

## Transmitancias de sistemas analógicos realimentados

### Primera parte: Circuitos simples con un solo lazo de realimentación

(actualización del libro "Realimentación en Electrónica", Capítulo 2).

#### 2.1 Introducción

En este capítulo se presenta un método de cálculo de transmitancias de sistemas analógicos realimentados, basados en conceptos relacionados con la circulación de información dentro de los mismos.

Tiene por objeto que el educando comprenda su funcionamiento, lo que permite una mejor interpretación de la forma de trabajo de estos sistemas y que facilita por ende el diseño de tales circuitos.

En la primera parte, con el objeto de una presentación más sencilla para mejor comprensión, se consideran solo cuadripolos simple-entrada/simple-salida, realimentados tanto negativa como positivamente con un único lazo de realimentación o por lo menos, que puedan representarse de esa forma.

Esta es una situación común que se encuentra en electrónica para los circuitos más sencillos.

Sin embargo, actualmente es frecuente utilizar circuitos más complejos con múltiples lazos de realimentación, vías de circulación de señales, etc. En la segunda parte se presenta la forma de análisis de estos casos más complejos.

Se acompaña siempre con problemas de circuitos que ejemplifican el método y desarrollan conceptos aclaratorios útiles para su análisis y utilización. También se muestran algunas ventajas relacionadas con los criterios de diseño de los mismos, basados siempre en los conceptos desarrollados.

Este método tiene su origen en los primeros artículos que sobre el tema presentó Bode en la década del XXX.

#### 2.2 Esquema generalizado de realimentación

Sea el cuadripolo activo simple entrada-simple salida de la figura 2.1 en donde las variables  $x$  e  $y$  representan las señales de entrada y de salida respectivamente.

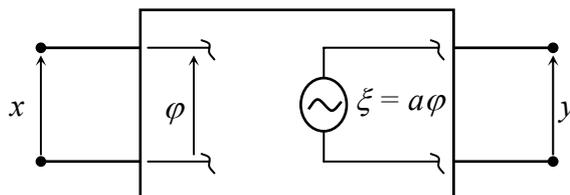


Fig. 2.1: Cuadripolo activo con un generador controlado explicitado.

Obsérvese que tanto la variable de entrada  $x$  como la variable de salida  $y$  pueden tener cualquier dimensión. Por ello, a la relación generalmente más buscada, o sea al cociente *señal de salida / señal de entrada*, se lo conocerá en adelante con el nombre genérico de **Transmitancia**.

Por otra parte, este cuadripolo, por ser activo, deberá tener uno o más generadores controlados de cualquier tipo, y que a los fines del método propuesto de cálculo, interesa explicitar uno cualquiera de ellos, tal que tenga la siguiente propiedad:

Que el flujo mayoritario de circulación de señal, desde la entrada hacia la salida, pase a través del mismo, es decir, el poder de control de la señal está ejercido de alguna manera por este **generador controlado explicitado**.

Si ello se cumple se define:

$\varphi$  = variable de control del generador controlado explicitado  
 $\xi$  = variable controlada del generador controlado explicitado  
 $a$  = factor de control del generador controlado explicitado

tal que:

$$\xi = a \times \varphi \quad (2.1)$$

Como ejemplo, en la figura 2.1 se ha dibujado al *generador controlado explicitado* como si fuera un generador de tensión controlado por tensión. Pero en la práctica, tanto el generador  $\xi$  como su variable de control  $\varphi$  pueden tener cualquier dimensión y se encontrarán en alguna parte dentro del cuadripolo de referencia. En consecuencia  $\varphi$  y  $\xi$  serán variables intermedias dentro del cuadripolo con  $a$  como factor de proporcionalidad **unidireccional** entre ellas.

Además, podrán existir otros caminos de señales que pueden ser:

- desde los bornes de entrada y de salida hacia estas variables intermedias  $\varphi$  y  $\xi$ ,
- como también caminos desde las variables intermedias  $\varphi$  y  $\xi$  hacia los bornes de entrada y de salida.

Planteada esta descripción del cuadripolo de figura (2.1), se desarrollará en lo que sigue un método de análisis del mismo, con la intención de encontrar un particular sistema de ecuaciones que permita una mejor representación para el estudio de los sistemas analógicos realimentados.

Para ello se supone momentáneamente que la variable  $\xi$  es independiente, o sea que no está ligada con la proporcionalidad  $a$  a la variable  $\varphi$ . Si esto se asume, existirán en el cuadripolo dos variables simultáneas e independientes a saber: la de la señal de entrada  $x$  y la del generador  $\xi$  y dos variables dependientes de aquellas que son la intermedia  $\varphi$  y la de salida  $y$ .

Entonces se puede escribir, de acuerdo al teorema de superposición para sistemas lineales:

$$\begin{aligned} y &= b \times \xi + d \times x \\ \varphi &= c \times \xi + e \times x \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde  $b$ ,  $d$ ,  $c$  y  $e$ , serán las expresiones que proporcionan la interrelación entre las distintas variables del cuadripolo para cuando  $\xi$  sea una variable independiente.

Pero si se desea tener la representación matemática completa del cuadripolo, bastará solamente con agregar a la expresión (2.2), la ecuación (2.1).

De esta manera, se obtiene una representación matemática del cuadripolo, formada por tres ecuaciones, en lugar de dos, a saber.

$$\begin{aligned} y &= b \times \xi + d \times x \\ \varphi &= c \times \xi + e \times x \\ \xi &= a \times \varphi \end{aligned} \quad (2.3)$$

Las expresiones (2.3) son en consecuencia una posible representación matemática general del cuadripolo activo, la que se utilizará en adelante para el estudio de sistemas analógicos realimentados.

Basado en las ecuaciones (2.3) anteriores, se puede deducir el **gráfico de flujo de señal** de dicho cuadripolo, tal como se muestra en la figura 2.2.

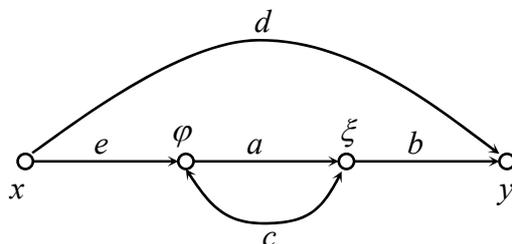


Fig. 2.2: Diagrama de flujo de señales de ecuaciones (2.3).

De las expresiones (2.3) se pueden definir los parámetros de la misma, a saber:

$$d = \left. \frac{y}{x} \right|_{\xi=0} \quad (2.4)$$

conocido como *Transmitancia del camino de fuga*, por ser señal que va desde la entrada hacia la salida y no pasa por el generador controlado explicitado  $\xi$ . Este parámetro puede a veces llegar a influir significativamente en el valor final de la transmitancia.

$$e = \left. \frac{\varphi}{x} \right|_{\xi=0} \quad (2.5)$$

es el aporte de la señal de entrada  $x$  para la variable  $\varphi$ .

$$c = \left. \frac{\varphi}{\xi} \right|_{x=0} \quad (2.6)$$

brinda la cantidad de información que desde la variable controlada  $\xi$  *vuelve* hacia su variable de control  $\varphi$ , (no confundir como la inversa del factor de proporcionalidad  $a$ ). Representa de esta manera al camino de la señal de realimentación del sistema.

$$b = \left. \frac{y}{\xi} \right|_{x=0} \quad (2.7)$$

es el aporte de la variable intermedia  $\xi$  a la señal de salida  $y$ .

Resolviendo el sistema de ecuaciones (2.3) (o utilizando la expresión de la transmitancia de un gráfico de flujo de señal de Mason), se puede obtener la expresión del valor de la señal de salida  $y$  versus la señal de entrada  $x$ , a saber:

$$T = \frac{y}{x} = \frac{e * a * b}{1 - a * c} + d \quad (2.8)$$

o sea el valor de la **transmitancia**  $T$  del cuadripolo de la figura 2.1.

Por otra parte, si se observa el diagrama de flujo de figura 2.1, puede verse claramente que en el cuadripolo pueden distinguirse tres caminos bien distintos de circulación de señal, a saber:

1) El camino directo, que partiendo de la señal de entrada  $x$ , pasa por el generador controlado explicitado  $a$ , y llega a la salida  $y$ . Obsérvese que este camino, conocido como **camino directo** es *unidireccional*. Ello quiere decir que la circulación de la señal va únicamente desde la entrada hacia la salida, ya que la relación inversa  $1/a$  del generador controlado explicitado pierde total sentido físico, pues no puede fluir señal desde la variable  $\xi$  hacia la variable  $\varphi$  a través del mismo.

Obsérvese también que este camino está representado por la vía  $e \rightarrow a \rightarrow b$  en el gráfico de la figura 2.1 y que no es otra cosa que el producto  $e \cdot a \cdot b$  que se encuentra como numerador de la expresión 2.8 de la transmitancia  $T$ . Se lo conoce con el nombre de **Transmitancia del camino directo**  $T_{cd}$ .

2) El camino exterior al generador controlado explicitado que está representado por la vía  $c$  en el gráfico de flujo. Representa el camino de toda señal que desde la salida del generador controlado explicitado  $\xi$  vuelve por fuera del generador controlado hacia atrás del mismo, o sea hacia la variable de control  $\varphi$ . Se lo conoce como el **camino de realimentación** (no confundir con la inversa del factor  $a$  del generador controlado).

Este camino cierra siempre un lazo para la circulación de la señal, representado por el producto  $a \cdot c$  que se lo conoce como **Ganancia del lazo**  $G_L$ . La interpretación física de  $G_L$  se verá en el punto siguiente.

3) El **camino de fuga** representado por la vía  $d$  o sea el camino que permite que señal de entrada  $x$  llegue a la señal de salida  $y$ , sin pasar por el generador controlado explicitado. Por ello al parámetro  $d$  se lo conoce como la **Transmitancia del camino de Fuga**  $T_{cf}$ .

### 2.3 Los conceptos de la Transmitancia del camino directo, de la Ganancia del lazo y de la Transmitancia del camino de fuga

Los tres caminos así definidos en el punto anterior, son los conceptos fundamentales de todo sistema realimentado y permiten interpretar lo que realmente sucede en el proceso de circulación de señales en el cuadripolo de figura 2.1, tal como se verá más adelante.

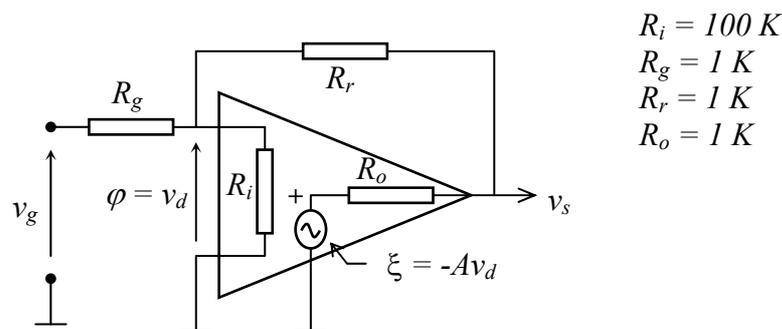


Fig. 2.3: Amplificador inversor.

Con el objeto de comprender claramente el significado de cada uno de ellos, se utilizará como ejemplo el caso práctico del amplificador inversor de la figura 2.3, que utiliza un amplificador operacional no ideal, donde  $R_i$  es la impedancia de entrada de modo diferencial y  $R_o$  la impedancia de salida del mismo. Los valores indicados en el circuito son solo a los efectos de esta presentación.

Para comenzar con el análisis de este problema, tal como se indicó en el punto 2.2, primero se debe elegir un **generador controlado explicitado** que cumpla con la condición necesaria de que *el flujo mayoritario de circulación de señal, desde la entrada hacia la salida, pase a través del mismo, es decir, que el poder de control de la señal está ejercido efectivamente por este generador controlado explicitado.*

Si se adopta al generador controlado  $A$  del amplificador operacional como generador controlado explicitado por cumplir la condición antedicha, resulta:

$$\varphi = v_d \quad ; \quad a = -A \quad ; \quad \xi = -A \times v_d$$

### 2.3.1 Transmitancia del camino directo

Con referencia al diagrama de flujo de la figura 2.2 se ha visto en el punto anterior que se denomina Transmitancia del camino directo  $T_{cd}$  al producto  $e*a*b$ , que no es otra cosa que el numerador de la función transmitancia  $T$  de la expresión (2.8).

Obsérvese que  $T_{cd}$  así definido no es otra cosa que la transmitancia existente desde la señal de entrada hacia la salida y que pasa por el generador controlado explicitado, cuando:

- a) El camino de fuga es nulo ( $d=0$ ).
- b) No existe realimentación ( $c=0$ ).

vale decir:

$$T_{cd} = \left. \frac{y}{x} \right|_{\substack{d=0 \\ c=0}} \quad (2.9)$$

En el ejemplo de figura (2.3) la misma puede calcularse fácilmente, si se abre el camino de realimentación en el punto  $B$  (ver figura 2.4), pues de esa forma se consigue:

- a) Que la realimentación sea cero.
- b) Que el camino de fuga  $d$  sea igual a cero.

pues es la red bidireccional de realimentación formada por el resistor  $R_r$  la que proporciona el camino de fuga y el camino de realimentación.

Pero para ello es necesario que al abrir el lazo de realimentación, no se alteren las impedancias de cargas que ambos extremos abiertos del lazo verían si estuvieran conectados. Por eso, y como además no deben alterarse los puntos de funcionamiento de las componentes activas del circuito, en cada extremo del punto donde se abre el lazo se coloca una impedancia simulada de carga igual a la impedancia de carga que se ve hacia el lado opuesto.

En efecto, sea el circuito de la figura 2.3 del amplificador ya analizado que se redibuja convenientemente en la figura 2.4.

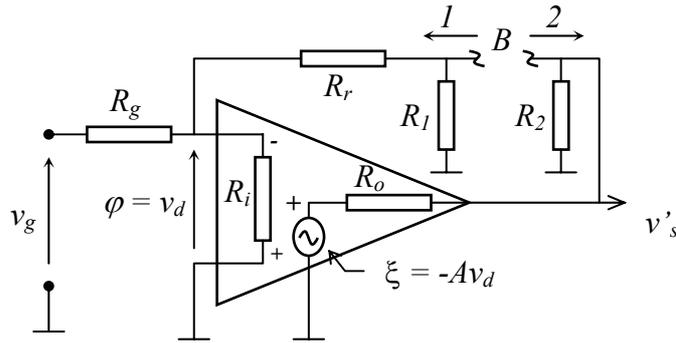


Figura 2.4: Forma de abrir el lazo de realimentación para el circuito de la figura 2.3.

Si se abre el lazo de realimentación en el punto  $B$ , debe evitarse que se alteren las condiciones de carga y de funcionamiento de las componentes del circuito, colocando impedancias simuladas de carga en ambos extremos de  $B$ , tal como se muestra en la figura 2.4.

La resistencia  $R_1$  será la impedancia de entrada que se ve desde el punto  $B$  hacia el lado 2 (para el generador de tensión de entrada igual a cero), a saber:

$$R_1 = R_o$$

Análogamente,  $R_2$  será la impedancia de entrada que desde el punto  $B$  se ve hacia el lado 1 (con el generador de tensión de entrada igual a cero), o sea:

$$R_2 = R_r + R_g \parallel R_i$$

suponiendo la entrada igual a cero ( $v_g = 0$ ).

Esta forma de abrir el lazo es correcta, pues se verifican las dos condiciones necesarias de la expresión 2.9.

Luego, de acuerdo a la figura 2.4 es:

$$T_{cd} = \left. \frac{y}{x} \right|_{\substack{d=0 \\ c=0}} = \frac{v_s'}{v_g} = \frac{(R_r + R_1) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_1) \parallel R_i} (-A) \frac{R_2}{R_2 + R_o} \quad (2.10)$$

que reemplazando resulta

$$T_{cd} = \left. \frac{y}{x} \right|_{\substack{d=0 \\ c=0}} = \frac{v_s'}{v_g} = \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} (-A) \frac{R_r + R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i} = -A \times 0,44073 \quad (2.11)$$

Debe aclararse que también es válido abrir el lazo en cualquier otro punto del mismo.

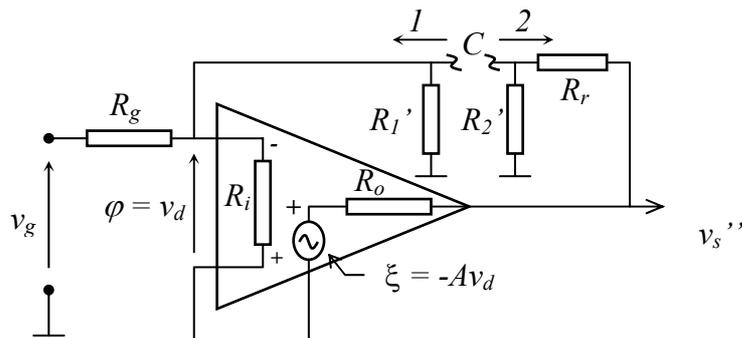


Figura 2.5: Alternativa para abrir el lazo de realimentación del circuito de figura 2.3.

Como ejemplo, si se abre el lazo en el punto  $C$  tal como se muestra en la figura 2.5, las impedancias simuladas de carga  $R_1'$  y  $R_2'$  valdrían (con el generador de tensión a la entrada igual a cero):

$$R_1' = R_r + R_o$$

$$R_2' = R_g \parallel R_i$$

cumpliendo con las condiciones necesarias de que el camino de fuga  $d$  y el lazo de realimentación  $c$  sean simultáneamente iguales a cero.

Por lo tanto:

$$T_{cd} = \left. \frac{y}{x} \right|_{\substack{d=0 \\ c=0}} = \frac{v_s''}{v_g} = \frac{R_1' \parallel R_i}{R_g + R_1' \parallel R_i} (-A) \frac{R_2' + R_r}{R_o + R_2' + R_r} = -A \times 0,44073 \quad (2.12)$$

Si bien es cierto que una demostración con valores numéricos como la anterior no tiene generalidad, sino para casos particulares, el lector puede comprobar con poco trabajo que las expresiones algebraicas 2.11 y 2.12 son iguales.

### 2.3.2 Ganancia del lazo

Se denomina ganancia del lazo  $G_L$  al producto  $a \cdot c$  de la expresión de la transmitancia  $T$  dada por la ecuación 2.8, o sea:

$$G_L = a \cdot c \quad (2.13)$$

Para interpretar este concepto de ganancia del lazo, se utilizará el diagrama de flujo de la figura 2.6, similar al de la figura 2.2, donde, sin pérdida de generalidad, se ha partido la rama del factor de proporcionalidad  $a$  existente entre las variables de control  $\varphi$  y el generador controlado  $\xi$ , en dos tramos, con los puntos  $\alpha$  y  $\alpha'$  en ambos extremos. El tramo que va desde  $\varphi$  hasta  $\alpha$  tendrá una transmitancia de valor  $1$  y el tramo desde  $\alpha'$  hasta  $\xi$  una transmitancia de valor  $a$ . Si  $\alpha$  y  $\alpha'$  están unidos, el resultado del diagrama no cambia.

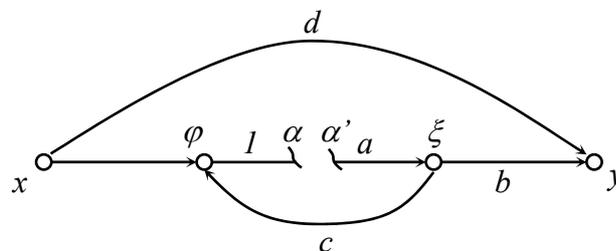


Figura 2.6: Diagrama de flujo para mostrar el significado de la ganancia del lazo.

Pero supóngase momentáneamente que estos extremos están separados y que en  $\alpha'$  se introduce una señal unitaria **cuando la señal de entrada  $x$  es nula**. El valor de la señal que retorna por el lazo al punto  $\alpha$  resultará igual al producto  $a \cdot c \cdot 1$  y que

se lo conoce como ganancia del lazo  $G_L$ . O sea que  $G_L$  brinda el conocimiento de cuanto varía una señal en un recorrido completo del lazo de realimentación, concepto que, como se verá más adelante es de gran importancia en la teoría de la realimentación.

Obsérvese que en este caso, se utiliza el término ganancia y no transmitancia, porque al ser las señales en  $\alpha$  y  $\alpha'$  de la misma dimensión, la relación de las mismas será siempre adimensional.

En los circuitos electrónicos resulta fácil calcular  $G_L$ , ya que no es necesario abrir el lazo tal como se ejemplificó para el caso de la transmitancia del camino directo  $T_{cd}$ , debido a que el mismo está naturalmente abierto al explicitar al generador controlado. En efecto, considérese el ejemplo del amplificador inversor de la figura 2.3, con la señal de entrada  $v_g$  igual a cero. La idea básica es excitar en forma independiente con un valor unitario a la señal  $v_d$  del lado del generador controlado  $\xi$  (equivalente al extremo  $\alpha'$ ) y observar con que señal se retorna a la variable  $v_d$  a la entrada del amplificador operacional (equivalente al extremo  $\alpha$ ). Entonces, este valor será el valor de la ganancia del lazo, siempre que la señal de entrada  $v_g$  sea igual a cero.

El circuito de la figura 2.7 muestra el circuito eléctrico equivalente útil para calcular la ganancia del lazo del amplificador inversor de figura 2.3:

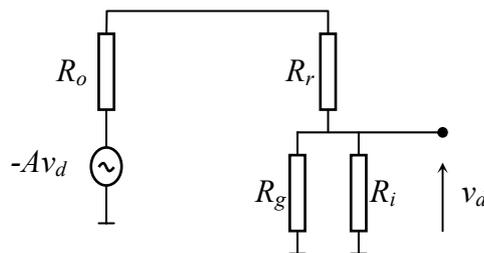


Figura 2.7: Esquema para calcular la ganancia del lazo del amplificador inversor de la figura 2.3.

Entonces resulta:

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{v_g=0 \\ \xi=-A \cdot 1}} = -A \left( \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r + R_o} \right) = -A \times 0,3311 \quad (2.14)$$

Es importante observar que en este caso, el signo de la ganancia del lazo  $G_L$  determinará si la realimentación del circuito es negativa o positiva, tal como se verá más adelante. En efecto, si el valor de  $G_L$  es menor que cero (negativo), la señal de realimentación que llegue al punto  $\alpha$  en la figura 2.6, se opondrá a su original de partida en  $\alpha'$  por ser de signo contrario. En consecuencia la realimentación se considerará negativa.

Por el contrario, si la señal que llegue a  $\alpha$  es del mismo signo que la de partida en  $\alpha'$ , existirá un incremento de esta señal, tomándose entonces como de realimentación positiva.

Estos conceptos se amplían en el próximo capítulo.

### 2.3.3 Transmitancia del camino de fuga

Tal como se vió en el apartado 2.2, la vía representada por el parámetro  $d$  en la figura 2.2 determina el camino de fuga. Involucra a toda señal que partiendo de la entrada  $x$ , llega a la salida  $y$  sin pasar por el generador controlado explicitado.

Para obtener la Transmitancia del camino de fuga en el caso del circuito de la figura 2.3, bastará ingresar con una señal unitaria a la entrada  $v_g$  del circuito y considerar al generador controlado  $\xi$  igual a cero. En este caso, queda conformado un circuito equivalente para el cálculo como el de la figura 2.8.

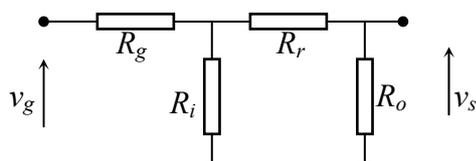


Figura 2.8: Esquema para calcular la Transmitancia del camino de fuga  $T_{cd}$  del circuito de la figura 2.3

Se tiene en consecuencia

$$T_{cf} = \frac{y}{x} \Big|_{\xi=0} = \frac{v_s}{v_g} \Big|_{\xi=0} = \frac{R_o}{R_o + R_r} \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} = 0,3311 \quad (2.15)$$

### 2.4 Expresión generalizada de la transmitancia de un circuito realimentado

De acuerdo a los conceptos desarrollados en el apartado anterior y a la ecuación 2.8, puede re-escribirse una expresión más general para la transmitancia  $T$  del cuadripolo de figura 2.1, utilizando los términos  $T_{cd}$ ,  $G_L$  y  $T_{cf}$ .

Es decir, la Transmitancia  $T$  pasa a expresarse como:

$$T = \frac{T_{cd}}{1 - G_L} + T_{cf} \quad (2.16)$$

expresión que utiliza solamente los tres conceptos físicos de la circulación de señales por el interior del cuadripolo.

En particular, para el circuito de la figura 2.3 y de acuerdo a las expresiones 2.11, 2.14 y 2.15 resulta:

$$T = \frac{v_s}{v_s} = \frac{\frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} (-A) \frac{R_r + R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i}}{1 - (-A) \left( \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r + R_o} \right)} + \frac{R_o}{R_o + R_r} \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} \quad (2.17)$$

que utilizando los valores numéricos:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{-A \times 0,44073}{1 - (-A \times 0,3311)} + 0,3311 = -\frac{0,44073 \times A}{1 + 0,3311 \times A} + 0,3311 \quad (2.18)$$

Obsérvese la complejidad de la expresión 2.17. No resulta difícil suponer que si se usaran otros métodos de cálculo para llegar a ella, los mismos resultarían más laboriosos que el utilizado en este ejemplo. Esta característica es una de las principales ventajas de este método, ya que por lo general las expresiones de los tres caminos de señal a obtener por separado resultan más sencillas.

Otra característica importante es que en la expresión final de la Transmitancia  $T$  dada por la ecuación 2.17, aún se mantienen intactos los conceptos físicos de  $T_{cd}$ ,  $G_L$  y  $T_{cf}$  de funcionamiento del cuadripolo, proporcionando una gran ventaja para el análisis y síntesis de los mismos (tal como se verá más adelante), mientras que en otros sistemas de ecuaciones que representan al cuadripolo, los conceptos físicos desarrollados para escribir las ecuaciones necesarias, desaparecen apenas se comienza a trabajar con las mismas.

Considérese ahora, lo que sucede si se hace tender la ganancia  $A$  a infinito. Queda para la ecuación 2.17:

$$T_{A \rightarrow \infty} = \frac{v_s}{v_s} \Bigg|_{A \rightarrow \infty} = \frac{\frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} (-A) \frac{R_r + R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i}}{(A) \left( \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r + R_o} \right)} + \frac{R_o}{R_o + R_r} \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} =$$

que operando resulta

$$T_{A \rightarrow \infty} = \frac{\frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} \frac{R_r + R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i}}{\left( \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r + R_o} \right)} + \frac{R_o}{R_o + R_r} \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i} = -1 \quad (2.19)$$

y para la ecuación 2.18:

$$T_{A \rightarrow \infty} = \frac{v_s}{v_s} \Bigg|_{A \rightarrow \infty} = -\frac{0,44073}{0,3311} + 0,3311 = -1,3311 + 0,3311 = -1 \quad (2.20)$$

resultado esperado por ser  $R_r$  y  $R_g$  iguales.

## 2.5 Características importantes

El método desarrollado hasta aquí presenta características que se enuncian a continuación y que deben tenerse en cuenta en todas las circunstancias cuando se va a analizar los sistemas analógicos realimentados (siempre con referencia a la figura 2.2):

a) **Todo el flujo de señal de un lazo de realimentación** debe pasar siempre por el generador controlado explicitado, es decir, que la ganancia del lazo  $G_L$  deberá

incluir siempre al factor de proporcionalidad  $\alpha$  del generador controlado. Por lo tanto, la elección del generador controlado explicitado es muy importante, pues una elección incorrecta puede llevar a confusiones posteriores en el análisis de los circuitos.

b) **Todo el flujo de la señal del camino directo** también debe pasar por el generador controlado explicitado, es decir la transmitancia del camino directo  $T_{cd}$  debe incluir siempre al factor de proporcionalidad  $\alpha$  del generador controlado explicitado.

c) El flujo de la señal del camino de fuga **no pasa** por el generador controlado explicitado. En consecuencia, la transmitancia del camino de fuga  $T_{cf}$  no debe contener al factor de proporcionalidad  $\alpha$  del generador controlado.

d) En algunos casos el aporte del camino de fuga  $T_{cf}$  al valor final de la tensión de salida puede ser significativo. En consecuencia, su omisión en un cálculo puede conducir a errores en el valor final.

e) Obsérvese que el método de cálculo hasta aquí desarrollado no toma en cuenta el signo de la realimentación, ni tampoco la forma de tomar la señal de realimentación, ni cómo ésta se realimenta, es decir, resulta un método general de cálculo independiente de las propiedades y características de la realimentación empleada.

Por ello brinda ventajas significativas para el cálculo por su simplicidad conceptual y por la amplitud de su campo de aplicación.

f) Los conceptos asociados al método de cálculo resultan claros cuando se distinguen correctamente al generador controlado explicitado y a los caminos funcionales de fuga, de retorno y de realimentación, aspectos por demás importantes en la teoría de la realimentación.

Debe verificarse siempre que los mismos cumplan con las condiciones de los puntos a), b) y c) de este apartado.

Mas adelante se mostrará con ejemplos, como, cuando los circuitos aumentan en complejidad, este método proporciona ecuaciones sencillas.

g) La expresión de  $T$  de la ecuación 2.16 es válida para el cálculo de transmitancias que puedan representarse por un diagrama de flujo como el de figura (2.2), donde la expresión de la Transmitancia del camino directo  $T_{cd}$  contiene en su expresión al factor de proporcionalidad  $\alpha$  del generador controlado. Sin embargo, quede en claro que la expresión 2.16 también puede usarse para calcular las transmitancias desde cualquier punto intermedio de un circuito hacia cualquier otro punto intermedio del mismo (no necesariamente entrada y salida), siempre que las nuevas expresiones del camino directo, de la ganancia del lazo y del camino de fuga cumplan con las condiciones indicadas en los puntos a), b) y c) de este apartado.

h) En un circuito inversor como el de figura (2.3), si el amplificador operacional fuese ideal, es decir que la impedancia de entrada  $R_i$  sea igual a infinito, que la impedancia de salida  $R_o$  sea igual a cero y que la Ganancia  $A$  del mismo sea igual a infinito, el resultado esperado de la Transmitancia es  $-R_f/R_g$  e igual a -1 para los valores indicados en dicha figura.

Pero obsérvese de las ecuaciones 2.19 y 2.20 que, cuando  $A \rightarrow \infty$ , el valor final de la transmitancia  $v_s/v_g$  que se obtiene es también igual a  $-R_r/R_g$ . Ello se debe a la fuerte realimentación negativa que actúa:

- compensando al valor del camino de fuga en un 33,11% para conseguir que el valor esperado de ganancia sea igual a -1. Este hecho, expresamente resaltado para marcar su importancia, a veces no es interpretado correctamente, razón por la cual pueden cometerse errores de significación. A veces, la Transmitancia del camino de fuga  $T_{cf}$  puede ser importante cuando la impedancia de salida del punto de donde se realimenta ( $R_o$  en este caso) es distinta de cero y la red de realimentación es bidireccional (caso de elementos pasivos). Si algunas de estas dos circunstancias no se cumple, normalmente  $T_{cf}$  resulta igual a cero.
- compensando los efectos no deseados que puedan ejercer las impedancias de entrada  $R_i$  y de salida  $R_o$  del amplificador operacional no ideal.

Estas circunstancias, sumamente importantes, se deben a la fuerte realimentación negativa existente, tal como se muestra en el punto siguiente.

i) **Uno de los aspectos más importantes** a tener en cuenta es la influencia de la magnitud del módulo de la ganancia del lazo  $G_L$  en el resultado final.

En efecto, obsérvese que para la obtención de la ecuación 2.19 a partir de la ecuación 2.17, se supuso que  $A$  tiende a infinito. Pero a consecuencia de ello, también el valor absoluto de la ganancia del lazo  $G_L$  tiende a infinito, lo que permitió en el denominador de la expresión de  $T$ , simplificar al número 1 frente a aquel.

A partir de allí, el valor  $A$  de la ganancia del amplificador operacional (equivalente al valor  $a$  del generador controlado) aparece multiplicando tanto al numerador (a través de  $T_{cd}$ ) como al denominador (a través de  $G_L$ ). Por tal motivo, pueden simplificarse.

Gracias a estas dos circunstancias anteriores, puede seguirse simplificando términos con lo que se llega al resultado final esperado de  $-R_r/R_g$ .

Pero en la práctica, es muy importante tener en cuenta que para la simplificación del número 1 frente al valor absoluto de la ganancia del lazo  $G_L$ , bastará que este último valor sea lo **suficientemente más grande que uno** para conseguir el mismo resultado.

Pero decir que el módulo de la ganancia del lazo  $G_L$  sea lo **suficientemente más grande que uno**, equivale a aceptar un cierto **error** de cálculo. Como ejemplo, si el módulo de la ganancia del lazo fuera de 100, el error al efectuar la simplificación sería del 1 %. Si el módulo de la ganancia del lazo fuera solo de 10, habría un error en el resultado final, al simplificarse el número 1, del orden del 10%. (Recuérdese que los valores de componentes discretos que se usan actualmente en electrónica son del 5 % de tolerancia).

Sin embargo, esta simplificación resulta en la práctica sumamente útil, razón por la cual es muy aceptada como criterio de trabajo, sobre todo para calcular transmitancias rápidamente en forma aproximada. Pero siempre es importante en estos casos, verificar y dejar aclarado que el módulo de la ganancia del lazo  $G_L$  es suficientemente mayor que uno cuando se efectúan las simplificaciones correspondientes, indicando el probable error (además debe cumplirse que la realimentación sea negativa, como se verá más adelante).

## 2.6 Ejemplos

El ejemplo desarrollado en el apartado anterior ejemplifica el cálculo de la transmitancia de sistemas analógicos realimentados, con un solo generador controlado explicitado, un solo lazo de realimentación, un solo camino directo y un solo camino de fuga. La generalización del método para circuitos con múltiples caminos directos, lazos de realimentación y caminos de fuga, se desarrollará más adelante.

En los siguientes ejemplos se mostrarán una serie de aspectos relacionados con este método de cálculo, mostrándose en cada uno de ellos distintas alternativas para una mejor utilización del mismo, incluido el uso de un *generador controlado explicitado auxiliar*.

También se incluirán paulatinamente los métodos para aquellos casos de múltiples caminos directos y lazos de realimentación.

### 2.6.1 Circuito rápido amplificador de pulsos

El circuito de la figura 2.9.a) es un amplificador de pulsos utilizado aún en forma discreta por su velocidad de respuesta y confiabilidad. Se desea encontrar su ganancia  $v_s/v_g$ , bajo las condiciones de que  $R_g$ ,  $R_e$  y  $R_L$  son mucho menores que  $R_r$ .

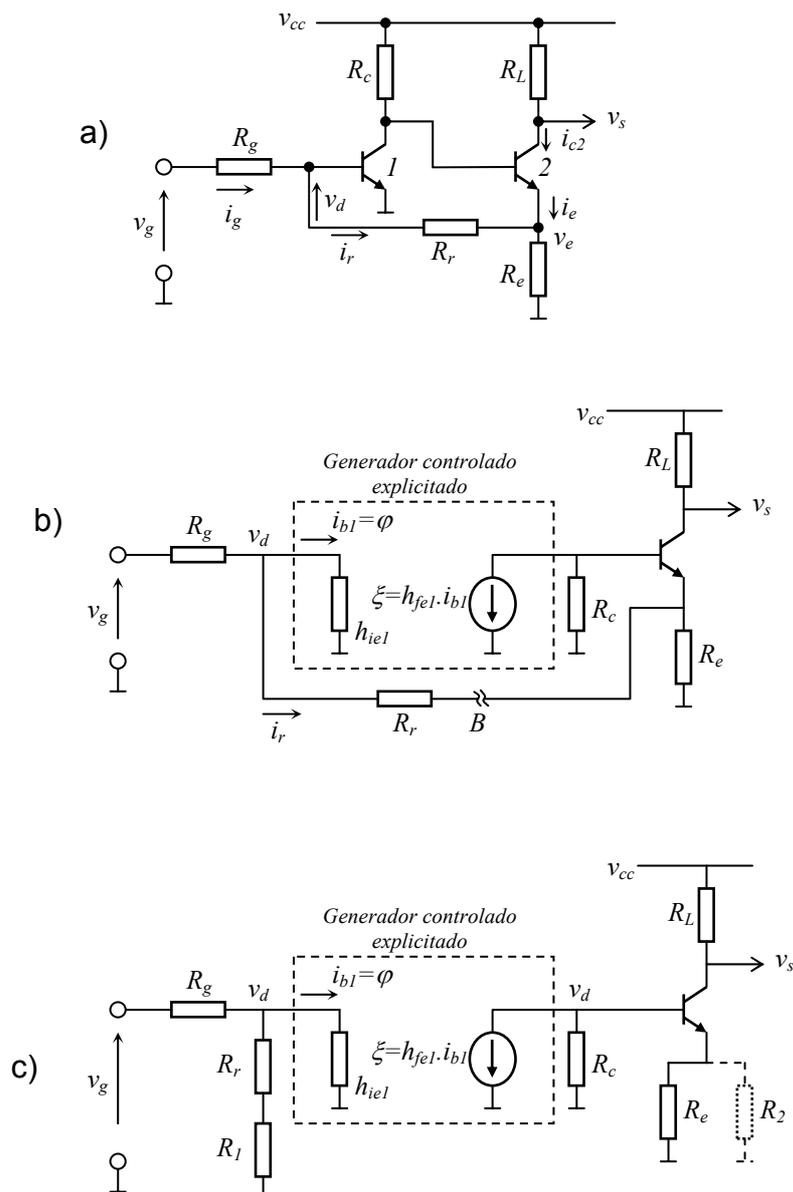


Figura 2.9: a) Circuito rápido amplificador de pulsos. b) Circuito eléctrico equivalente para el cálculo de ganancia  $v_s / v_g$ . c) Circuito eléctrico equivalente para el cálculo de  $T_{cd}$ .

Posee dos generadores controlados, uno por cada transistor, y dos lazos de realimentación debido a los resistores  $R_e$  y  $R_r$ .

Para usar el método anterior, se debe tomar como generador controlado explicitado solo a uno cualquiera de ellos tal que se cumpla con lo indicado en los puntos a), b) y c) del apartado 2.5.

Es recomendable tomar siempre como generador controlado explicitado a un generador controlado que esté referido a masa.

En consecuencia, una posible manera de analizar esta situación es con el circuito eléctrico equivalente de la figura 2.9.b) en donde se seleccionó como generador controlado explicitado al generador controlado del primer transistor, es decir

$$\varphi = i_{b_1}, \quad a = h_{fe_1}, \quad \xi = h_{fe_1} \times i_{b_1}$$

resultando así:

- Que el lazo de realimentación es el que provee el resistor  $R_r$ .
- Y que el camino de fuga está dado también por el resistor  $R_r$ .
- Que tanto el camino directo como la ganancia del lazo incluyan al generador controlado explicitado

Obsérvese además que:

- El camino directo está dado por la señal que circula por los dos transistores y que tiene como salida al colector del segundo transistor.
- El camino del lazo de realimentación está dado por la señal que pasando por el primer transistor, llega al emisor del segundo transistor y vuelve a la base del primer transistor a través del resistor  $R_r$ .
- El camino de fuga está dado por toda señal que llegando a la base del primer transistor, continúa por  $R_r$  (no sigue por el generador controlado explicitado por considerarse que su ganancia en este caso nula) y entrando por el emisor del segundo transistor llega al colector del mismo.

De esta manera se cumple con las condiciones exigidas en los puntos a), b) y c) del apartado 2.5.

El transistor 2 y la realimentación debido a  $R_e$  se toman como parte del resto del cuadripolo que no queda explicitado, tal cual se explicó en el punto 2.2 de este capítulo.

En consecuencia, para calcular  $T_{cd}$ , se procede de la siguiente manera: se abre el lazo de realimentación en  $B$ , según la figura 2.9.c), en donde las impedancias simuladas de carga a colocar  $R_1$  y  $R_2$  en cada extremo del punto de apertura valen:

$$R_1 = R_e \left\| \frac{R_c + h_{ie_2}}{1 + h_{fe_2}} \right.$$

$$R_2 = R_r + R_g \left\| h_{ie_1} \right.$$

Obsérvese que de esta forma  $d$  y  $c$  son simultáneamente ceros, pues no hay ningún camino de señal de entrada a la salida que no pase por el generador controlado explicitado  $\xi$  ni tampoco existe señal del generador  $\xi$  que vuelva hacia atrás hacia la variable  $\varphi$ .

$$T_{cd} = \frac{v_s}{v_g} = \frac{(R_1 + R_r) \parallel h_{ie_1}}{R_g + (R_r + R_1) \parallel h_{ie_1}} \frac{1}{h_{ie_1}} h_{fe_1} (-R_c) \times \frac{-h_{fe_2} R_L}{R_c + h_{ie_2} + (R_e \parallel R_2)(1 + h_{fe_2})}$$

Suponiendo condiciones normales, o sea:

$$\frac{R_c + h_{ie_2}}{1 + h_{fe_2}} \approx 0, R_r \gg h_{ie_1}, h_{ie_2}, R_e$$

resulta:

$$T_{cd} \approx \frac{h_{fe_1} R_c R_L}{(R_g + h_{ie_1}) R_e} \quad (2.21)$$

Para el cálculo de  $G_L$ , se usa el circuito de figura 2.9.d) en donde se toma el valor del generador  $\xi = h_{fe} * I$ , pues se otorga a  $i_{b1}$  el valor unitario y se observa que señal vuelve a la variable  $\varphi$  cuando  $v_g = 0$ .

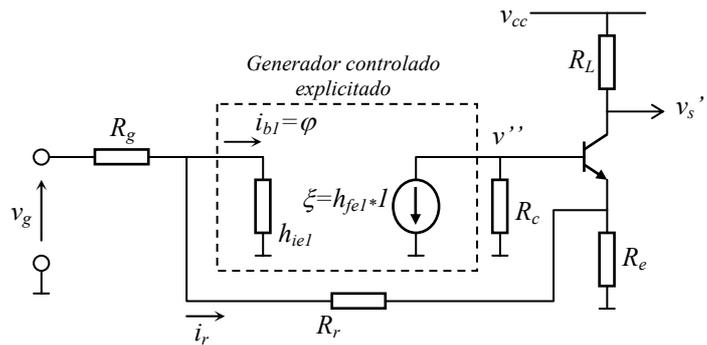


Figura 2.9.d) Circuito eléctrico equivalente para el cálculo de  $G_L$ .

En consecuencia:

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{v_g=0 \\ \xi=h_{fe_1}}} = -h_{fe_1} R_c \frac{1}{R_r} \frac{R_g}{R_g + h_{ie_1}} \quad (2.22)$$

donde se considera que la impedancia de entrada al segundo transistor es elevada por ser la entrada a un seguidor emisor. A su vez, la tensión de emisor del transistor 2 genera la corriente  $i_r$ , la que se abre en el divisor de corriente que forman  $R_g$  y  $h_{ie1}$ . Obsérvese que la ganancia del lazo es negativa y adimensional.

El camino de fuga  $d$  se puede obtener de la figura 2.9.b) si se supone  $\xi=0$ . Luego

$$T_{cf} = \frac{v_s}{v_g} \Big|_{\xi=0} \approx \frac{h_{ie_1}}{R_g + h_{ie_1}} \frac{1}{R_r} R_L \quad (2.23)$$

pues la corriente  $i_r$  entrando por emisor de la configuración base a masa equivalente del transistor 2, circulará por el colector produciendo la caída de tensión de salida sobre  $R_L$ .

Finalmente, utilizando la expresión de la transmitancia  $T$  queda:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{T_{cd}}{1 - G_L} + T_{cf} \approx \frac{\frac{h_{fe1} R_c R_L}{(R_g + h_{ie1}) R_e}}{1 + \frac{h_{fe1} R_c R_g}{R_r (R_g + h_{ie1})}} + \frac{h_{ie1} R_L}{(R_g + h_{ie1}) R_r} \quad (2.24)$$

Obsérvese que si  $h_{fe1}$  es suficientemente grande, el módulo de la ganancia del lazo  $G_L$  será mucho mayor que 1 y se puede proceder a la simplificación. Además, el segundo sumando de  $T$ , o sea  $T_{cf}$ , es menor que uno y en consecuencia su valor será despreciable frente al del primer sumando. Luego queda:

$$T \approx \frac{R_L R_r}{R_g R_e} \quad (2.25)$$

En el próximo capítulo se estudiará una forma más simple de evaluar esta misma transmitancia.

A continuación y basándose en las características indicadas en el punto anterior y en la expresión final dada por 2.24, se deducen algunos criterios útiles para el diseño de este circuito, y que muestran otras ventajas que proporciona este método de cálculo:

a) El valor del resistor de carga  $R_c$  del primer transistor, no figura en la expresión final de la Transmitancia, pero sí aparece como numerador de la ganancia del lazo. Por lo tanto, cuanto más alto sea, mayor será el módulo de la ganancia del lazo, beneficioso para disminuir el error de simplificar al número 1 frente a aquel y conseguir de esa forma para la Transmitancia final una mayor independencia de los valores de los dispositivos activos.

b) La ganancia de corriente del segundo transistor  $h_{fe2}$  no aparece en la expresión final 2.24, por lo que su valor no resulta tan significativo.

c) La ganancia de corriente del primer transistor  $h_{fe1}$  determina fuertemente el valor de la ganancia del lazo, por lo que es recomendable elegir para el primer transistor un semiconductor de alta ganancia de corriente.

## 2.6.2 Filtro pasabajo de segundo orden

Se desea conocer la función de transferencia del filtro de segundo orden de la figura 2.10.a)

Como puede observarse, se trata de un circuito de múltiples realimentaciones (uno por cada  $A.O$  más la debida a  $R_c$ ) y varios generadores controlados (uno por cada  $A.O$ ). Sin embargo, la función de transferencia es fácilmente calculable, si se hace:

- a) Que se considere como generador controlado explicitado al del circuito eléctrico equivalente del  $A.O._2$  realimentado, tal como se ve en la figura 2.10.b).
- b) Que los  $A.O.$  uno y tres tengan su propia transmitancia definida por los elementos pasivos de realimentación asociados a cada uno de ellos, con lo que se evitan los lazos de realimentación de los mismos y pasan a formar parte del resto del cuadripolo que no queda explicitado.

De esta manera, se cumple con lo indicado en los puntos a), b) y c) del apartado 2.5, o sea que:

- El camino directo está dado por la señal que circula por los tres  $A.O.$  hacia la salida.
- El camino del lazo de realimentación está dado por la señal que circula por los tres  $A.O.$  y vuelve por el resistor  $R_c$ .
- El camino de fuga es igual a cero por cuanto no hay señal que desde la entrada pase a la salida por el resistor  $R_c$  (debido a que el mismo está conectado a un punto de tierra virtual, que actúa como sumador para la entrada de  $A_1$ ).

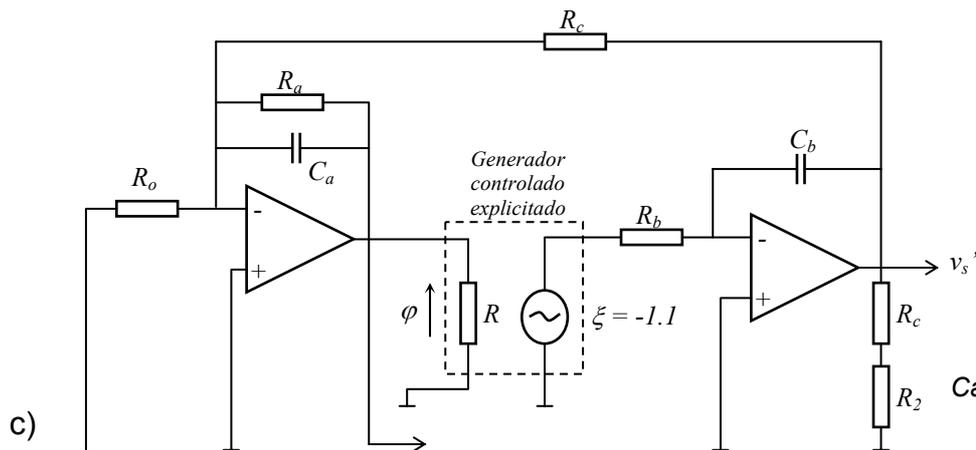
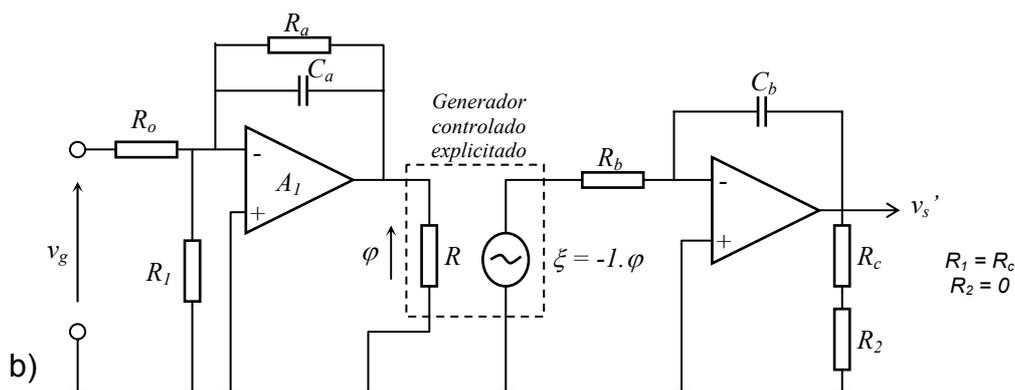
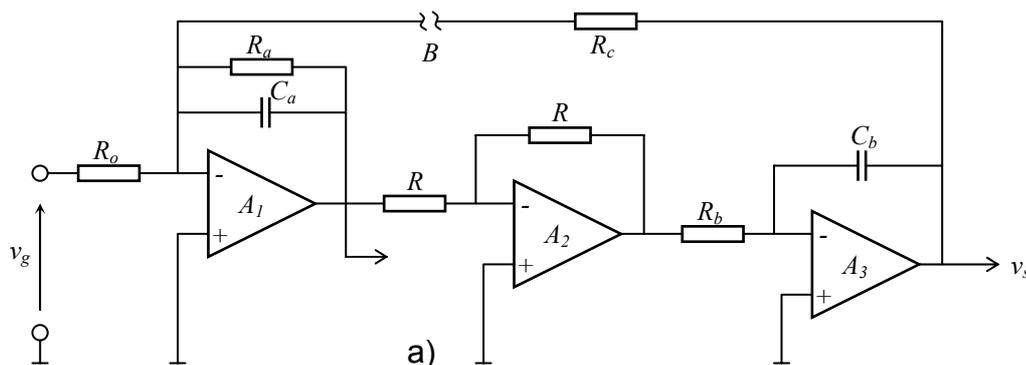


Figura 2.10: a) Filtro pasabajo de segundo orden. b) Circuito eléctrico equivalente para calcular  $T_{cd}$ . c) Circuito eléctrico equivalente para calcular  $G_L$ .

Entonces para el cálculo de transmitancia del camino directo, se usa el circuito de la figura 2.10.b) donde:

a) se reemplaza el  $A.O._2$  realimentado, por su circuito eléctrico equivalente como generador controlado explicitado con  $a = -1$  y

b) se abre el lazo en  $B$ , colocando las impedancias simuladas de carga  $R_1$  y  $R_2$  correspondientes.

Obsérvese que el camino de fuga  $d$  y el de realimentación  $c$  resultan en estas condiciones simultáneamente nulos y que el efecto de abrir el lazo en  $B$ , no produce variación de la carga de los distintos circuitos, porque:

- $R_1$ , que es igual a  $R_c$  (pues la impedancia de salida del  $A.O._3$  es nula), queda en paralelo con el punto de tierra virtual, por lo que su efecto es nulo.
- $R_2$  es igual a cero pues reemplaza a la impedancia equivalente del punto de tierra virtual del  $A.O._1$ .

Por lo tanto:

$$T_{cd} = \frac{v_s'}{v_g} = \left( -\frac{R_a \parallel \frac{1}{sC_a}}{R_g} \right) (-1) \left( -\frac{1}{sC_b R_b} \right) = -\frac{R_a}{R_g} \frac{1}{(1 + sR_a C_a) s C_b R_b} \quad (2.26)$$

donde  $s$  es la variable de frecuencia compleja.

La ganancia del lazo se calcula a partir del circuito de la figura 2.10.c), tomando como señal de entrada  $\xi = a * I = -1 * I = -I$ .

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{\xi=-1 \\ v_g=0}} = (-1) \left( -\frac{1}{sC_b R_b} \right) \left( -\frac{R_a \parallel \frac{1}{sC_a}}{R_c} \right) = -\frac{R_a}{R_c} \frac{1}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} \quad (2.27)$$

El valor del camino de fuga  $T_{cf}$  resulta igual a cero. En consecuencia:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{-\frac{R_a}{R_g} \frac{1}{(1 + sR_a C_a) s R_b C_b}}{1 + \frac{R_a}{R_c} \frac{1}{s R_b C_b (1 + s R_a C_a)}} + 0 = -\frac{R_c}{R_g} \frac{1}{s^2 R_b R_c C_a C_b + s R_b C_b \frac{R_c}{R_a} + 1} \quad (2.28.1)$$

expresión de un filtro de segundo orden pasabajo del tipo:

$$T = \frac{K}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2z}{\omega_n}s + 1}$$

donde la frecuencia natural no amortiguada vale:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_c R_b C_a C_b}}$$

el factor de escala  $K$ :

$$K = -\frac{R_c}{R_g}$$

y el coeficiente de amortiguamiento  $z$ :

$$z = \frac{1}{2R_a} \sqrt{\frac{R_b C_b R_c}{C_a}}$$

Obsérvese que si bien una expresión similar de transmitancia puede obtenerse en un solo amplificador operacional, este circuito permite, entre otras cosas que una vez ajustado  $\omega_n$ , los otros parámetros puedan ajustarse en forma independiente, es decir sin afectarse entre sí y a  $\omega_n$ , si:

$$K \rightarrow \text{se ajusta con } R_g$$

$$z \text{ (y por ende el } Q) \rightarrow \text{se ajusta con } R_a$$

### 2.6.3 Uso de un “generador controlado explicitado auxiliar”

Otra manera muy usada de resolver un circuito, es utilizando un *generador controlado explicitado auxiliar* como el que se indica en figura 2.11 a). Este *generador controlado explicitado auxiliar* se introduce, cuando es necesario, en alguna parte del circuito, tal que cumpla con los requisitos de que toda la información de la Ganancia del Lazo y la del Camino Directo pasen por él, no así la del Camino de Fuga, y que además no modifique las características de carga del circuito. Debe ser tal que su ganancia salida/entrada (pues la variable de entrada y de salida tienen la misma dimensión) sea siempre unitaria. De esta forma, puede facilitarse una solución para ciertos casos.

Obsérvese que el valor de la impedancia  $Z_i$  de entrada al mismo, debe ser siempre el valor de la impedancia de carga que presenta al circuito en el punto en donde se inserta el *generador controlado explicitado auxiliar*. Ello se hace para mantener las condiciones de carga.

Como ejemplo del uso de este *generador controlado explicitado auxiliar*, en el circuito anterior de figura 2.10 a), se desea conocer el valor de la salida intermedia  $v_{sI}$  después del  $A.O._1$ , (porque esta salida es la de un filtro pasabanda implementado simultáneamente con el pasabajo anterior).

En este caso, por el generador controlado explicitado utilizado anteriormente para resolver el circuito, no pasa la señal del nuevo camino directo según el esquema adoptado (ver figura 2.10 b), condición necesaria según se vio anteriormente.

Para evitar este inconveniente, se coloca al *generador controlado explicitado auxiliar* de ganancia unitaria, de manera que no modifique los distintos caminos del circuito y que cumpla con las exigencias de que por él pase toda la información del camino directo y la de la ganancia del lazo y mantenga las cargas existentes, tal como se ve en la figura 2.11 b).

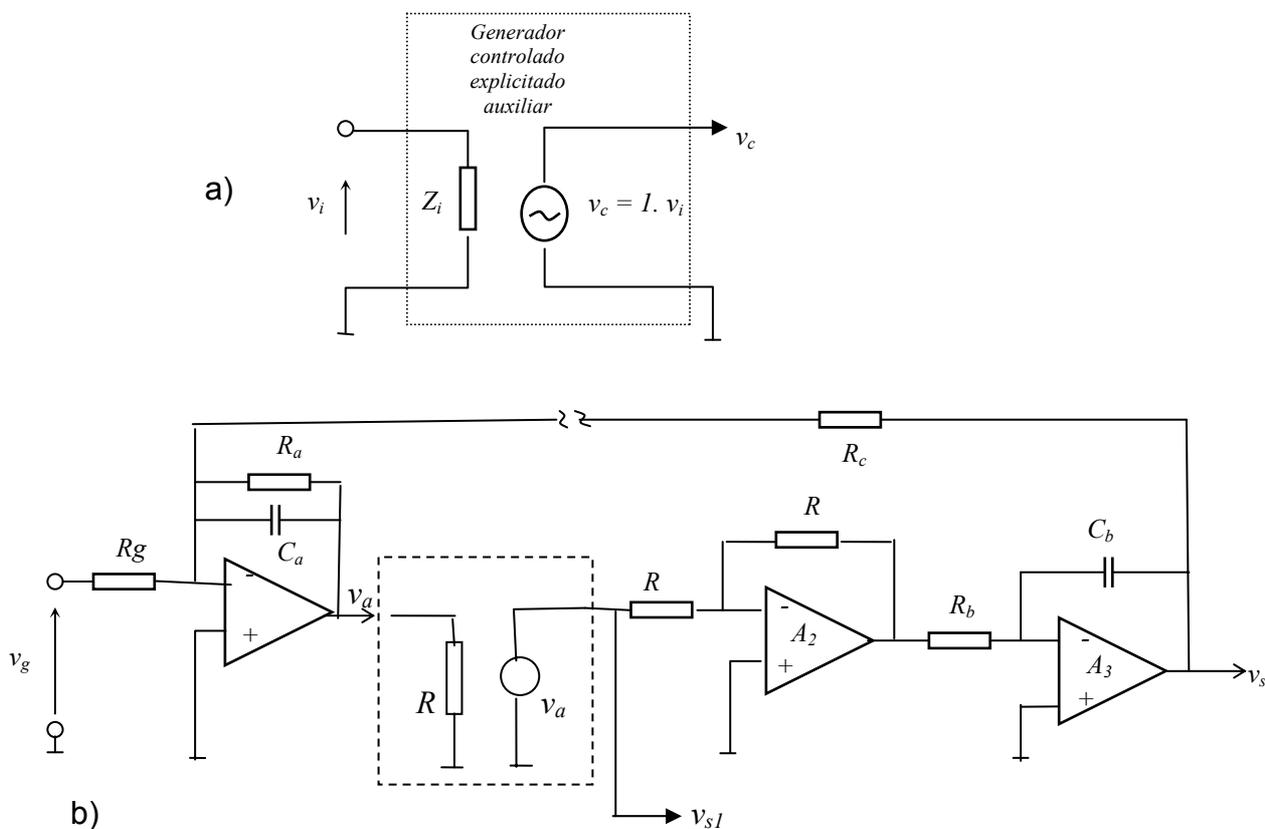


Fig. 2.11. a) *Generador controlado auxiliar.*  
 b) *Circuito con el Generador Controlado Explicitado Auxiliar*

Obsérvese que en este caso, la impedancia de entrada  $Z_i$  del *generador explicitado controlado auxiliar* es igual a  $R$ , o sea la impedancia de entrada al segundo circuito conformado por el amplificador operacional  $A_2$ .

En consecuencia, el valor de la transmitancia del camino directo  $T_{cd_1}$  a esta nueva salida es:

y el valor de la Transmitancia  $T_1$  deseada será:

$$T_1 = \frac{v_{s1}}{v_g} = \frac{T_{cd_1}}{1 - G_L}$$

donde  $G_L$  es el mismo que en el caso anterior.

Entonces:

$$T_1 = - \frac{\frac{R_a}{R_g} \frac{1}{1 + s C_a R_a}}{1 + \frac{R_a}{R_c} \frac{1}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)}} = - \frac{R_c}{R_g} \frac{s R_b C_b}{1 + s R_b C_b \frac{R_c}{R_a} + s^2 R_c R_b C_b C_a} \quad (2.28.2)$$

expresión de un filtro pasabanda.

### 2.6.4 Regulador de corriente

La figura 2.12 a) muestra un circuito usado como regulador de corriente continua, sobre todo para carga a corriente constante de baterías estacionarias.

El mismo presenta dos lazos de realimentación: a) el que provee realimentación negativa unitaria y que entra por la puerta menos del integrado, y b) el que entrando por la puerta positiva, toma la señal de tensión sobre el resistor de carga  $R_L$  para realimentar.

En este caso puede eliminarse el primer lazo reemplazándolo por su equivalente, o sea un amplificador con ganancia unitaria, impedancia de entrada muy elevada e impedancia de salida muy baja, prácticamente nula. A este amplificador se lo usa entonces como generador controlado explicitado, tal como se ve en la figura 2.12 b), cumpliendo con las exigencias para el mismo.

Si al lazo de realimentación se lo abre en el punto B, la figura 2.12 c) muestra el circuito eléctrico equivalente resultante, con las impedancias simuladas  $R_1$  y  $R_2$  de carga.  $R_2$  es prácticamente igual a infinito debido a la muy alta impedancia de entrada del amplificador operacional en configuración no inversora. Obsérvese que de esta forma se cumple que la transmitancia del camino de fuga y la ganancia del lazo son simultáneamente iguales a cero en la figura 2.12.c).

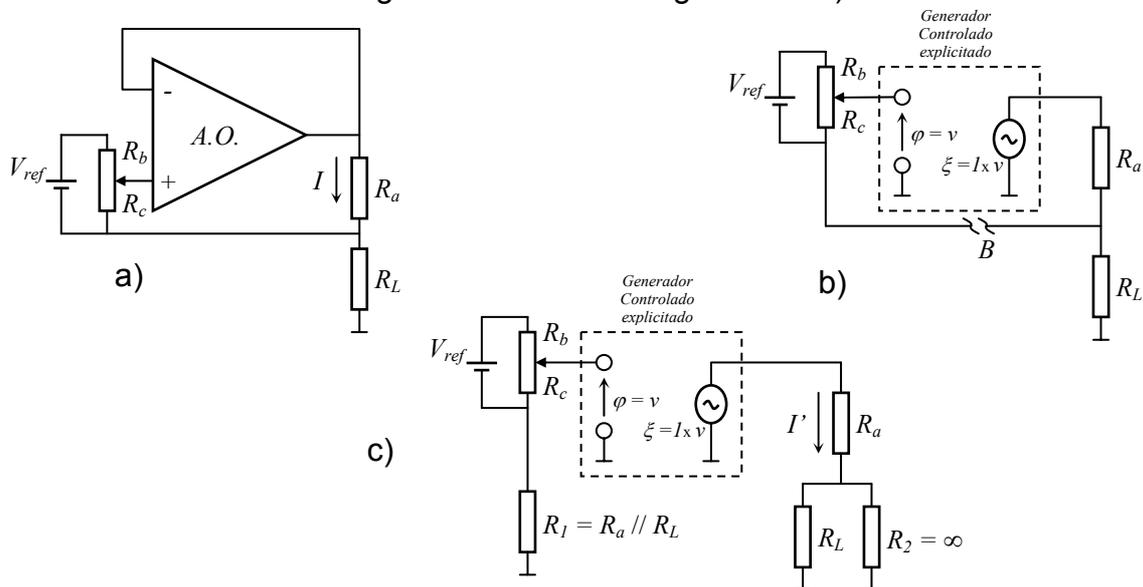


Figura 2.12: a) Regulador de corriente. b) Circuito eléctrico equivalente donde se explicita un solo generador controlado. c) Circuito equivalente para calcular  $T_{cd}$ .

Por lo tanto:

$$T_{cd} = \frac{I'}{V_{ref}} \Bigg|_{\substack{c=0 \\ d=0}} = \frac{R_c}{R_b + R_c} \times 1 \times \frac{1}{R_a + R_L} = \frac{R_c}{(R_b + R_c)(R_a + R_L)} \quad (2.21)$$

La ganancia del lazo puede calcularse del circuito 2.12 b) si se hace  $V_{ref}$  igual a cero y  $\xi = I_{*v} = I^*I$ . En consecuencia:

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{V_{ref}=0 \\ \xi=1.1}} = \frac{R_L}{R_a + R_L} \quad (2.22)$$

Obsérvese que  $G_L$  es positivo, o sea, se está en presencia de una realimentación positiva con ganancia del lazo menor que uno. Más adelante se verán condiciones de estabilidad para estos casos.

La transmitancia del camino de fuga  $T_{cf}$  resulta nulo debido a la alta impedancia de entrada del  $A.O$  realimentado negativamente, pues implica un circuito abierto por donde no puede circular ninguna señal, según se ve en la figura 2.12. b). Por lo tanto:

$$T = \frac{I}{V_{ref}} = \frac{\frac{R_c}{(R_b + R_c)(R_a + R_L)}}{1 - \frac{R_L}{R_a + R_L}} + 0 = \frac{R_c}{(R_b + R_c)R_a} \quad (2.23)$$

### 2.6.5 Filtro activo pasabanda

La figura 2.13 a) muestra un filtro pasabanda implementado con un solo  $A.O$ . El mismo tiene dos lazos de realimentación negativa debido a  $R_c$  y  $C_a$ . Sin embargo, es fácil pasar a un circuito equivalente con un solo lazo de realimentación explicitado, tal como se ve en la figura 2.13 b), en donde se reemplazó el  $A.O$  realimentado dentro del cuadrado de trazos de la figura 2.13 a) por el amplificador equivalente en triángulo de la figura 2.13 b). Este último tiene:

$$\begin{aligned} \text{Impedancia de entrada:} & \quad \frac{1}{s C_b} \\ \text{Ganancia:} & \quad -\frac{R_c}{1/s C_b} = -s C_b R_c \\ \text{Impedancia de salida:} & \quad \text{cero} \end{aligned}$$

Obsérvese que este amplificador equivalente puede actuar como generador controlado explicitado, con la tensión  $v_d = \varphi$  y  $\xi = -s R_c C_b v_d$ .

Si se desea abrir el lazo en  $B$  resulta el circuito de la figura 2.13 c) donde las impedancias simuladas de carga son  $C_a$ ,  $C_b$ ,  $R_a$  y  $R_b$  en el circuito de salida. Es fácil notar que esta última no tiene importancia para el cálculo, pues es carga de un generador de tensión sin impedancia interna, por lo que no puede alterar la tensión entre sus bornes.

El abrir el lazo en  $B$  verifica que en la figura 2.13 b) sean  $c$  y  $d$  simultáneamente nulos.

En consecuencia:

$$T_{cd} = \frac{v_s'}{v_g} \Big|_{\substack{c=0 \\ d=0}} = \frac{R_b \parallel \frac{1}{s(C_a + C_b)}}{R_a + R_b \parallel \frac{1}{s(C_a + C_b)}} (-s R_c C_b) = -\frac{s R_c C_b R_b}{R_a + R_b + s R_a R_b (C_a + C_b)} \quad (2.24)$$

La ganancia del lazo se calcula a partir de la figura 2.13 b) haciendo  $v_d$  del generador controlado igual a uno y evaluando la señal que vuelve a  $\varphi$  cuando  $v_d = 0$ .

$$G_L = \varphi \Big|_{c=-sR_c C_b \cdot 1} = \frac{R_a \parallel R_b \parallel 1/s C_b}{1/s C_a + R_a \parallel R_b \parallel 1/s C_b} (-s R_c C_b \cdot 1)$$

$$= -\frac{s^2 R_a C_a R_b C_b R_c}{R_a + R_b + s R_a R_b (C_a + C_b)} \quad (2.25)$$

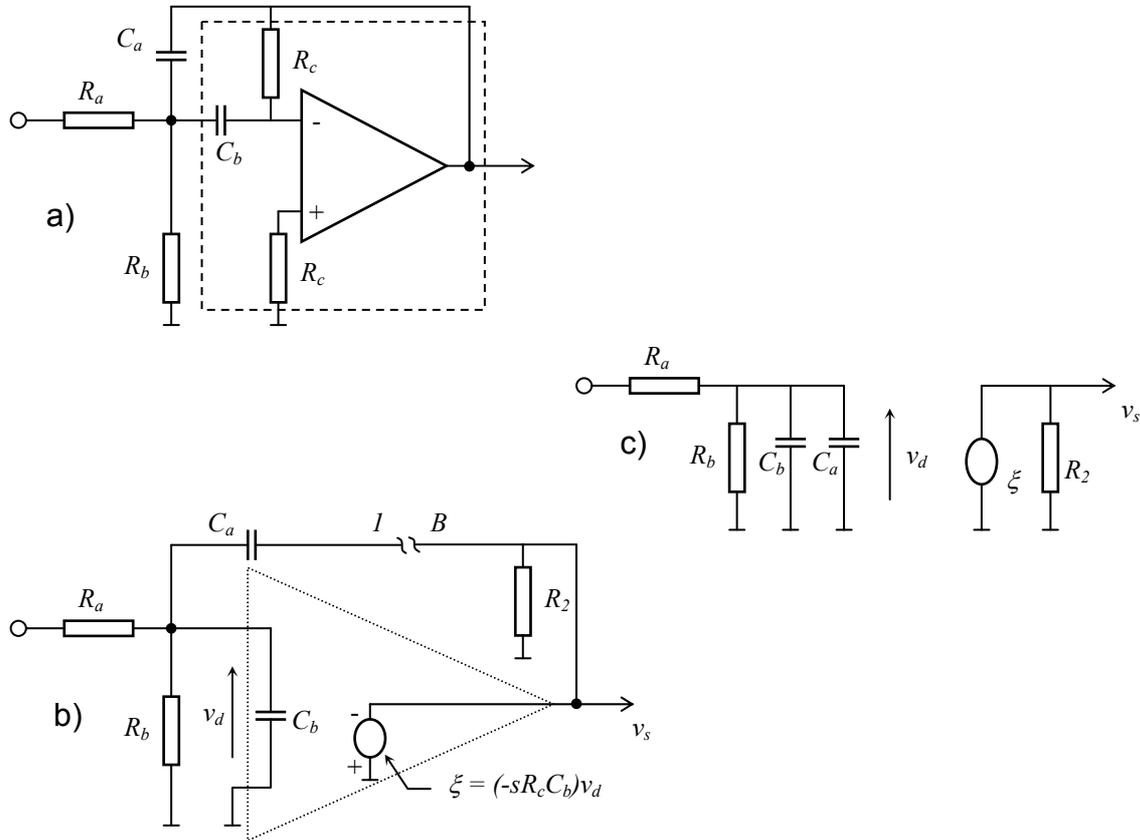


Figura 2.13: a) Filtro activo pasabanda. b) Circuito eléctrico equivalente. c) Circuito equivalente para calcular  $T_{cd}$ .

La Transmitancia del camino de fuga es igual a cero pues la impedancia de salida del amplificador equivalente de la figura 2.13 b) es nula. Por lo tanto:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{-sR_c R_b C_b}{R_a + R_b + sR_a R_b (C_a + C_b)} + 0$$

$$= -\frac{s/R_a C_a}{s^2 + s \frac{1}{R_c} \left( \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} \right) + \frac{1}{C_a C_b R_c} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right)} \quad (2.26)$$

donde:

$$w_n = \text{frecuencia natural no amortiguada} = \sqrt{\frac{1}{C_a C_b R_c} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right)}$$

$$z = \text{factor de amortiguamiento} = \sqrt{\frac{1}{R_c \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right)} \left( \sqrt{\frac{C_b}{C_a}} + \sqrt{\frac{C_a}{C_b}} \right)}$$

### 2.6.6 Filtro ranura

Se conoce con el nombre de filtro ranura a filtros de ancho de banda muy reducida. La figura 2.14 a) muestra uno que tiene varios lazos de realimentación. En estos casos, es conveniente a veces resolverlos por partes, tal como se ejemplifica a continuación. Se analiza primero el circuito de la figura 2.14 b). Llamando  $\tau = R \cdot C$  es:

$$\frac{v_2}{v_1} = -1 + \frac{1/sC}{R + 1/sC} 2 = \frac{1 - s\tau}{1 + s\tau} \quad (2.27)$$

por ser un cuadripolo lineal, donde la salida es igual a la suma de las salidas que produce cada una de las entradas en forma independiente.

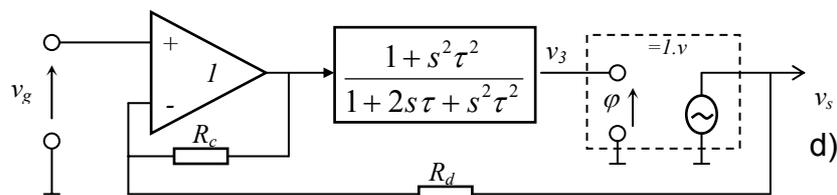
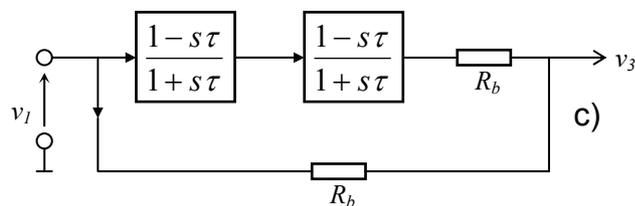
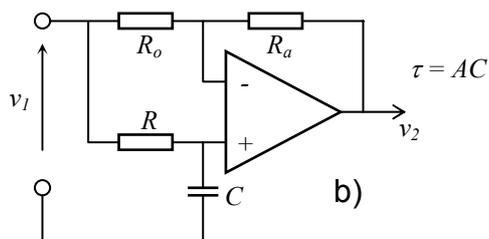
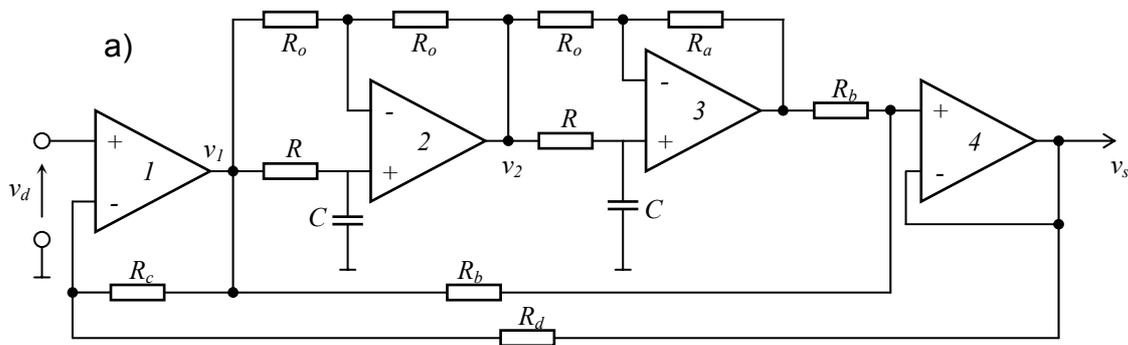


Figura 2.14: Filtro ranura.

Se analiza a continuación el bloque de la figura 2.14 c):

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{(1-s\tau)^2}{(1+s\tau)^2} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau+s^2\tau^2} \quad (2.28)$$

El circuito de la figura 2.14 d) muestra el esquema final con un solo lazo de realimentación y un solo generador controlado explicitado que reemplaza al *A.O.* En consecuencia, puede verificarse fácilmente que:

$$T_{cd} = \frac{R_c + R_d}{R_d} \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau+s^2\tau^2} \quad (2.29)$$

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{v_g=0 \\ \xi=1.1}} = -\frac{R_c}{R_d} \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau+s^2\tau^2} \quad (2.30)$$

$$d = 0$$

Por lo tanto:

$$T = \frac{\frac{R_c + R_d}{R_d} \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau+s^2\tau^2}}{1 + \frac{R_c}{R_d} \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau+s^2\tau^2}} = \frac{1+s^2\tau^2}{1+2s\tau \frac{R_d}{R_d + R_c} + s^2\tau^2} \quad (2.31)$$

ecuación de un filtro ranura, cuyo ancho está controlado por los resistores  $R_c$  y  $R_d$  de realimentación. Obsérvese que cuanto más grande es la ganancia del lazo ( $R_c$  mayor que  $R_d$ ), se consigue anchos de banda menores, al ser menor el coeficiente del sumando en  $s$  del denominador de la transmitancia  $T$  y por ende el coeficiente de amortiguamiento  $z$ .

La frecuencia central de la ranura queda determinada por el producto  $RC$ .

## 2.6.7 Amplificador no inversor

La figura 2.15 a) muestra un amplificador no inversor también conocido como amplificador seguidor cuando  $R_I = \infty$ .

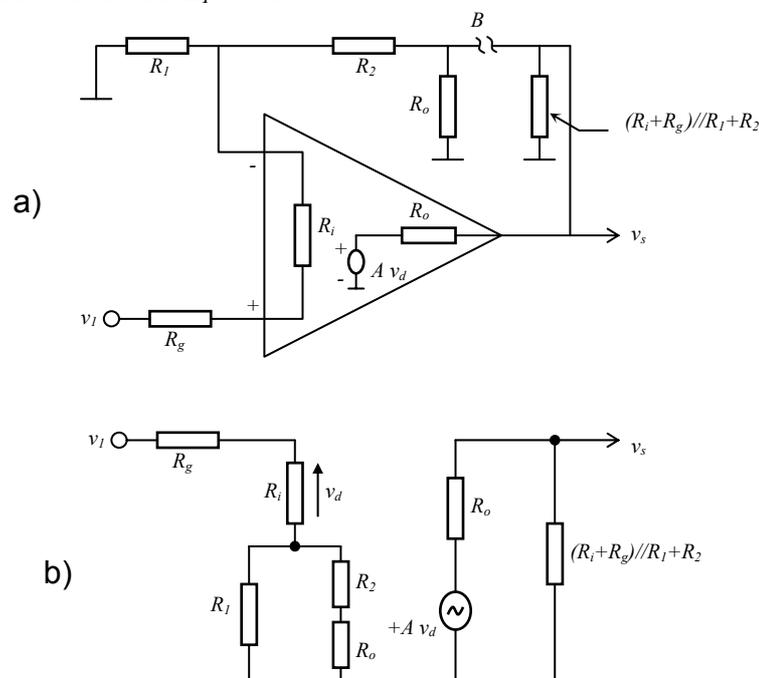


Figura 2.15: a) Amplificador no inversor. b) Circuito equivalente para el cálculo de  $T_{cd}$

Tomando al amplificador operacional como generador controlado explicitado por cumplir con los requisitos, es decir:

$$\varphi = v_d \quad ; \quad a = A \quad ; \quad \xi = A v_d \quad (2.32)$$

se tiene para el cálculo del camino  $T_{cd} = v_s' / v_g$  (figura 2.15 b), cuando se abre el lazo en B:

$$T_{cd} = \frac{R_i}{R_g + (R_2 + R_o) \parallel R_1 + R_i} A \times \frac{(R_i + R_g) \parallel R_1 + R_2}{R_o + (R_i + R_g) \parallel R_1 + R_2} \quad (2.33)$$

y

$$G_L = \varphi \Big|_{\substack{\xi=A \times 1 \\ v_g=0}} = - \frac{(R_i + R_g) \parallel R_1}{R_o + R_2 + (R_i + R_g) \parallel R_1} \frac{R_i}{R_i + R_g} A \quad (2.34)$$

$$T_{cf} = \frac{(R_2 + R_o) \parallel R_1}{R_g + R_i + (R_2 + R_o) \parallel R_1} \frac{R_o}{R_2 + R_o} \quad (2.35)$$

Aplicando la ecuación (2.13) resulta:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{R_o + R_1 + R_2}{(R_g + R_i)(R_o + R_1 + R_2) + (R_o + R_2)R_1} \times \left\{ \frac{AR_i [(R_i + R_g)(R_1 + R_2) + R_1 R_2]}{(R_o + R_2)(R_i + R_g + R_1) + R_1 [R_i(1 + A) + R_g]} + \frac{R_o R_1}{R_o + R_1 + R_2} \right\} \quad (2.36)$$

Quede para el lector demostrar que para  $A \rightarrow \infty$  es:

$$T = \frac{v_s}{v_g} \Big|_{A \rightarrow \infty} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (2.37)$$

## 2.6.8 Amplificador inversor sin camino de fuga

El amplificador inversor de al figura 2.16 a) posee un camino de fuga  $d$  dado por la expresión 2.7.1. Se desea construir un amplificador similar en el que  $d$  resulte nulo.

Para ello, se deberá colocar en el camino de retorno determinado por  $R_r$  algún dispositivo unidireccional que permita pasar la señal de realimentación desde la salida  $v_s$ , hacia la entrada y que por el contrario, no deje circular señal de la entrada a la salida. Esto se consigue colocando un amplificador no inversor de ganancia unitaria, tal como se observa en la figura 2.16 b). Queda en consecuencia verificar si efectivamente, la transmitancia de este circuito es la esperada e igual a  $-R_r / R_g$  para  $A \rightarrow \infty$ .

Tomando:

$$\varphi = v_d \quad ; \quad a = A \quad ; \quad \xi = A v_d \quad (2.38)$$

y abriendo el lazo tal como se ve en la figura 2.16 b) y c), resulta:

$$T_{cd} = \frac{R_r \parallel R_i}{R_g + R_r \parallel R_i} (-A) \quad (2.39)$$

$$G_L = \left|_{v_g=0} \right. = -A \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r} \quad (2.40)$$

$$T_{cf} = 0$$

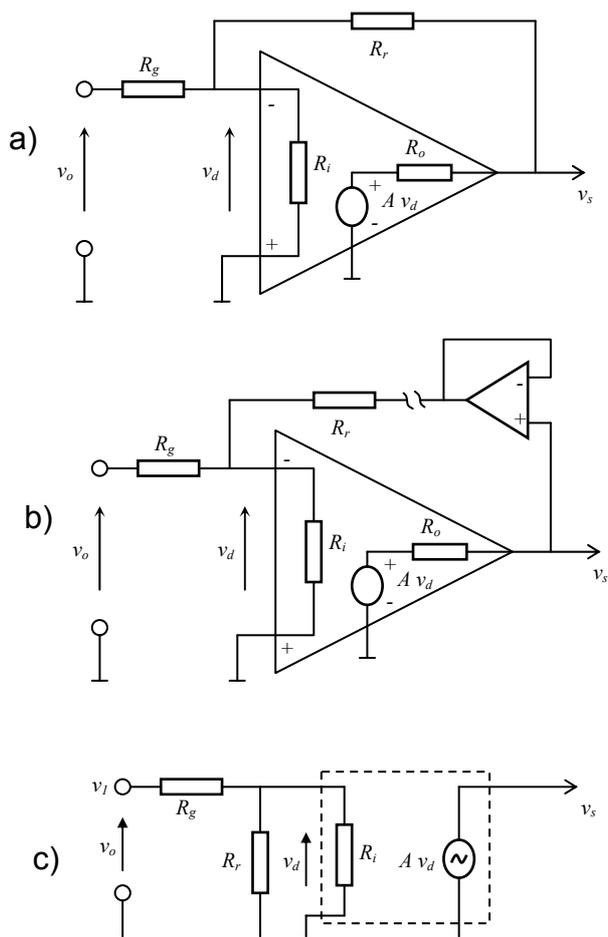


Figura 2.16: a) Amplificador inversor. b) Amplificador inversor con  $d \neq 0$ . c) Circuito equivalente para el cálculo de  $T_{cd}$ .

por lo tanto:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{\frac{R_r \parallel R_i}{R_g + R_r \parallel R_i} (-A)}{1 + A \frac{R_g \parallel R_i}{R_g \parallel R_i + R_r}} + 0 = -\frac{A R_r R_i}{R_r R_g + R_r R_i + R_g R_i (1 + A)} \quad (2.41)$$

y para  $A \rightarrow \infty$  resulta:

$$T = -\frac{R_r}{R_g} \quad (2.42)$$

Obsérvese que el resultado obtenido es el mismo que cuando el seguidor no inversor está colocado, tal como era de suponer. Eso se debe a la fuerte realimentación negativa existente, tal como se verá más adelante.