ajustar una función cuadrática $y^* = a_0 + a_1x + a_2x^2$ ($n = 2$), las ecuaciones normales quedan de la forma:

$$\begin{pmatrix} m & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{pmatrix} \quad (12.8)$$

12.4. Formas incompletas

En el caso en el que de antemano se conozca el valor de alguno de los coeficientes polinomiales, las ecuaciones normales anteriores (ecuación 12.7) deben rearmarse de acuerdo a los siguientes criterios:

1. se debe eliminar la ecuación correspondiente a la incógnita que desaparece
2. de debe eliminar la columna de la matriz de coeficientes correspondientes a la incógnita que desaparece

Por ejemplo, en el caso en que se deba ajustar una función lineal sin término independiente, de la forma $y^* = a_1x$, entonces de las ecuaciones 12.5 se elimina la primera, y de la segunda el primer término, con lo cual, despejando,

$$a_1 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \quad (12.9)$$

Otro ejemplo. Supongamos que debemos ajustar una función cuadrática sin término lineal $y^* = a_0 + a_2x^2$ ($a_1 = 0$), entonces de las ecuaciones 12.10 se debe eliminar la segunda, y de las dos restantes eliminar el segundo término del miembro izquierdo, con lo cual el sistema se reduce a:

$$\begin{pmatrix} m & \sum x_i^2 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{pmatrix} \quad (12.10)$$

Capítulo 13

Uso del calibre o vernier

Se describe a continuación el uso del calibre o pie de rey, instrumento que permite aumentar considerablemente la precisión de las mediciones de longitudes en el Laboratorio, haciendo uso del nonio o vernier.

13.1. Objeto

Medición de longitudes o ángulos menores que el valor de la menor división de una escala graduada.

13.2. Construcción

Consiste en una pequeña reglilla que se desliza junto a la escala graduada (ver figura 13.1). La longitud del intervalo correspondiente a n divisiones de la escala está dividida en $N = n \pm 1$ partes en el vernier.

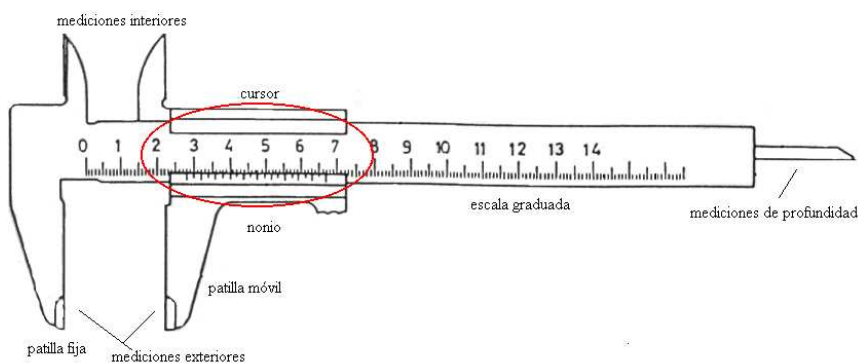


Figura 13.1: Calibre

Nos referiremos al caso más corriente en que $N = n + 1$ (figura 13.2). Si d es el valor de la menor división de la escala y v el de una división del

vernier se tiene:

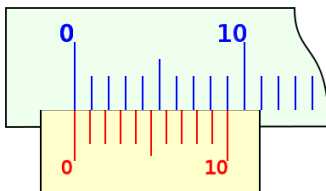


Figura 13.2: Vernier o nonio

$$nd = Nv \quad (13.1)$$

es decir:

$$nd = (n + 1)v \quad (13.2)$$

luego:

$$v = \frac{nd}{n + 1} \quad (13.3)$$

13.3. Aproximación

La aproximación A , o menor magnitud que puede medirse con el vernier, corresponde a la diferencia entre los valores de una división de la escala y una del vernier, o sea:

$$A = d - v \quad (13.4)$$

y teniendo en cuenta la 13.3,

$$A = d - \frac{n}{n + 1}d = \left(1 - \frac{n}{n + 1}\right)d \quad (13.5)$$

o sea,

$$A = \frac{d}{n + 1} \quad (13.6)$$

es decir,

$$A = \frac{d}{N} \quad (13.7)$$

Luego: la aproximación del vernier es igual al cociente del valor de la división más pequeña de la escala por el *número total* de divisiones del vernier.

Ejemplos:

- Regla dividida en milímetros; vernier de 10 divisiones;

$$A = \frac{d}{N} = \frac{1}{10}$$

mm

- Regla dividida en 0,5 mm; vernier de 50 divisiones;

$$A = \frac{d}{N} = \frac{0,5}{50} \text{ mm} = \frac{1}{100} \text{ mm} = 0,01 \text{ mm}$$

Cabe destacar que los calibres de calidad poseen grabada en su propio cuerpo, la apreciación o aproximación del instrumento.

13.4. Lecturas en el calibre

Con el calibre es posible medir tanto medidas interiores (como diámetros internos, por ejemplo) como exteriores, e incluso profundidades (ver figura 13.1). Para ello, se debe deslizar la regla móvil (vernier o nonio) sobre la fija, hasta cerrar las patas del calibre sobre el objeto a medir. Entonces, se busca la coincidencia (única) entre las marcas de ambas escalas, como en la figura 13.3:

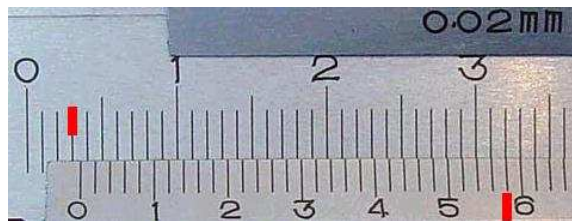


Figura 13.3: Lectura en el calibre

sabiendo que la apreciación del instrumento es 0,02 mm, entonces la lectura en la escala de la figura 13.3 es 3,58 mm.

Capítulo 14

Canal experimental

A continuación se describe el funcionamiento del Canal Experimental disponible en el Laboratorio, sus partes componentes, y el modo de operación del mismo.

14.1. Introducción

Dispositivo de enseñanza constituido por dos elementos básicos como son el banco de recirculación y el canal propiamente dicho alimentado por intermedio de una bomba centrífuga sumergible de corriente alterna monofásica que asegura la recirculación del agua (Figura 14.1). El canal tiene una longitud de 250 cm, con un ancho de 7,5 cm y con soportes que facilitan el cambio de pendiente del mismo contando con dos cámaras, una de ingreso (cámara de carga) y otra de salida (cámara de descarga). El banco de recirculación consta con un dispositivo de aforo volumétrico y un sector destinado a realizar experiencias de vertederos de pared delgada.

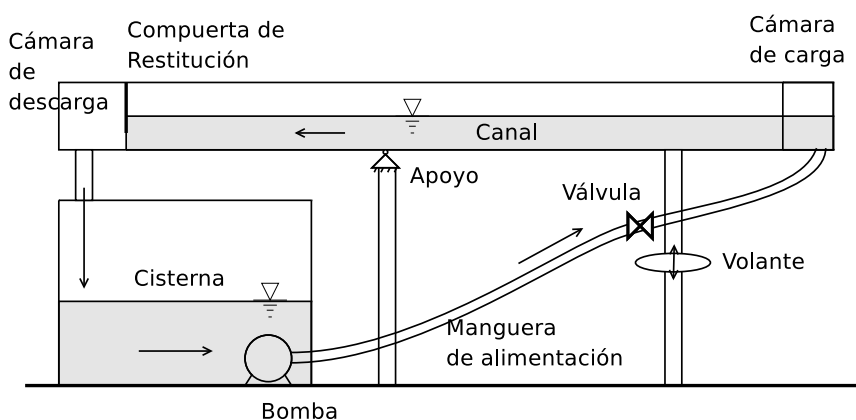


Figura 14.1: Canal Experimental

14.2. Funcionamiento

El volumen de agua disponible (del orden de los 100 l) se encuentra almacenado en la cisterna (ver figura 14.1), en donde se halla también una electrobomba sumergible. Ésta, al entrar en funcionamiento, impulsa el agua a través de la manguera de alimentación hasta la cámara de carga del canal; el agua fluye a través de este último, pasando por la compuerta de restitución hasta la cámara de descarga, donde vierte en el canal de aforos, pasando por el vertedero de aforos y retornando a la cisterna, cerrando así el circuito.

El caudal del sistema puede regularse utilizando la válvula ubicada sobre la manguera de alimentación. Esta válvula, del tipo guillotina, permite regular el caudal entre 0 y 2 l/s aproximadamente. Desde la máxima apertura, las primeras 5 vueltas no tienen prácticamente efecto en la disminución del caudal; a partir de la quinta vuelta, el caudal decae cuadráticamente con el número de vueltas, cerrándose por completo la válvula en aproximadamente 8,5 vueltas (figura 14.2). Es posible modificar la pendiente del canal girando

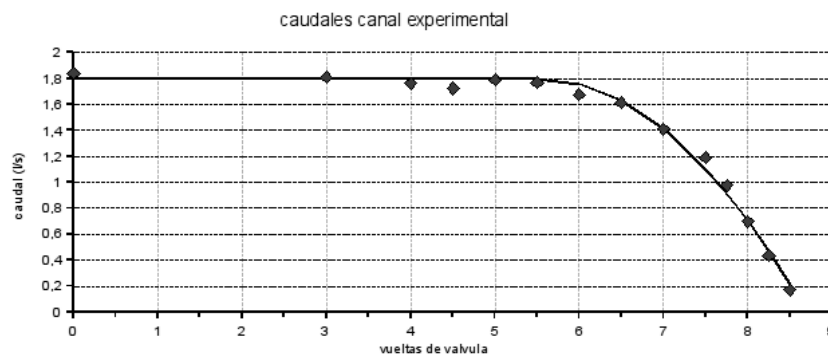


Figura 14.2: Caudales aproximados en función del número de vueltas de la válvula

el volante, lo que provoca que el canal gire alrededor del apoyo (Figura 14.1). Esta pendiente puede llegar hasta el 3%, e incluso puede volverse negativa (pendiente adversa). La pendiente del canal debe ser medida utilizando un nivel (altímetro).

14.3. Medición del caudal

Si bien por medio de la válvula es posible acercarse al caudal deseado, la forma correcta de medirlo es haciendo uso de los vertederos de aforo. Estos vertederos (uno rectangular y otro triangular) se disponen al final del canal de aforos (sobre la cisterna) y han sido calibrados utilizando un dispositivo de aforo volumétrico que la propia cisterna dispone.

En las figuras 14.3 y 14.4 se muestran las curvas de calibración de los dos vertederos mencionados, junto con las ecuaciones y parámetros ajustados. Se recomienda utilizar el vertedero triangular para caudales menores a 1,5 l/s, y el rectangular para caudales mayores a 1,0 l/s. En ambos casos H representa

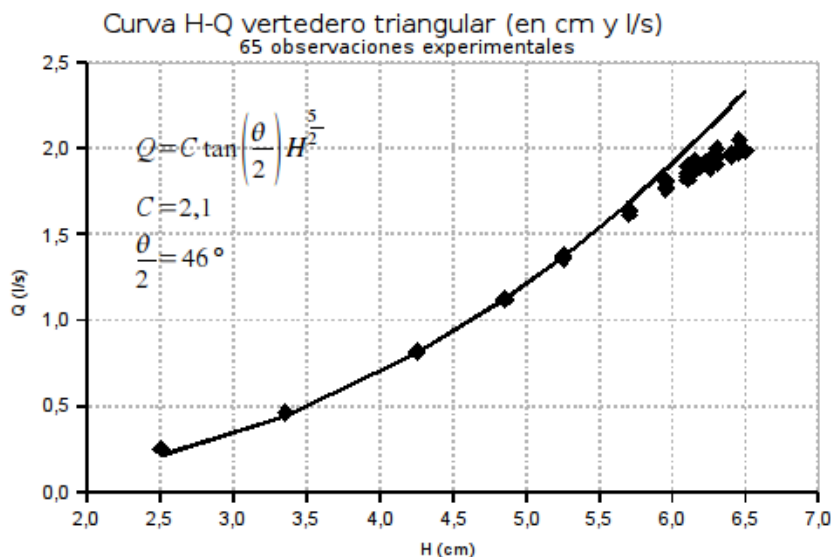


Figura 14.3: Curva H-Q del vertedero triangular de aforo

la carga sobre el labio del vertedero, que se obtiene como diferencia entre el nivel registrado en la escala de lectura en condiciones de funcionamiento y el nivel medido en la misma regla en condiciones estáticas (una vez apagada la bomba, esperar a que cese de fluir agua sobre el vertedero).

Para facilitar la lectura, debe colocarse aguas arriba de la escala de lectura una pantalla aquietadora. Ver figura 14.5.

14.4. Accesorios

El canal dispone de diversos accesorios, que se utilizan en varios experimentos. Entre estos accesorios se cuentan:

- Vertederos de pared gruesa
- Vertedero de pared delgada
- Compuerta de fondo
- Disipadores de energía
- Vertedero de demostración de lámina aireada y no aireada

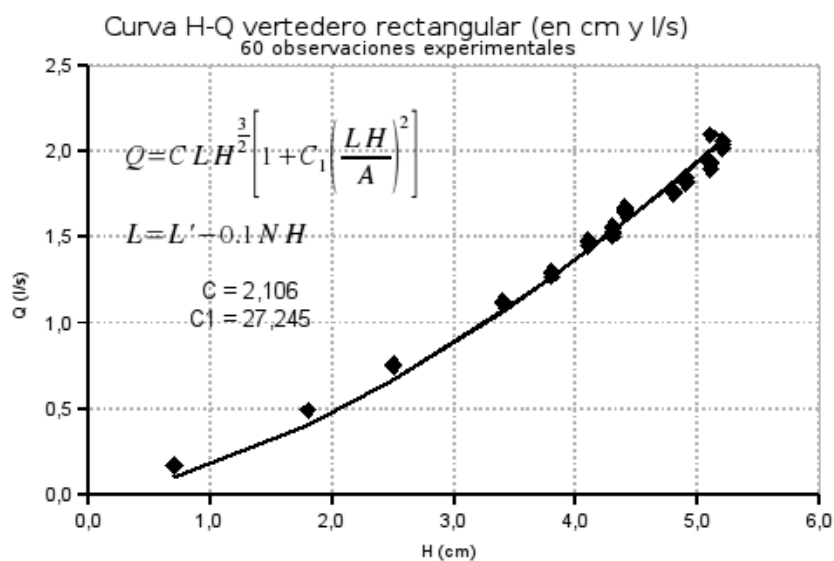


Figura 14.4: Curva H-Q del vertedero rectangular de aforo

14.5. Recomendaciones generales

- Cada vez que se pretenda modificar el caudal, accionando la válvula, se debe esperar que el sistema entre nuevamente en régimen. Esto puede demorar entre 2 y 3 minutos.
- Es conveniente realizar las mediciones de caudales y una vez finalizada la experiencia medir en la escala el nivel del labio de vertedero, apagando la bomba y esperando hasta que no fluya más agua sobre el mismo. Tener en cuenta que la junta de goma que cierra el vertedero no es estanca, por lo cual no hay que dejar pasar demasiado tiempo para tomar la lectura.
- De retirarse elementos que provoquen un embalsamiento de las aguas del canal (como vertederos o compuertas, por ejemplo), realizar la extracción de forma lenta, de modo de no provocar el desborde del canal de aforos.

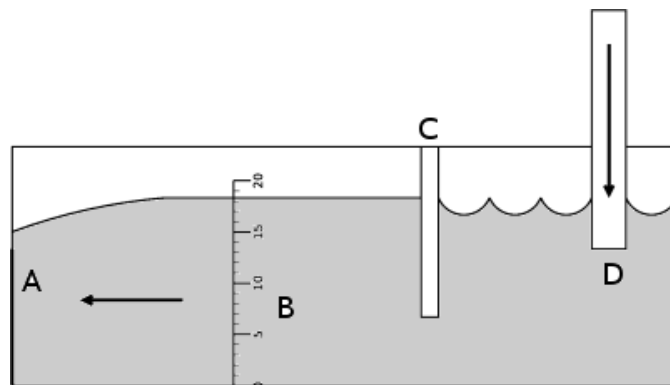


Figura 14.5: Canal de aforo. A: vertedero de aforo - B: escala de lectura - C: pantalla aquietadora - D: manguera de descarga

Capítulo 15

Sistema de tuberías

A continuación se describe el funcionamiento del Sistema de Tuberías disponible en el Laboratorio, sus partes componentes, y el modo de operación del mismo.

15.1. Introducción

Dispositivo de enseñanza constituido por un circuito cerrado de recirculación, cuyas partes principales son (ver figura 15.1):

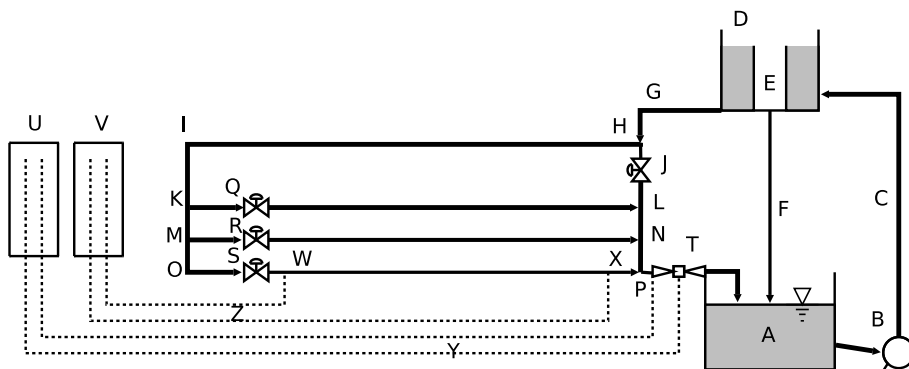


Figura 15.1: Sistema de tuberías

- Cisterna (A). Tanque destinado a acumular inicialmente el agua que se recirculará en la experiencia. Debe ser llenado de modo tal de asegurar en todo momento la sumergencia de la tubería de aspiración de la bomba B.
- Bomba centrífuga (B). Es de alimentación trifásica.
- Cañería de impulsión (C), de 1.5 pulgadas de diámetro. Alimenta el tanque de carga.

- Tanque de carga (D). Tiene como finalidad alimentar el sistema de tuberías con una carga constante a través de la tubería G, para lo cual posee un desborde interior E por el cual el agua sobrante del bombeo retorna a la cisterna por la tubería F.
- Tuberías de ensayo. Corresponden, en la figura 15.1 a los tramos HI, KL, MN y OP. Los tramos HI, MN y OP (de diámetro interior nominal 1, 3/4 y 1/2 de pulgada respectivamente) poseen en sus extremos tomas piezométricas (W y X) para la medición de la carga mediante el uso de manómetros diferenciales (V). El tramo KL (de 1 pulgada de diámetro interior nominal) posee una serie de singularidades, entre las que se pueden citar:
 - Codos a 90°.
 - Reducciones.
 - Válvulas.
 - Un banco de prueba intercambiable que permite estudiar cualquier dispositivo acoplable al sistema (un medidor domiciliario, por ejemplo).

En cada una de estas singularidades se dispone de tomas piezométricas que permiten medir las pérdidas de carga localizadas. Los tramos KL, MN y OP poseen, aguas arriba, válvulas esféricas (Q, R y S) que permiten regular el caudal que fluye a través de ellas e indirectamente, el del tramo HI.

- Válvula de by-pass (J). Su uso conjunto con las válvulas Q, R y S permite cortocircuitar el flujo evitando que el agua fluya por las tuberías de ensayo. Su uso está pensado para una situación de emergencia.
- Dispositivo de aforo (T). Consiste en una reducción del diámetro de la tubería simulando el efecto Venturi, es decir, provocando una caída en la carga piezométrica debido a la aceleración del flujo en la reducción. Esta variación de carga se registra en un manómetro diferencial (U).

15.2. Funcionamiento

Antes de poner en funcionamiento el sistema, llenar la cisterna de modo que el nivel de agua quede unos 10 cm por debajo de la descarga de la tubería de retorno F. Este volumen (del orden de 400 l) asegura la completa sumergencia de la tubería de aspiración de la bomba centrífuga.

Si bien la bomba posee en su entrada una válvula esférica de regulación, se recomienda no utilizarla ya que por un lado, esta válvula no permite controlar el caudal circulante en las tuberías, y por otro, un grado de apertura incorrecto podría provocar el desborde del tanque de carga D.

El caudal circulante por cada tubería puede regularse utilizando la válvula que se encuentra aguas arriba del mismo, y cerrando simultáneamente las restantes válvulas. Si, por ejemplo, si se desea regular el caudal que circula en la tubería de 1/2 pulgada, se deberá fijar la posición de la válvula S en la apertura deseada y luego cerrar completamente las válvulas Q y R.

En el caso de la tubería de 1 pulgada (tramo HI) el caudal circulante puede ser modificado variando la apertura individual o simultánea de las válvulas Q, R y S.

En todos los casos, debe verificarse al inicio de la experiencia, que la válvula del by-pass J esté cerrada completamente.

Una vez arrancada la bomba, el sistema tarda alrededor de 5 minutos en entrar en régimen. Es posible detectar que se lo ha alcanzado verificando que la tubería de retorno F comience a funcionar, vertiendo el exceso de bombeo a la cisterna. A partir de ese momento es posible medir cargas piezométricas y caudales en el sistema. Un cambio de apertura de las válvulas Q, R y S provocará también un transitorio que se resolverá en un plazo mucho más corto (alrededor de 1 minuto).

15.3. Medición del caudal

El sistema posee un dispositivo de medición de caudal, basado en el efecto Venturi, de suficiente precisión para el desarrollo de los experimentos didácticos para los cuales ha sido pensado.

15.3.1. Fundamento

Consiste en una reducción del diámetro de la tubería desde una sección C a una D (figura 15.2) que provoca un cambio en la carga piezométrica h_C a h_D .

Es posible plantear la ecuación de Bernoulli entre estas dos secciones como:

$$z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} = z_D + \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + h_{CD} \quad (15.1)$$

donde z representa la cota del eje de la tubería; p es la presión, γ el peso específico del fluido, V la velocidad media del flujo en la sección, g la aceleración de la gravedad y h_{CD} la pérdida de carga entre las secciones C y D. Los subíndices hacen referencia a las secciones respectivas.

Siendo la tubería horizontal, $z_C = z_D$; además se puede asumir, de acuerdo con la evidencia experimental, que la pérdida de carga viene dada por:

$$h_{CD} = k \left(\frac{V_D^2}{2g} - \frac{V_C^2}{2g} \right) \quad (15.2)$$

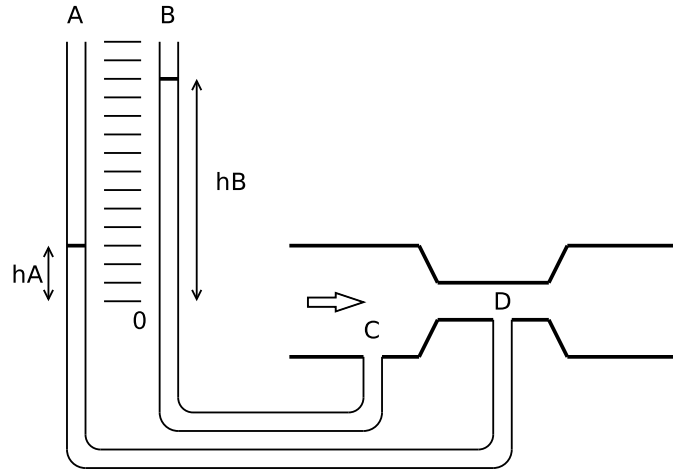


Figura 15.2: Dispositivo de aforo

reemplazando estas expresiones en la ecuación 15.1, y reordenando, se tiene:

$$\frac{p_C}{\gamma} - \frac{p_D}{\gamma} = (1+k) \frac{V_D^2}{2g} - (1+k) \frac{V_C^2}{2g} \quad (15.3)$$

Por otro lado, siendo el caudal constante, puede escribirse $V_C A_C = V_D A_D$, que puede reescribirse como

$$V_C = \frac{A_D}{A_C} V_D \quad (15.4)$$

Reemplazando la ecuación 15.4 en la 15.3, haciendo $\Delta h = h_B - h_A = \frac{p_C}{\gamma} - \frac{p_D}{\gamma}$ y despejando V_D , se tiene

$$V_D = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{(1+k) \left(1 - \frac{A_D^2}{A_C^2}\right)}} \quad (15.5)$$

multiplicando miembro a miembro por A_D ,

$$Q = A_D \sqrt{\frac{2g\Delta h}{(1+k) \left(1 - \frac{A_D^2}{A_C^2}\right)}} \quad (15.6)$$

asumiendo que A_C , A_D y k son constantes para un determinado aparato, es posible definir la constante C_d como

$$C_d = \frac{A_D}{\sqrt{(1+k) \left(1 - \frac{A_D^2}{A_C^2}\right)}} \quad (15.7)$$

reemplazando la expresión 15.7 en la 15.6, se obtiene finalmente la ecuación del instrumento

$$Q = C_d \sqrt{2g\Delta h} \quad (15.8)$$

15.3.2. Uso

Las tomas piezométricas del dispositivo de aforo se hallan conectadas, a través de mangueras flexibles, a las ramas A y B de un manómetro diferencial (ver figura 15.3). Estas consisten en tubos de vidrio unidas en su parte superior con un robinete C que permite la entrada o salida de aire. Este robinete se conecta a una manguera flexible D que permite succionar el aire contenido en el manómetro.

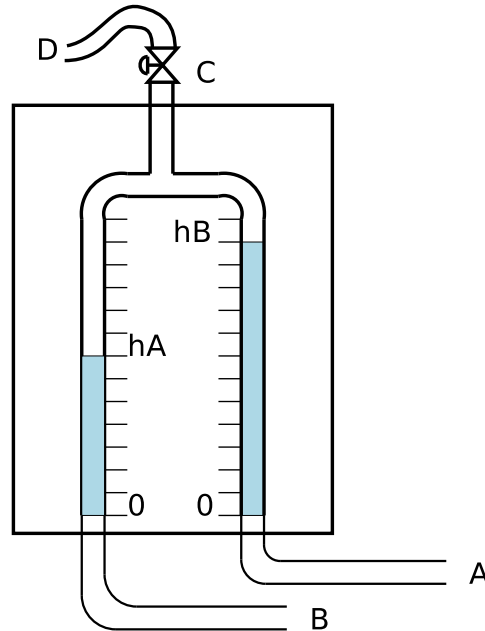


Figura 15.3: Manómetro diferencial

Una vez puesto en régimen el sistema, se elevarán los niveles en las ramas del manómetro succionando el aire por medio del flexible D (debe estar abierto el robinete C) y una vez alcanzada una altura adecuada para la lectura, cerrar el robinete C. En este momento se toman las lecturas h_A y h_B en las ramas del manómetro.

Debido a que el diámetro de los tubos de vidrio no se mantiene constante, debe realizarse una corrección a las lecturas h_A y h_B por efecto del ascenso capilar diferenciado. Para esta corrección, se utilizan los valores de la siguiente tabla.

Lectura A	Corrección	Lectura B	Corrección
5,0	0,0	5,3	0,3
10,2	0,2	10,7	0,7
15,3	0,3	15,5	0,5
20,2	0,2	20,5	0,5
25,7	0,7	26,0	1,0
30,2	0,2	30,7	0,7
35,5	0,5	35,8	0,8
40,3	0,3	40,8	0,8
45,7	0,7	45,9	0,9
50,4	0,4	50,5	0,5
55,2	0,2	55,5	0,5
60,3	0,3	60,4	0,4
65,4	0,4	65,7	0,7
70,0	0,0	70,2	0,2
75,1	0,1	75,3	0,3
80,2	0,2	80,4	0,4
85,6	0,6	85,4	0,4
90,5	0,5	89,8	-0,2
92,1	-2,9	93,0	-2,0

En esta se muestran los errores en las lecturas en las ramas A y B (en cm) para diferentes lecturas en cada rama. Para una lectura cualquiera, el valor del error se puede obtener por interpolación lineal. Los errores así obtenidos deben ser *restados* a las lecturas correspondientes.

Una vez corregidas las lecturas h_A y h_B , se calcula $\Delta h = h_A - h_B$, y este valor se reemplaza en la ecuación 15.8 para calcular el caudal Q , teniendo presente que para este dispositivo, $C_d = 0,1071$.

En la figura 15.4 puede verse la curva de calibración del dispositivo de aforos descrito.

15.4. Medición de las pérdidas de carga

En la medición de las pérdidas de carga, tanto sean por fricción como localizadas, se sigue un procedimiento similar al descrito en el párrafo anterior.

- Se conectan las mangueras flexibles a las tomas piezométricas por un lado, y a las ramas de un manómetro diferencial (figura 15.3) por otro.
- Se pone en régimen el sistema, y se registra la pérdida de carga Δh en el manómetro. Para ello, será necesario elevar el nivel del agua en el mismo mediante succión del flexible D y cierre del robinete C.

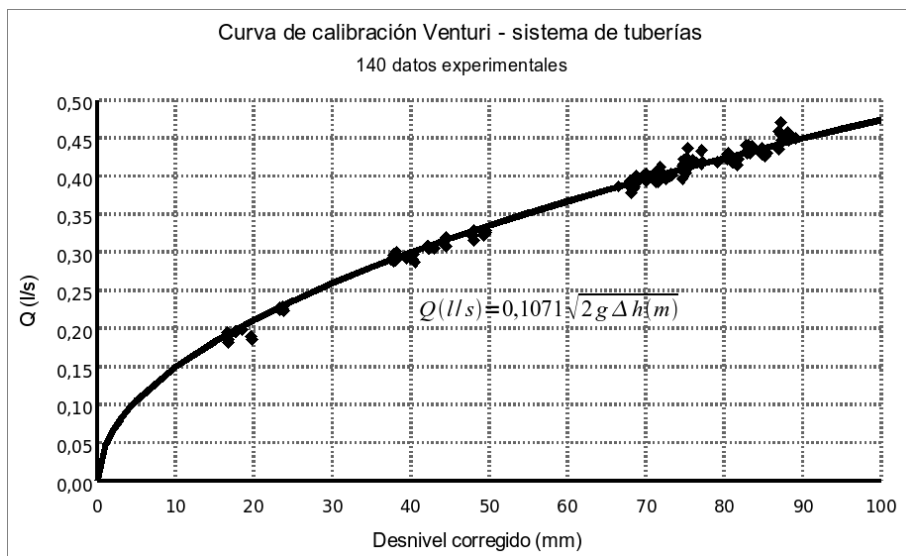


Figura 15.4: Curva de calibración dispositivo de aforos

- Debido a la reducida longitud de los manómetros utilizados, no es necesario realizar correcciones por capilaridad a las observaciones.

15.5. Recomendaciones generales

- Verificar con mucho cuidado que las mangueras flexibles conectadas a las tomas piezométricas, una vez puesto en régimen el sistema, no contengan aire atrapado, debido a que el mismo distorsiona las observaciones.
- Los robinetes son piezas delicadas construidas en vidrio Pyrex, de gran fragilidad; para operarlos, se debe extremar el cuidado.
- Las tomas piezométricas poseen una tapa consistente en un tornillo con rosca sellada con teflon; tanto para extraerlas como para colocarlas nuevamente, deberá utilizarse un destornillador pequeño, sin ejercer un torque demasiado intenso ya que podrían despegarse de las cañerías.