Transmitancias de sistemas analógicos realimentados

Segunda parte: Circuitos con múltiples caminos directos, ganancias del lazo y caminos de fuga

(actualización del libro **"Realimentación en Electrónica"**, Capítulo 2).

2.7 Transmitancias con múltiples caminos directos, ganancias del lazo y caminos de fuga

La expresión de la transmitancia T, tal como se vio en el apartado 2.4, ha sido desarrollada para circuitos simple entrada-simple salida con un solo camino directo, un solo lazo de realimentación y un solo camino de fuga, o que puedan considerarse de esta forma.

Por otra parte en la sección 2.6 de problemas de aplicación se han visto algunos ejemplos para utilizar dicha expresión, cuando existe más de un lazo de realimentación siempre el circuito que pueda modificarse para obtener la simplificación a un solo lazo de realimentación, sin cambiar la transmitancia del mismo.

En esta segunda parte, se mostrará como debe procederse cuando los circuitos presentan más de un lazo de realimentación, más de un camino directo y/o un camino de fuga.

Con el objeto de una presentación más clara, primero se desarrollará el caso de circuitos con varios lazos de realimentación, y posteriormente los casos cuando existen más de un camino directo y/o camino de fuga.

2.7.1 Transmitancia de un circuito con varios lazos de realimentación

Si se analiza el diagrama de la figura 2.2 de una realimentación simple utilizado en los apartados anteriores, se puede inferir que el mismo es un diagrama de flujo de señales de Mason.

Utilizando esta teoría, cuando la realimentación está formada por varios caminos distintos y simultáneos, el diagrama de flujo de señales da como resultado una forma gráfica simple de interpretar, tal como se muestra en la figura 2.17.

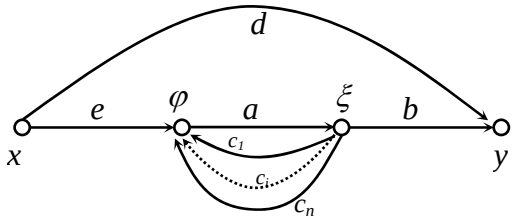

Figura 2.17: Diagrama de flujo con más de un lazo de realimentación explicitado.

En el mismo, por cada uno de los *n* caminos de realimentación, circula una señal que, partiendo de la variable controlada ξ vuelven a la variable de control φ.

Como puede observarse, los lazos de realimentación formados por c_1 a c_n, *pasan siempre por el* ***mismo*** *generador controlado explicitado* ξ, condición necesaria que se debe cumplir en todos los casos para poder utilizar este método.

Entonces:

$$\varphi = \xi\left(c_1 + \ldots + c_n\right) \qquad (2.49)$$

y la ganancia de lazo G_L será:

$$G_L = a\left(c_1 + \ldots + c_n\right) = a\,c_1 + \ldots + a\,c_n = \sum_{i=1}^{n} G_{L_i} \qquad (2.50)$$

donde G_{Li} es la ganancia del lazo i.

Por lo tanto la transmitancia T del diagrama de flujo de la figura 2.17 se escribe:

$$T = \frac{T_{cd}}{1 - \sum_{i=1}^{n} G_{L_i}} + T_{cf} \qquad (2.51)$$

Quede bien en claro que para poder utilizar la expresión anterior, deben tomarse las siguientes precauciones:

- Para el cálculo de la Transmitancia del camino directo T_{cd} es necesario que *todos los lazos de realimentación estén abiertos simultáneamente* o que puedan considerarse como tales.
- Para el cálculo de cada uno de los lazos de realimentación G_{L_i} en forma individual, es necesario que los restantes *(n-1)* lazos de realimentación estén abiertos o que puedan considerarse como tales.

  Una manera sencilla para simular esta situación es considerar que el valor del coeficiente a de la variable de control $\xi = a\varphi$ sea igual a cero para todos los caminos de realimentación, menos para el lazo de realimentación que se desea valorizar. De esta forma, quedan siempre conectadas las cargas que las distintas componentes generan a lo largo de los lazos de realimentación.

A continuación se muestran ejemplos aclaratorios del procedimiento indicado.

2.7.2 Ejemplos de aplicación

2.7.2.1 Regulador de corriente

Sea el regulador de corriente continua analizado en el ejemplo 2.6.4 y que se redibuja en la figura 2.18 a).

Si se considera al amplificador operacional como generador controlado explicitado, el circuito presenta dos lazos de realimentación, uno dado por la realimentación desde la salida del amplificador operacional a la puerta negativa, y el otro a través de la red del potenciómetro en que la señal de realimentación entra por puerta positiva del amplificador operacional.

Obsérvese que ambos lazos contienen al generador controlado explicitado A, condición necesaria para el análisis.

En consecuencia, para el lazo que reingresa por la pata negativa del Amplificador Operacional se tiene (si se supone nula a la ganancia del lazo que ingresa por la pata positiva):

$$G_{L1} = -A$$

Y para el que ingresa por la pata positiva (si se supone nula a la ganancia del lazo que ingresa por la pata negativa):

$$G_{L2} = +A\frac{R_L}{R_a + R_L}$$

Finalmente

$$G_L = -A + A\frac{R_L}{R_a + R_L} \qquad (2.52)$$

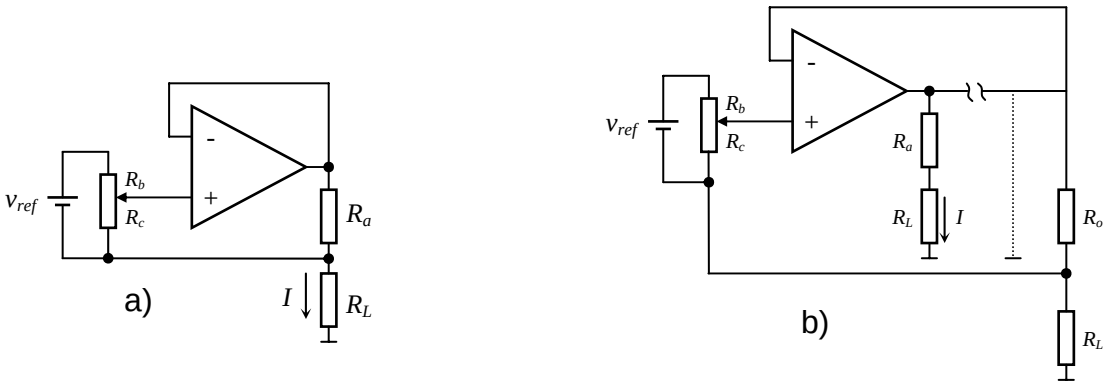

Figura 2.18: a) Regulador de corriente continua, b) Una forma de abrir el lazo.

Para el cálculo de la Transmitancia del camino directo, la figura 2.18 b) muestra una de las posibles formas de abrir los dos lazos de realimentación en forma simultánea, donde en un solo corte quedan *todos los lazos abiertos simultáneamente*.

En consecuencia: $$T_{cd} = \frac{R_c}{R_c + R_b} A \frac{1}{R_a + R_L} \qquad (2.53)$$

La Transmitancia del camino de fuga es:

$$T_{cf} = 0$$

Luego:

$$T = \frac{\frac{R_c}{R_c + R_b} A \frac{1}{R_a + R_L}}{1 + A - A\frac{R_L}{R_a + R_L}} \qquad (2.54)$$

Y si G_L es suficientemente grande ($A \rightarrow$ suficientemente grande) resulta:

$$T = \frac{R_c}{R_c + R_b}\frac{1}{R_a} \qquad (2.55)$$

Igual valor que el encontrado en la expresión 2.31.

Obsérvese también que el valor de la Ganancia del lazo G_L de la expresión 2.52 es siempre negativo, o sea que la realimentación también lo es (tal como se verá en el capítulo siguiente), a pesar de que existe un lazo de realimentación positivo (cir-

cuito estable). Tal como se verá más adelante, esta condición "autorizó" a realizar las simplificaciones necesarias para obtener la expresión 2.55.

2.7.2.2 Regulador de tensión

La figura 2.19 a) muestra un esquema clásico de regulador de tensión conocido como serie, armado con elementos discretos. Tiene la ventaja de que requiere una sola fuente de alimentación Vcc, a pesar de usar un amplificador operacional convencional.

Si bien es cierto que en la actualidad cuando se necesita un regulador se utiliza algún circuito integrado, los mismos no difieren fundamentalmente del diagrama indicado en dicha figura, salvo en el correspondiente a la tensión de referencia v_z.

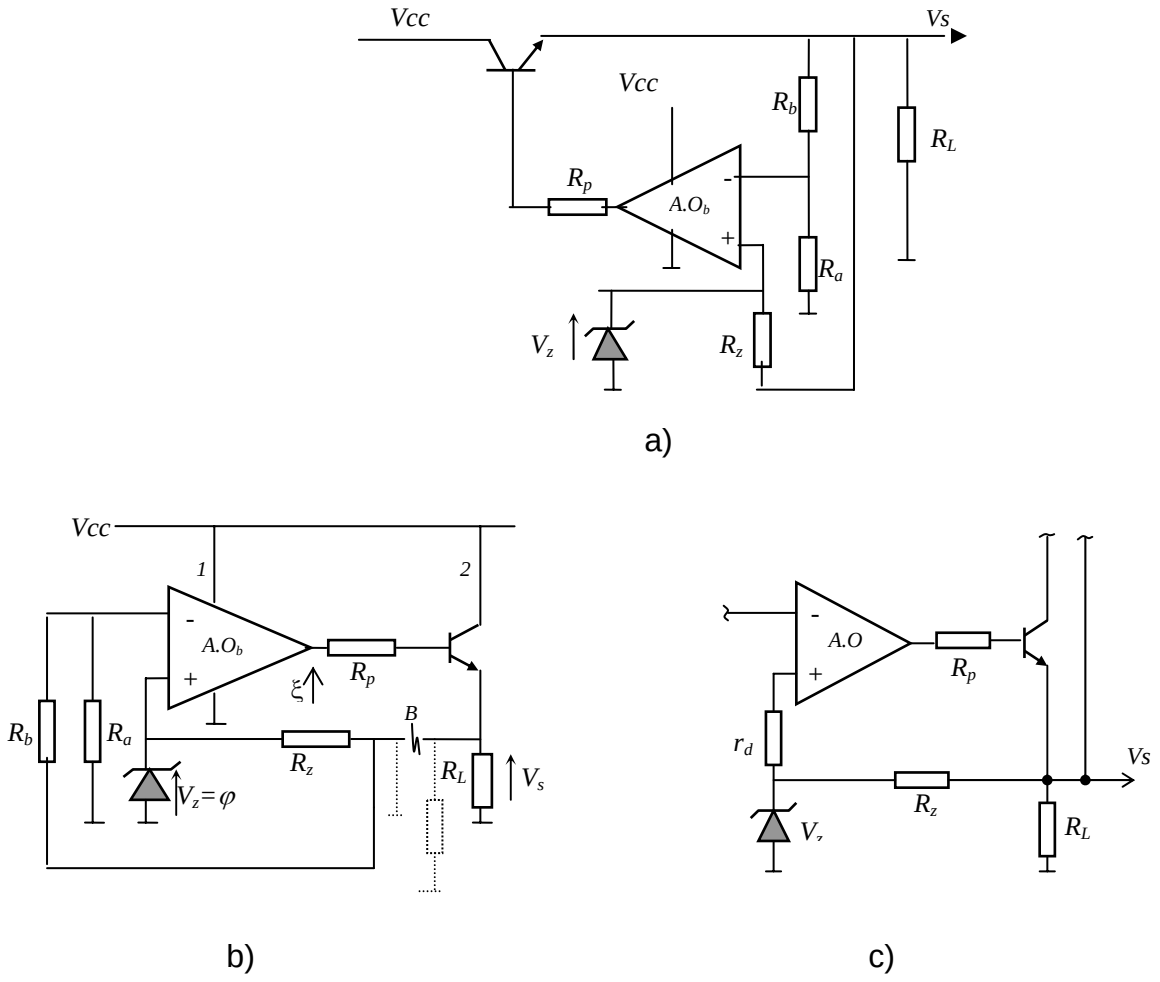

Figura 2.19: a) Regulador de tensión, b) Lazo de realimentación positivo.

El resistor R_p se coloca como protección de corriente del amplificador operacional por algún posible cortocircuito, ya que en ese caso, la salida del mismo quedará prácticamente a la tensión de tierra, que equivale a la de la alimentación negativa para el $A.O.$, con lo que la protección interna, si la tuviere puede no ser suficiente.

La tensión de alimentación para el zener V_z a través del resistor R_z se toma de la salida, para tratar de mejorar la regulación de línea. Esto se hace cuando el regulador de tensión se construye en forma discreta.

Se desea calcular la tensión de salida V_z.

Para ello se redibuja el circuito de acuerdo a la figura 2.19.b). Obsérvese que se trata entonces de un sencillo amplificador en configuración no inversora, donde la señal de entrada es la tensión V_z del diodo zener que ingresa por la pata "+" del amplificador operacional, y que la de salida es la tensión V_s sobre la carga R_L. Los resistores R_a y R_b conforman la red de realimentación negativa del amplificador.

Nótese también que existe un lazo de realimentación positivo formado por el diodo zener de referencia debido a su resistencia interna dinámica r_z, el amplificador operacional y el seguidor emisivo, cerrándose el lazo a través del resistor R_z, tal como se ve en la figura 2.19.c).

En consecuencia, debe calcularse la relación V_s/V_z de un circuito con dos lazos de realimentación.

Se adopta como generador controlado explicitado al Amplificador Operacional, ya que por el mismo pasan todas las señales del camino directo y las de las dos ganancias de lazo.

Para calcular la transmitancia del camino directo se abren simultáneamente los dos lazos de realimentación del circuito en el punto B de la figura 2.19.b). Suponiendo que el seguidor emisivo es un buen aislador (impedancia de entrada elevada y de salida baja), la línea de puntos simula las dos impedancias reflejadas que deben tenerse en cuenta cuando se abre el lazo.

En consecuencia, la Transmitancia del camino directo se escribe fácilmente:

$$T_{cd} = \left.\frac{V_s}{V_z}\right|_{lazo\ abierto} = A \times 1 = A \qquad (2.56)$$

donde A representa la ganancia del $A.O.$ y 1 es la ganancia del seguidor emisivo (que se considera ideal).

La ganancia de cada lazo de realimentación se obtiene:

a) considerando unitaria la excitación al generador controlado ξ,
b) nula la tensión de entrada v_z
c) que el valor A del generador controlado explicitado es igual a cero para el lazo al cual no se calcula su ganancia.

Por lo tanto:

$$G_L = \varphi\Big|_{\substack{\xi = A\times 1 \\ v_z = 0}} = A \times 1 \times \left(-\frac{R_a}{R_a + R_b}\right) + A \times 1 \times \left(\frac{r_z}{r_z + R_z}\right) = -A\left(\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{r_z}{r_z + R_z}\right) \qquad (2.57)$$

El primer sumando de la expresión anterior corresponde a la ganancia del lazo que ingresa al amplificador operacional por la puerta negativa y el segundo sumando a la ganancia del lazo que ingresa por la pata positiva.

Nótese que el término entre paréntesis es siempre positivo e igual prácticamente al primer sumando del mismo por ser r_z mucho menor que R_z. Se deduce en consecuencia que la influencia del lazo de realimentación positiva es muy baja.

La Transmitancia del camino de la fuga T_{cf} es prácticamente cero si se considera que la impedancia de salida del seguidor emisivo es despreciable.

Por lo tanto:

$$T = \frac{V_s}{V_z} = \frac{A}{1 + A\left(\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{r_z}{r_z + R_z}\right)} + 0 \qquad (2.58)$$

y para ganancia $A \to \infty$ (o sea para G_L suficientemente grande en valor absoluto).

$$T = \frac{V_s}{V_z} \approx \frac{R_a + R_b}{R_a} \qquad (2.59)$$

Luego:

$$V_s = \frac{R_a + R_b}{R_a} V_z \qquad (2.60)$$

Interesante resulta también resolver cual es la tensión espuria de salida debido a la tensión de zumbido e_z presente en la línea de alimentación Vcc no regulada de alimentación. En efecto, la misma entra al circuito por las dos vías a saber:

1) por la alimentación al circuito integrado (vía 1 en el dibujo de la figura 2.19.b)
2) por la alimentación el colector del transistor de paso (vía 2)

Es decir que puede considerarse como si el circuito tuviese dos entradas extras distintas, cuyos efectos individuales se suman a la salida por la característica de los circuitos lineales.

Para la vía 1 de entrada, es necesario conocer el factor S de sensibilidad de fuente positiva del $A.O.$, definida como la variación de la tensión equivalente a la entrada del amplificador operacional por voltio de variación de la tensión de alimentación positiva. Entonces, la señal de entrada equivalente de zumbido al circuito, será una tensión $e_z' = S\, e_z$ ubicada en serie con los bornes de entrada del $A.O$. En consecuencia, e_z' también quedará en serie con la tensión de referencia v_z, por lo que la transmitancia será por lo tanto:

$$v_s\big|_{zumbido\ por\ vía\ 1} \approx \frac{R_a + R_b}{R_a} e_z' = \frac{R_a + R_b}{R_a} S\, e_z \qquad (2.61)$$

Para la vía 2 de entrada, el zumbido e_z ingresa al circuito por la conductancia h_{oe} del transistor de paso, formando un camino completamente independiente tal como se muestra en la figura 2.20. El resistor $1 / h_{oe}$ puede dibujarse entonces exterior al circuito regulador, y en consecuencia considerar al transistor de paso ideal (o sea de impedancia de salida infinita), motivo por el cual no puede ingresar por el colector del mismo ninguna señal proveniente de la fuente de alimentación.

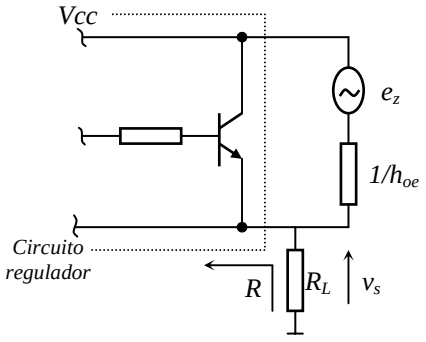

Figura 2.20: Esquema equivalente de la forma como ingresa el zumbido por vía 2.

Obsérvese también que e_z puede considerarse como un generador exterior que entra directamente al borne de salida del regulador a través del resistor $1/h_{oe}$. Si se supone que R_o representa la impedancia de salida del regulador, la tensión de salida de zumbido a la vía 2 puede escribirse:

$$v_s\Big|_{\text{zumbido por vía 2}} = \frac{R_o \,\|\, R_L}{R_o \,\|\, R_L + 1/h_{oe}} e_z \approx \frac{R_a\, h_{oe}}{1 + R_o\, h_{oe}} e_z \qquad (2.62)$$

por ser $R_o << R_L$

En el capítulo cuatro se mostrará un método para calcular el valor de impedancias en general, que se puede utilizar en este caso para el cálculo de la impedancia de salida del regulador.

2.7.2.3 Filtro pasabajo de segundo orden

Sea el circuito de la figura 2.21, del que se necesita obtener su función transferencia: v_s / v_g.

Obsérvese la presencia de dos lazos de realimentación, ambos negativos, dados por los resistores R_2 y R_3. En este caso se adopta como generador controlado explicitado a un generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria, colocado a la salida del primer amplificador operacional, antes del resistor R_5, tal como se muestra en la figura (2.21). De esta forma, tanto el camino directo como los dos lazos de realimentación pasan por el generador controlado explicitado auxiliar.

Para el cálculo de la Transmitancia del camino directo se abre cada lazo por separado pero simultáneamente, tal como se observa en la figura (2.21), debiéndose reflejar siempre las impedancias que correspondan a cada abertura.

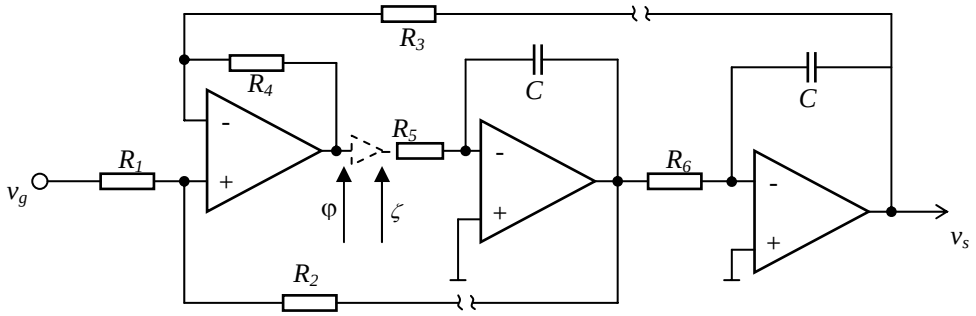

Figura 2.21: Filtro pasabajo de segundo orden.

Resumiendo, se tiene entonces:

$$T_{cd} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(\frac{R_4 + R_3}{R_3}\right)(1)\left(-\frac{1}{s\,C\,R_5}\right)\left(-\frac{1}{s\,C\,R_6}\right) \qquad (2.66)$$

$$G_{L_1} = (1)\left(-\frac{1}{s\,C\,R_5}\right)\frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right) \qquad (2.67)$$

para el lazo conformado por R_2

$$G_{L_2} = (1)\left(-\frac{1}{s\,C\,R_5}\right)\left(-\frac{1}{s\,C\,R_6}\right)\left(-\frac{R_4}{R_3}\right) \qquad (2.68)$$

para el lazo conformado por R_3.

En consecuencia:

$$T = \frac{\dfrac{R_2}{R_3}\dfrac{R_3+R_4}{R_1+R_2}\dfrac{1}{s^2 C^2 R_5 R_6}}{1+\dfrac{1}{sCR_5}\left[\dfrac{R_1(R_3+R_4)}{R_3(R_1+R_2)}+\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{1}{sCR_6}\right]} \qquad (2.69)$$

$$= \frac{R_2(R_3+R_4)}{R_4(R_1+R_2)}\frac{1}{s^2C^2\dfrac{R_3R_5R_6}{R_4}+sC\dfrac{R_1R_6(R_4+R_3)}{R_4(R_1+R_2)}+1}$$

2.7.3 Expresión general de la transmitancia

En el apartado anterior se analizaron circuitos que poseen varios lazos de realimentación. Debido a la facilidad de implementar circuitos utilizando amplificadores operacionales, cada vez es más frecuente encontrar circuitos que tienen más de un camino directo. En esta sección se estudiarán aquellos que poseen más de un camino directo, más de un camino de fuga y de un lazo de realimentación.

La condición que siempre debe cumplirse es que todos los caminos directos y todos los lazos de realimentación pasen por el *mismo* generador controlado explicitado y que el camino de fuga no toque ningún punto de un lazo de realimentación. El diagrama de flujo resulta entonces como el de la figura 2.22.

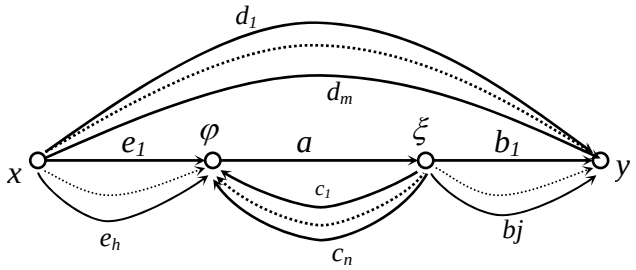

Figura 2.22: Diagrama de flujo de un circuito que posee varios lazos de realimentación, varios caminos directos y varios caminos de fuga.

Puede decirse entonces que:

$$\begin{aligned} \varphi &= x\sum_{i=1}^{h} e_i + \xi\sum_{i=1}^{n} c_i \\ y &= x\sum_{i=1}^{m} d_i + \xi\sum_{i=1}^{j} b_i \\ \xi &= a\cdot\varphi \end{aligned} \qquad (2.70)$$

Operando resulta:

$$T = \frac{y}{x} = \frac{a\sum_{i=1}^{h} e_i \sum_{i=1}^{j} b_i}{1-a\sum_{i=1}^{n} e_i} + \sum_{i=1}^{m} d_i \qquad (2.71)$$

donde:

$$a\sum_{i=1}^{n} e_i = \sum_{i=1}^{n} G_{L_i} \qquad (2.72)$$

es la sumatoria de los lazos individuales i, como se vio en el apartado anterior.

El Producto:

$$a\sum_{i=1}^{h} e_i \sum_{i=1}^{j} b_i = a\,e_1\,b_1 + \ldots + a\,e_h\,b_j = \sum_{i=1}^{h\cdot j} T_{cd_i} \qquad (2.73)$$

contendrá $h.j$ términos que no son otra cosa que los $h.j$ distintos caminos directos T_{cdi} por donde circulará señal.

La Transmitancia del camino de fuga T_{cf} resulta:

$$T_{cf} = \sum_{i=1}^{m} T_{cf_i} \qquad (2.74)$$

En consecuencia:

$$T = \frac{y}{x} = \frac{\sum_{i=1}^{h\cdot j} T_{cd_i}}{1 - \sum_{i=1}^{n} G_{L_i}} + \sum_{i=1}^{m} T_{cf_i} \qquad (2.74)$$

Aún cuando la expresión (2.74) es la forma más general para calcular transmitancias de circuitos, tiene algunas muy pocas limitaciones en la práctica para su utilización como por ejemplo cuando existen dos o más lazos de realimentación que no se toquen entre si. El análisis de los mismos escapa al alcance de este texto, por ser situaciones muy poco frecuentes en electrónica. Una forma de estudiar estos casos es utilizando la expresión general de diagramas de flujo de Mason.

A continuación se analizarán varios ejemplos.

2.7.4 Ejemplos de aplicación

2.7.4.1 Filtro muesca

Sea el filtro muesca de la figura (2.23). Posee dos lazos de realimentación, uno que va desde la salida del tercer amplificador operacional a la entrada inversora del primero y el otro desde la salida del segundo amplificador operacional a la entrada positiva del primero, y dos caminos directos, uno en que la señal pasa por los cuatro amplificadores operacionales y otro que solo circula por el primero y cuarto amplificador operacional.

A este último camino se lo conoce en la literatura como de *posalimentación* o *feedforward*, pues saltea las etapas dos y tres con respecto al otro camino directo.

Obsérvese que para utilizar la expresión general *(2.68)* debe cumplirse que todos los caminos directos y que todos los lazos de realimentación pasen por el mismo generador controlado explicitado. Ello se logra ubicando un generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria a la salida del primer operacional, tal como se ve en la figura 2.24.

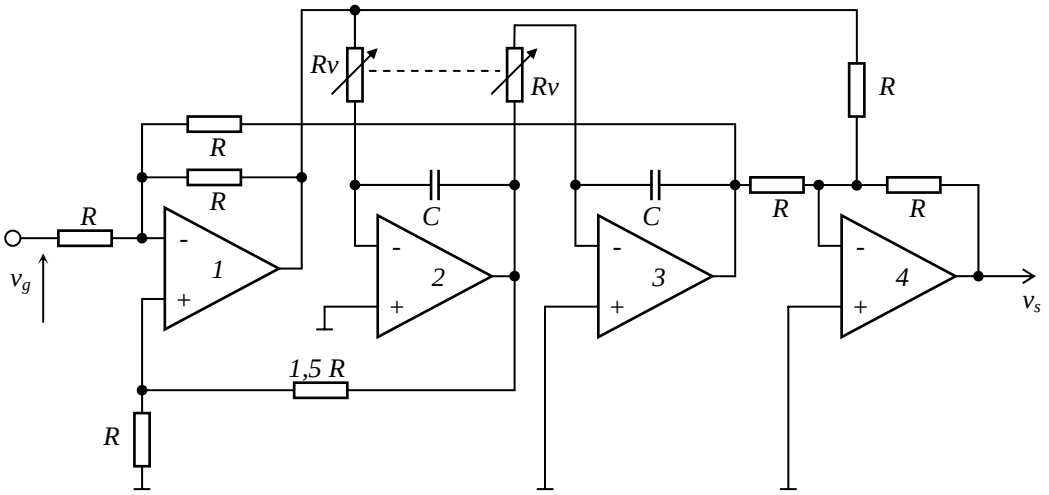

Figura 2.23: Filtro muesca que posee dos caminos directos y dos lazos de realimentación.

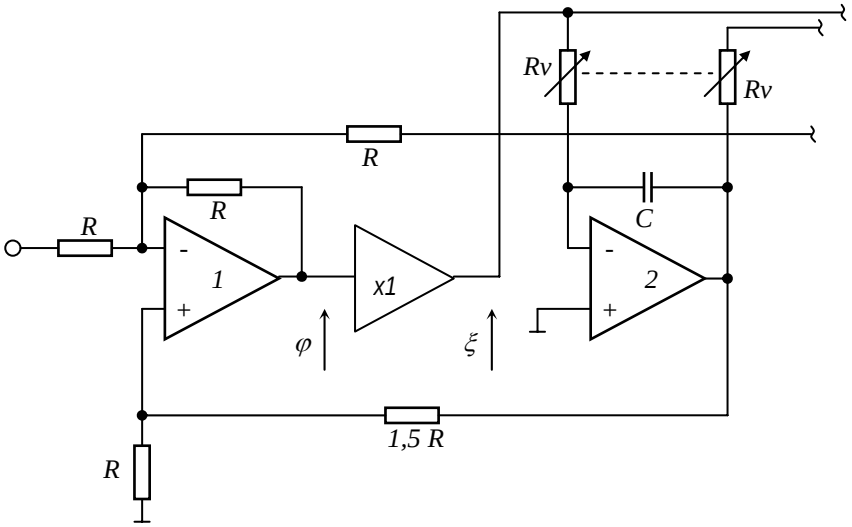

Figura 2.24: Ubicación del generador auxiliar como generador controlado explicitado en el circuito de la figura 2.23.

En consecuencia, suponiendo que se abren los lazos de realimentación a las salidas de los amplificadores operacionales 2 y 3:

$$T_{cd_1} = (-1)(+1)\frac{-1}{s\,C\,R_v}\frac{-1}{s\,C\,R_v}(-1) = \frac{1}{(s\,C\,R_v)^2}$$

$$T_{cd_2} = (-1)(+1)(-1) = 1$$

$$G_{L_1} = (+1)\frac{-1}{s\,C\,R_v}\frac{R}{R+1{,}5\,R}\frac{R+R\,\|\,R}{R\,\|\,R} = -\frac{1{,}5}{1{,}25}\frac{1}{s\,C\,R_v} \qquad (2.75)$$

$$G_{L_2} = (+1)\frac{-1}{s\,C\,R_v}\frac{-1}{s\,C\,R_v}(-1) = -\frac{1}{(s\,C\,R_v)^2}$$

$$T_{cf} = 0$$

Operando con $\tau_v = CR_v$ resulta:

$$T = \frac{v_s}{v_g} = \frac{1 + s^2 \tau_v^2}{s^2 \tau_v^2 + 1{,}2\ s\tau_v + 1} \qquad (2.76)$$

O sea la expresión de un filtro ranura cuya frecuencia de atenuación máxima está en:

$$f = \frac{1}{2\pi C R_v} \qquad (2.77)$$

2.7.4.2 Filtro universal de variable de estado

Sea el filtro universal de variable de estado de la figura 2.25 donde solo se analizará la salida v_{s4} que corresponde a un filtro ranura. Se deja al lector el análisis para las otras salidas.

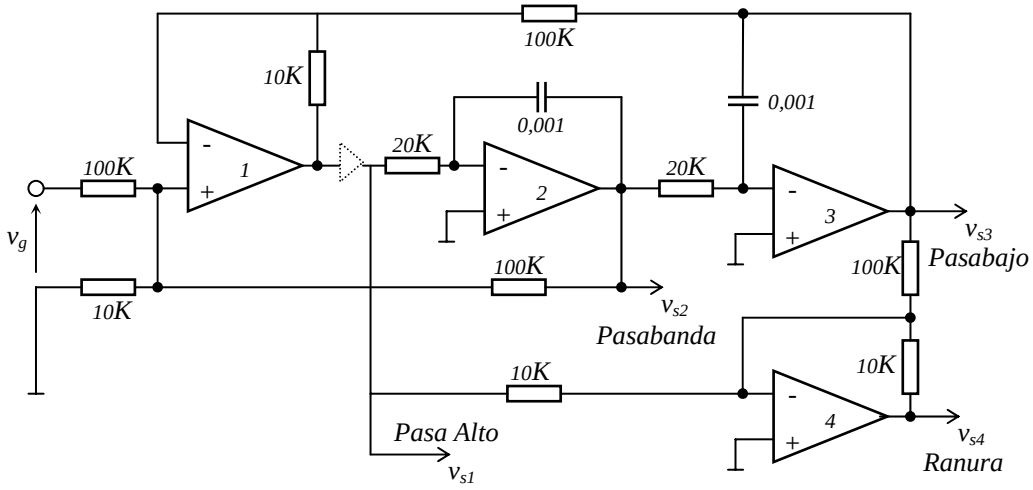

Figura 2.25: Filtro universal de variable de estado.

En este caso:

a) Se supone un generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria a la salida del primer amplificador operacional, tal como se ve en figura 2.25.

b) Existen dos caminos directos:

$$T_{cd_1} = \frac{10k \| 100k}{100k + 10k \| 100k} \frac{100k + 10k}{100k} (1) \frac{-1}{s \cdot 20k \cdot 0{,}001.10^{-6}} \times$$
$$\times \frac{-1}{s \cdot 20k \cdot 0{,}001.10^{-6}} \left(-\frac{100k}{10k} \right) \approx \frac{0{,}917}{s^2 \cdot \left(20.10^{-6}\right)^2} \qquad (2.78)$$
$$T_{cd_2} = \frac{10k \| 100k}{10k \| 100k + 100k} \frac{100k + 10k}{100k} (1) \left(-\frac{100k}{10k} \right) \approx -0{,}917$$

c) Existen dos lazos de realimentación:

$$G_{L_1} = (1)\frac{-1}{s\cdot 20k\cdot 0{,}001.10^{-6}}\frac{10k \,\|\, 100k}{100k + 10k \,\|\, 100k}\frac{10k+100k}{100k} \approx -\frac{0{,}0917}{s\cdot 20.10^{-6}}$$
$$G_{L_2} = (1)\frac{-1}{s\cdot 20k\cdot 0{,}001.10^{-6}}\frac{-1}{s\cdot 20k\cdot 0{,}001.10^{-6}}\left(-\frac{10k}{100k}\right) \approx \frac{-0{,}1}{s^2\left(20.10^{-6}\right)^2} \qquad (2.79)$$

d) La transmitancia final con $\tau = 20.10^{-6}$

$$T = -\frac{\dfrac{0{,}917}{s^2\tau^2} + 0{,}917}{1 + \dfrac{0{,}0917}{s^2} + \dfrac{0{,}1}{s^2\tau^2}} = -9{,}17\frac{1+s^2\tau^2}{s^2\cdot 10\tau^2 + s\cdot 0{,}917\tau + 1} \qquad (2.80)$$

donde la frecuencia de ranura es para

$$f = \frac{1}{2\pi\cdot 20.10^{-6}} = 7.958\ c/seg$$

2.7.4.3 Filtro bicuadrático

Sea el filtro bicuadrático de la figura 2.26. Se desea encontrar su función transferencia.

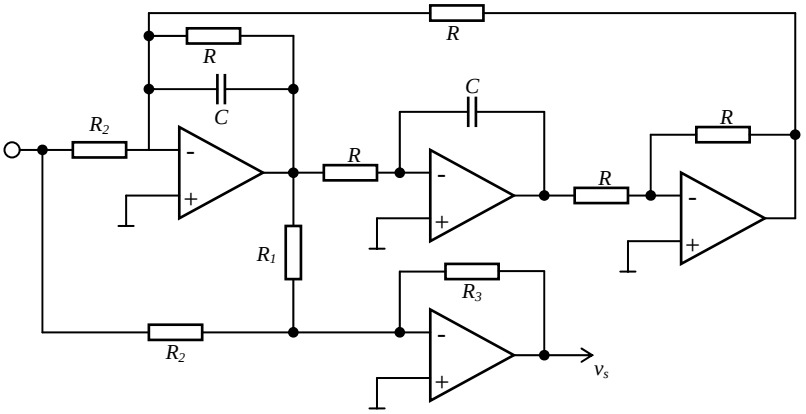

Figura 2.26: Filtro bicuadrático.

En este caso se coloca un generador controlado explicitado de ganancia unitaria a la salida del primer amplificador operacional. En consecuencia, poseería aparentemente dos caminos directos, pero uno de ellos, el que está determinado por R_2 no toca al lazo de realimentación, es decir, no pasa por el generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria. Más aún, este camino es el *camino de fuga* d.

.

Entonces:

$$T_{cd} = \frac{-R \,\|\, 1/sC}{R_2}(1)\left(-\frac{R_3}{R_1}\right) = \frac{R_2\,R_3}{R_1}\frac{1}{1+sCR} \qquad (2.81)$$

$$G_L = (1)\frac{-1}{sCR}(-1)\left(-\frac{1}{1+sCR}\right) \qquad (2.82)$$

$$T_{cf} = -\frac{R_3}{R_2} \qquad (2.83)$$

Luego:

$$T = \frac{\dfrac{R_1 R_3}{R_1 R_2}\dfrac{1}{1+sCR}}{1+\dfrac{1}{sCR(1+sCR)}} + \left(-\frac{R_3}{R_2}\right) \qquad (2.84)$$

$$= -\frac{R_3}{R_2}\frac{1+sCR\left(1-\dfrac{R}{R_1}\right)+s^2C^2R^2}{1+sCR+s^2C^2R^2}$$

Obsérvese que si $R_1 = R$, resulta un filtro ranura para la frecuencia:

$$f = \frac{1}{2\pi R_c}$$