



## APRENDIENDO COMPLEJOS CON MATHEMATICA

**Mauricio Feresin, Norberto C. Maggi, Héctor D. Martín.**  
Facultad Regional Reconquista, Universidad Tecnológica Nacional.  
Calle N°44 N° 1000 Reconquista, Santa Fe, Argentina.  
grudim@frq.utn.edu.ar; hectordmartin@gmail.com

### Palabras claves.

Mathematica, *Variable*, complejo.

### INTRODUCCIÓN:

*El Análisis de una Función de Variable Compleja presenta un grado de dificultad más elevado que el análisis en una o "n" variables reales, a la hora de analizar el comportamiento de las funciones, debido a la necesidad de trabajar con muchos parámetros variables y por la naturaleza propia de los números complejos.*

*El presente trabajo ha sido desarrollado para mejorar la didáctica en la comprensión de las funciones de variable compleja. En él se muestra la resolución de algunos ejercicios planteados en el Taller de software Mathematica, desarrollados valiéndose de las potencialidades de este software. La tarea se llevó a cabo en el marco de la asignatura Matemática para Ingeniería Electromecánica, que se dicta en tercer año de la carrera Ingeniería Electromecánica.*

*En primer lugar se desarrolla una función que halla y grafica las raíces enésimas de un número complejo y luego se trabaja con funciones complejas y se visualizan los Conjuntos Dominio e Imagen en gráficos interactivos.*

### OBJETIVOS:

Visualizar el comportamiento gráfico de las raíces de números complejos utilizando las potencialidades del software Mathematica en su versión 9.

Visualizar las transformaciones que ocurren en los diferentes Dominios del plano complejo, al aplicarles funciones de variable compleja.

### METODOLOGÍA:

En la Facultad Regional Reconquista los alumnos participamos en los tres primeros años de un Taller de Software Mathematica, en el cual además de aprender a usarlo se plantean diferentes situaciones problemáticas, algunas de ellas problemas extraídos de otras asignaturas de la carrera. En este caso se pensó en mejorar la visualización de conceptos y propiedades en el campo complejo. Se construyeron las funciones y se

aprovecharon las ventajas gráficas y de manipulación de parámetros que poseen las últimas versiones del software mencionado.

## RESULTADOS:

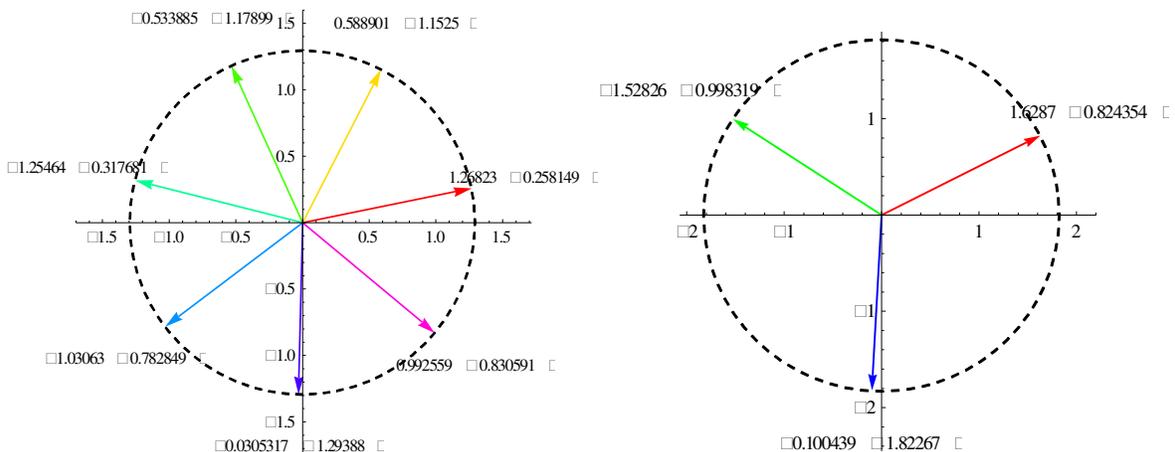
### Ejemplo 1:

Se muestra a continuación una función desarrollada con el software para poder graficar las “n” raíces de un número complejo, que puede ser manipulada paramétricamente para visualizar el comportamiento de las raíces de un número complejo a medida que se modifica el orden o el número complejo.

```

Graficaraices[z_, n_] :=
Graphics[
{Table[
{Hue[ $\frac{k}{n}$ ],
Arrow[
{ {0, 0}, {Re[Table[rk =  $\sqrt[n]{\text{Abs}[z]}$ ] (Cos[ $\frac{\text{Arg}[z] + 2 \text{ Pi } k}{n}$ ] + i Sin[ $\frac{\text{Arg}[z] + 2 \text{ Pi } k}{n}$ ]] // N, {k, 0, n - 1}][[k + 1]]}, Im[Table[rk =  $\sqrt[n]{\text{Abs}[z]}$ ] (Cos[ $\frac{\text{Arg}[z] + 2 \text{ Pi } k}{n}$ ] + i Sin[ $\frac{\text{Arg}[z] + 2 \text{ Pi } k}{n}$ ]] // N, {k, 0, n - 1}][[k + 1]]}}], {k, 0, n - 1}],
Table[Text[r1, {1.3 Re[r1], 1.3 Im[r1]}], {1, 0, n - 1}], {Dashed, Circle[{0, 0}, Abs[r0]}]},
Axes → True, ImageSize → 650]

```

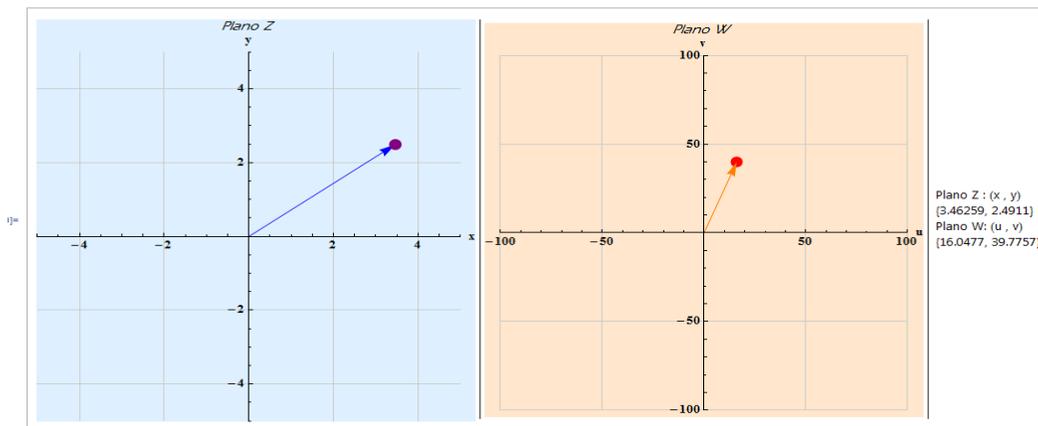


**Figura 1:** Visualización interactiva de las raíces de un número complejo

Ejemplo 2: a partir de la función en variable compleja

$$f[z] = (4 + z)^2 \sin\left[\frac{z}{6}\right]$$

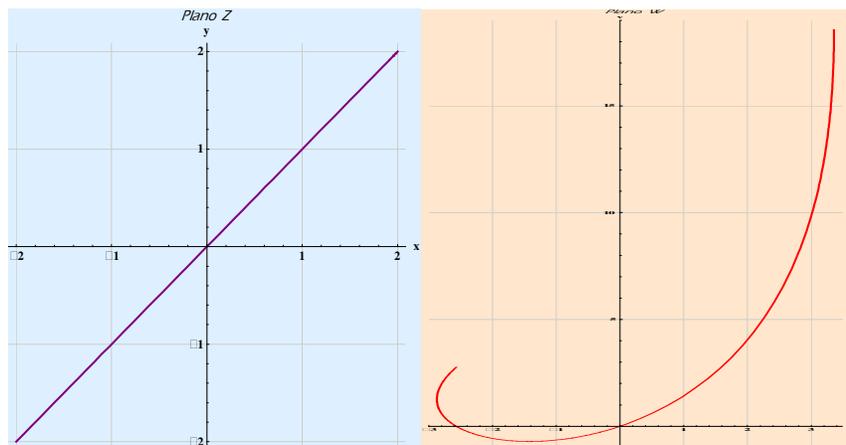
Se realiza la aplicación para un punto del plano complejo, que puede variarse al mover el puntero del mouse, aprovechando las ventajas que nos ofrece este software.



**Figura 2:** Transformación de un punto del plano complejo

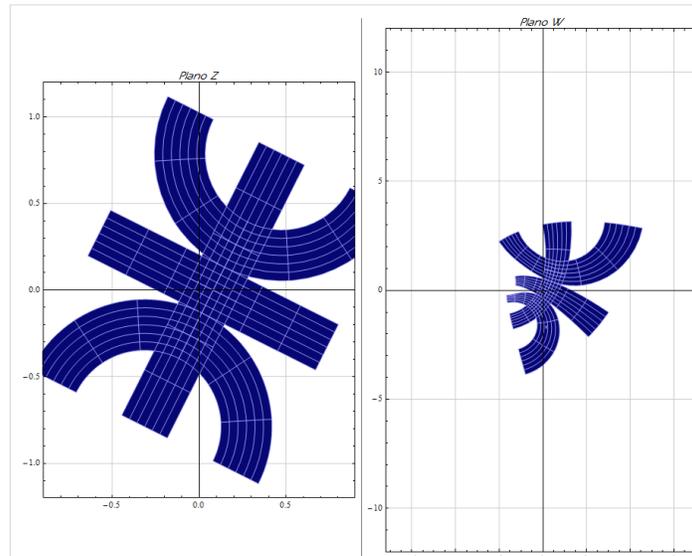
A continuación se realiza la aplicación de una función compleja para una curva, definida paramétricamente:  $r[t] = \{t, t\}$

Obtenemos sus gráficas en el plano complejo “z” y luego su imagen en el plano complejo “w”



**Figura 3:** Transformación de una curva en el plano complejo

Finalmente se trabaja con regiones de diferentes formatos aplicando la misma función compleja. Se muestra a continuación uno de los ejemplos resueltos.



**Figura 4:** Transformación de una región del plano complejo

### CONCLUSIONES:

El software Mathematica posibilita desarrollar múltiples actividades y ejercicios que permiten una comprensión más profunda de las matemáticas, principalmente en las temáticas que requieren de manejo de gráficos y manipulación de muchas variables simultáneamente. El empleo de software posibilita experimentar con diversas tareas dejando de cobrar importancia el grado de complejidad que presenten los cálculos numéricos, para profundizar en la comprensión de conceptos y propiedades.

### AGRADECIMIENTOS:

Agradezco a Ingenieros y docentes de la Facultad Regional Reconquista que han incentivado el avance de estas investigaciones y a quienes hacen posible el desarrollo del Taller de Software Mathematica.

### BIBLIOGRAFÍA:

- [1] Churchill, R. – Brown, J. Variable compleja y Aplicaciones. España – McGraw-Hill. 1992.
- [2] O'NEIL, P. Matemáticas avanzadas para ingeniería. 6ta. Edición. Thomson Learning.2008.