

CAPÍTULO IV

Variación de impedancias debido a la realimentación

4.1 Introducción

Tal como se mostró en capítulos precedentes, la realimentación modifica parámetros de un circuito electrónico en todos aquellos puntos por los que las distintas señales de los lazos de realimentación circulan. Por ello, los valores de impedancias asociadas con los mismos no son ajenos a este fenómeno y por ende resultan modificados de distintas maneras, dependiendo fundamentalmente del signo de la realimentación y los tipos y modos de realimentación.

Estas circunstancias son usadas a menudo para modificar niveles de impedancias con el objeto de conseguir comportamientos predeterminados. En consecuencia, resulta importante poder calcular en forma sencilla las impedancias que presentan los sistemas realimentados.

El principio del método que se describe a continuación se debe a *H. W. Bode* quién lo publicó en 1945 en su libro *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*.

Para ello, previamente deben definirse algunos conceptos fundamentales que se desarrollan a continuación.

4.2 Diferencia de retorno para entrada nula

Las distintas definiciones de *diferencias de retorno* proporcionan parámetros importantes dentro de la teoría de la realimentación, pues muchos de los efectos que ellas producen pueden interpretarse y medirse precisamente por estos valores.

En particular, en este punto se analizará la ***diferencia de retorno para entrada nula***.

Para una mejor interpretación de la misma, se utiliza el diagrama de flujo de la *figura 2.6* que por conveniencia se reproduce en la *figura 4.1*.

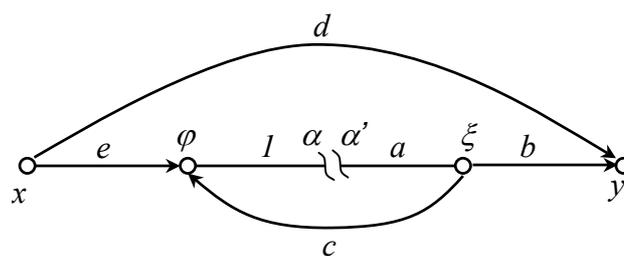


Fig. 4.1: Diagrama de flujo convenientemente abierto para interpretar la diferencia de retorno.

Recordando la definición de la ganancia del lazo G_L del *capítulo 2, punto 2.3.2*, a la rama que contiene al parámetro a se la divide en dos tramos formando los puntos α y α' en cada extremo. El tramo desde la variable φ al extremo α queda con valor de transmitancia igual a uno y el tramo desde la variable α' al extremo ξ con valor de transmitancia igual a a . En particular, cuando la entrada x es igual a cero y se inyecta una señal unitaria en α' , la señal que vuelve a α es la Ganancia del Laço G_L definida anteriormente.

Si ahora se hace la diferencia matemática entre la señal unitaria que se inyecta en α' y la que vuelve al punto α , al resultado se lo conoce como *diferencia de retorno para entrada nula* F_a , con referencia al parámetro a , o sea con referencia al generador controlado explicitado, en cuya rama se ha abierto el lazo. Luego, en este caso es:

$$F_a = 1 - ac = 1 - G_L \quad (4.1)$$

En general, una diferencia de retorno para entrada nula con referencia a un determinado elemento brinda una medida de la realimentación existente asociada con dicho elemento.

Como se desprende de la ecuación (4.1), la diferencia de retorno para entrada nula no es otra cosa que el denominador de la expresión de la Transmitancia T del circuito. Obsérvese que para el caso de una realimentación negativa, el módulo de F_a es en general mayor que uno y que cuando mayor sea el valor de G_L en valor absoluto, mayor será el de F_a , o sea, es una medida de la cantidad de realimentación asociada con el parámetro de referencia a .

Obsérvese también que si el sistema posee más de un lazo de realimentación, la definición de diferencia de retorno para entrada nula no varía, y que los conceptos indicados son extensibles también para esos casos.

Como ejemplo, sea el circuito del amplificador inversor de la *figura 4.2*.

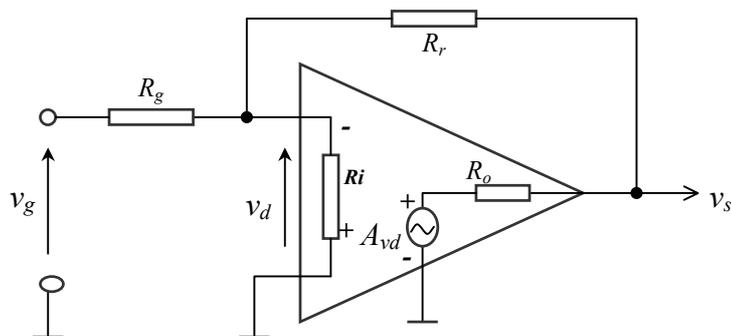


Fig. 4.2: Circuito amplificador inversor

En el *capítulo 2*, la expresión de G_L se calculó en (2.14)

$$G_L = -\frac{A \times (R_g \parallel R_i)}{R_f + R_o + R_g \parallel R_i} \quad (4.2)$$

Por lo tanto:

$$F_a = 1 - G_L = 1 + A \times \frac{R_g \parallel R_i}{R_f + R_o + R_g \parallel R_i} \quad (4.3)$$

4.3 Diferencia de retorno para salida nula

Se denomina ***diferencia de retorno para salida nula*** F'_a a la diferencia de retorno que se calcula cuando una entrada x_n distinta de cero se ajusta para conseguir salida igual a cero.

En efecto, con referencia al diagrama de flujo de la *figura 4.1*, obsérvese que para tener una salida nula, es necesario que exista un camino d tal que para una determinada entrada de valor x_n , ésta compense en la salida el valor que produce una señal unitaria introducida en α' . En estas circunstancias se calcula la ganancia del lazo G_{L_n} como el valor de la señal α_n en el punto α .

O sea que se debe cumplir simultáneamente que:

$$y = 1 \times a \times b + x_n \times d = 0 \quad (4.4)$$

$$y \quad \alpha_n = G_{Ln} = 1 \times a \times c + x_n \times e \quad (4.5)$$

Operando:

$$x_n = -\frac{ab}{d}$$

y el valor de la ganancia del lazo G_{Ln} dado por la señal en el extremo α resulta:

$$G_{Ln} = 1 \times a \times c + x_n \times e = ac - \frac{eab}{d} \quad (4.6)$$

Finalmente, la diferencia de retorno para salida nula con referencia al parámetro a valdrá:

$$F'_a = 1 - G_{Ln} = 1 - ac + \frac{eab}{d} = 1 - G_L + \frac{T_{cd}}{T_{cf}} = F_a + \frac{T_{cd}}{T_{cf}} \quad (4.7)$$

Obsérvese nuevamente que F'_a únicamente está definida cuando $T_{cf} \neq 0$, o sea que debe existir el camino de fuga tal que permita que parte de la señal de entrada llegue a la salida sin pasar por el generador controlado y pueda anular de esa forma al flujo de señal proveniente de α' (en caso contrario habría en la expresión 4.7 una división por 0).

Quede en claro que si el sistema posee más de un lazo de realimentación, la definición de diferencia de retorno para salida nula no varía, y que los conceptos indicados son extensibles también para esos casos.

Como ejemplo, se calcula el valor de F'_a del amplificador inversor de la figura 4.2. Si se utiliza la expresión (4.7), bastará conocer los valores de T_{cd} y T_{cf} proporcionados por las expresiones (2.10) y (2.15) del capítulo 2. En consecuencia:

$$F'_a = 1 + A \frac{R_g \parallel R_i}{R_r + R_o + R_g \parallel R_i} + \frac{\frac{(R_r + R_1) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_1) \parallel R_i} (-A) \frac{R_2}{R_o + R_2}}{\frac{R_2}{R_o + R_2} \frac{(R_r + R_o) \parallel R_i}{R_g + (R_r + R_o) \parallel R_i}} \quad (4.8)$$

4.4 Diferencia de retorno complementaria

La **diferencia de retorno complementaria** \overline{F}_a no es de utilidad práctica para el cálculo de impedancias. Sin embargo, existen métodos que la utilizan para encontrar valores de transmitancias de circuitos.

A título informativo y al solo efecto de mostrar alguna de sus propiedades se muestra a continuación un método de cálculo que utiliza estos parámetros para la determinación de transmitancias.

Se denomina diferencia de retorno complementaria \overline{F}_a con referencia a un determinado elemento a , a la diferencia de retorno respecto de la rama a cuando la entrada se ajusta de tal forma que la suma entre la señal de entrada x_c y de salida y_c sea igual a cero.

La diferencia de retorno complementaria \overline{F}_a adquiere especial significado cuando la transmitancia del camino de fuga T_{cf} es igual a cero. El cálculo de la misma es por

lo general complicado si se lo desea obtener para $T_{cf} \neq 0$ y no presenta utilidad práctica en esos casos.

Con referencia al diagrama de flujo de la *figura 4.1*, se debe suponer que $d = 0$. Entonces, la entrada x_c debe ser tal que (para $\alpha' = 1$):

$$x_c + y_c = 0 = x_c + a \times b \times 1 \quad (4.9)$$

Por lo tanto

$$x_c = -ab \quad (4.10)$$

y el valor α_c de la señal en el extremo α será:

$$\alpha_c = G_{Lc} = x_c \times e + 1 \times a \times c = -eab + ac \quad (4.11)$$

Por lo tanto

$$\overline{F}_a = 1 - G_{Lc} = 1 - ac + eab = 1 - G_L + T_{cd} \quad (4.12)$$

Nótese que \overline{F}_a resulta igual a F'_a cuando $d=1$.

De la expresión (4.12) se obtiene:

$$T_{cd} = \overline{F}_a - F_a \quad (4.13)$$

con lo que la transmitancia T de un cuadripolo puede también escribirse como:

$$T = \frac{\overline{F}_a - F_a}{F_a} \quad (4.14)$$

para aquellos casos en que $d = 0$.

Como ejemplo, se analizará el circuito de la *figura 2.10 a)* que se repite en la *figura 4.3* y donde $T_{cf} = 0$. La expresión (2.27) brinda el valor de G_L , a saber:

$$G_L = -\frac{R_a}{R_c} \frac{1}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} \quad (4.15)$$

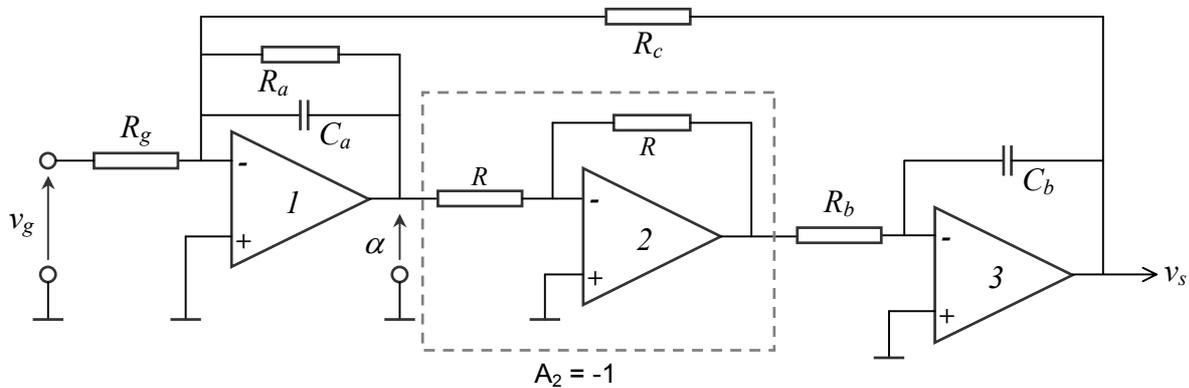


Fig. 4.3: Filtro pasa bajo

Como se ha tomado la ganancia de la etapa del amplificador operacional 2 como generador controlado, resulta para la diferencia de retorno con entrada nula:

$$F_{A_2} = 1 - G_L = 1 + \frac{R_a}{R_c} \frac{1}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} = \frac{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} \quad (4.16)$$

Si se desea calcular el valor de la entrada v_{gc} para salida nula, se tiene, de acuerdo a (4.9):

$$v_{gc} + v_{sc} = v_{gc} + (-1) \times \frac{-1}{s C_b R_b} = 0 \quad (4.17)$$

Por lo tanto:

$$v_{gc} = -\frac{1}{s C_b R_b} \quad (4.18)$$

Entonces, el valor de α_c será:

$$\begin{aligned} \alpha_c = G_{Lc} &= \left(\frac{-1}{s C_b R_b} \right) \frac{R_a}{R_g} \frac{-1}{1 + s C_a R_a} + (-1) \left(-\frac{1}{s C_b R_b} \right) \left(-\frac{R_a}{R_c} \frac{1}{1 + s C_a R_a} \right) = \\ &= \frac{\frac{R_a}{R_c} - \frac{R_a}{R_g}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} \end{aligned} \quad (4.19)$$

y

$$\begin{aligned} \bar{F}_{A_2} = 1 - G_{Lc} &= 1 + \frac{-\frac{R_a}{R_g} + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} = \\ &= \frac{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) - \frac{R_a}{R_g} + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} \end{aligned} \quad (4.20)$$

La transmitancia T resulta, según ecuación (4.14):

$$\begin{aligned} T &= \frac{\bar{F}_{A_2} - F_{A_2}}{F_{A_2}} = \\ &= \frac{\frac{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) - \frac{R_a}{R_g} + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)} - \frac{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)}}{\frac{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) + \frac{R_a}{R_c}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a)}} = \\ &= -\frac{\frac{R_a}{R_g}}{s C_b R_b (1 + s C_a R_a) + \frac{R_a}{R_c}} = \\ &= -\frac{R_c}{R_g} \frac{1}{s^2 C_b R_b C_a R_c + s C_b R_b \frac{R_c}{R_a} + 1} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Expresión igual a la (2.28.1)

H. W. Bode definió también otras expresiones relacionadas con diferencias de retorno que no se presentan en este texto y que hacen fundamentalmente a los circuitos con múltiples lazos de realimentación explicitados.

4.5 Expresión de una transmitancia utilizando los conceptos anteriores

Para ciertos cálculos en cuadripolos activos realimentados, es conveniente modificar parcialmente la expresión de la transmitancia T de (2.16) para adaptarla a las necesidades de cada caso, utilizando los conceptos anteriores de diferencia de retorno para entrada nula y diferencia de retorno para salida nula.

En efecto, de acuerdo al diagrama de flujo de la figura 2.2 puede escribirse:

$$T = \frac{T_{cd}}{1 - G_L} + T_{cf} = \frac{eab}{1 - ac} + d \quad (4.22)$$

Operando:

$$T = \frac{eab + d(1 - ac)}{1 - ac} = \frac{d}{1 - ac} \left(1 - ac + \frac{eab}{d} \right) = T_{cf} \times \frac{F'_a}{F_a} \quad (4.23)$$

Esta ecuación es una forma alternativa para obtener valores de una transmitancia T , ya que puede expresarse como que la misma es igual al camino de fuga T_{cf} multiplicado por la diferencia de retorno para salida nula F'_a y dividida por la diferencia de retorno para entrada nula F_a .

Presenta ciertas características especiales. Nótese que para poder utilizarla es necesario que el valor del camino de fuga sea distinto de cero, es decir, que la expresión (4.23) solo es válida cuando T_{cf} es finito, y que por otra parte, es necesario conocer las diferencias de retorno para entrada y salida nula, las que están directamente relacionadas con ganancias de lazos. Quede en claro que dichas ganancias de lazo deben contener siempre al valor del generador controlado explicitado.

Sin embargo en algunas circunstancias resulta que la expresión (4.23) simplifica ciertos cálculos, siendo en consecuencia más útil que la expresión (4.22).

En particular, si la relación salida-entrada buscada es sobre una misma puerta, es decir que lo que se desea es calcular una inmitancia, la expresión (4.23) no pierde generalidad, sino que, por el contrario, se aplica con mayor facilidad tal como se verá más adelante.

4.6 Relación causa-efecto

El concepto de relación causa-efecto en la naturaleza, indica que toda excitación (*causa*) que acciona sobre un sistema, produce una respuesta (*efecto*), la cual depende únicamente del sistema y de la excitación, es decir, que conociendo la causa o excitación y el sistema, se puede encontrar el efecto o respuesta.

Este concepto puede representarse matemáticamente por un producto de la siguiente manera: si $E(s)$ es la causa o excitación, $H(s)$ la función del sistema y $R(s)$ la respuesta o efecto, entonces:

$$R(s) = H(s) \times E(s) \quad (4.24)$$

que se interpreta gráficamente según la figura 4.4

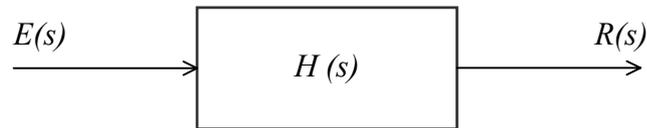


Fig. 4.4

Obsérvese que $H(s)$ relaciona la excitación con la respuesta, o sea, representa la relación causa-efecto entre la entrada y la salida del sistema. En consecuencia, quede bien en claro que si excitamos a un sistema o circuito eléctrico, se producirá una respuesta o efecto, cuyo valor nos permitirá evaluar de alguna manera el sistema o sea su función $H(s)$. En consecuencia, la expresión matemática del sistema $H(s)$ resulta, de (4.24):

$$\frac{R(s)}{E(s)} = H(s) \quad (4.25)$$

El caso más común en electrónica es cuando se calcula la ganancia o la transmitancia de un circuito, donde $H(s)$ resulta igual a la Transmitancia $T(s)$.

En particular, si se desea tomar la respuesta $R(s)$ sobre la misma puerta de la excitación $E(s)$, al sistema $H(s)$ se lo conoce con el nombre genérico de *Inmitancia*. El ejemplo más común en este caso resulta cuando se excita con un generador de corriente a un circuito y se mide la respuesta como la tensión que se genera en los mismos bornes del generador, *figura 4.5*. En este caso resulta:

$$I(s) \times H(s) = V(s) \quad (4.26)$$

que equivale decir

$$I(s) \times Z(s) = V(s) \quad (4.27)$$

donde $Z(s)$ es la impedancia que presenta el circuito a la excitación en los bornes A-B del mismo.

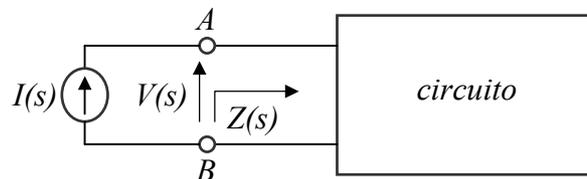


Fig. 4.5: Medición de la impedancia en bornes A-B de un circuito

Análogamente si la excitación fuese una tensión entre los bornes A-B de un circuito tal como se muestra en figura 4.6 y como respuesta o efecto resultante se considera a la corriente que circula por los mismos bornes, se estaría en condiciones de evaluar la admitancia del circuito en dicha puerta. En efecto:

$$V(s) \times H(s) = I(s) \quad (4.28)$$

ó

$$V(s) \times Y(s) = I(s) \quad (4.29)$$

donde $Y(s)$ es la admitancia que presenta el circuito a la excitación en los bornes A-B del mismo.

Quede en claro entonces que para calcular impedancias, debe excitarse siempre con un generador de corriente y evaluar la tensión que se genera en bornes del mismo. Análogamente para calcular admitancias se debe excitar con un generador de tensión y calcular la corriente que circula por él. No proceder de esta forma puede llevar a errores de cálculo importante.

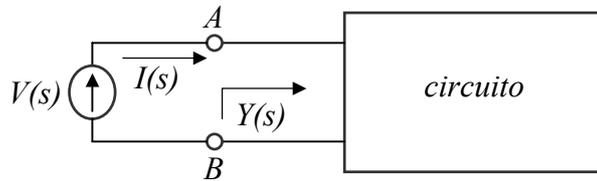


Fig. 4.6: Medición de la admitancia en bornes A-B de un circuito

Una forma práctica de trabajo supone que los generadores excitadores sean unitarios, con lo que la respuesta brindará directamente el valor de $H(s)$ buscado.

Además, obsérvese que en ningún momento se aclaró si las impedancias y/o admitancias a medir fuesen de entrada, de salida o intermedias. En efecto, el concepto involucrado en la relación *causa-efecto*, sirve indistintamente para cualquiera de estas circunstancias.

4.7 Cálculo de impedancias

Como ejemplo de procedimiento de cálculo de la impedancia que presenta una puerta cualquiera de un circuito, se utilizará el esquema de figura 4.5), empleando la expresión 4.23.

Para ello y de acuerdo al punto anterior, debe excitarse con un generador de corriente $I(s)$ y encontrar la tensión que se desarrolla entre sus bornes, cuando todos los generadores independientes exteriores que accionan sobre el circuito se hacen igual a cero.

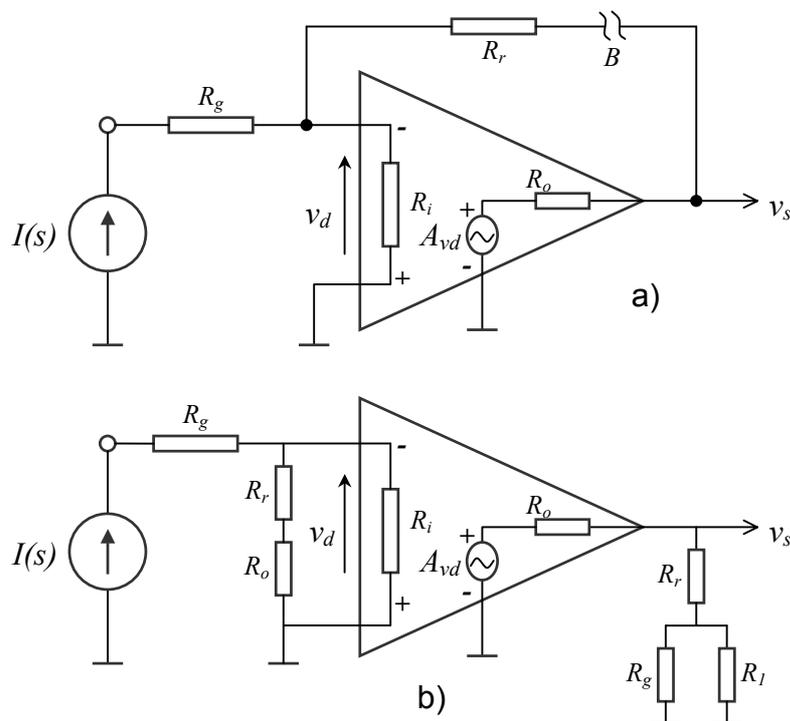


Fig. 4.7: a) Circuito amplificador inversor. b) Circuito equivalente cuando se abre el lazo de realimentación en B

Entonces se procede de la siguiente manera:

Paso 1: Se calcula la Transmitancia del camino de fuga. En estas condiciones resulta:

$$d = T_{cf} = \left. \frac{y}{x} \right|_{\zeta=0} = \left. \frac{V(s)}{I(s)} \right|_{\zeta=0} = Z \Big|_{\zeta=0} \quad (4.30)$$

O sea que se trata de la impedancia que se ve desde la puerta en cuestión cuando el generador controlado explicitado es igual a cero.

Como ejemplo, considérese el amplificador inversor de la figura 4.7.a), donde se desea calcular la impedancia de entrada.

Si se toma al generador controlado A del amplificador operacional como generador controlado explicitado, la impedancia de entrada resultante cuando A es igual a cero resulta:

$$Z_e \Big|_{A=0} = R_g + R_i \parallel (R_r + R_o) \quad (4.31)$$

Obsérvese que esta impedancia es exactamente igual a la impedancia que presenta la puerta cuando se abre el lazo de realimentación.

En efecto, si se abre el lazo de realimentación en el punto B , se obtiene el circuito de la figura 4.7.b). En este caso, la impedancia de entrada es:

$$Z_e \Big|_{\text{lazo abierto}} = R_g + R_i \parallel (R_r + R_o) \quad (4.32)$$

expresión igual a la (4.31) obtenida más arriba.

Si bien es cierto que los pasos precedentes no son una demostración, muestran claramente el principio de que el camino de fuga T_{cd} , cuando se desea **calcular impedancias**, (donde la excitación es un generador de corriente), no es otra cosa que la impedancia vista en la puerta donde se quiere medir, con el o los lazos de realimentación abiertos, o sea:

$$d = T_{cf} = Z \Big|_{\zeta=0} = Z \Big|_{\text{lazo abierto}} \quad (4.33)$$

Paso 2: Se calcula F'_a , o sea la diferencia de retorno para salida nula con referencia al parámetro a de la expresión de T de (4.23).

En este caso, la salida nula implica que la tensión de salida en bornes del puerto donde se desea medir debe ser igual a cero. Equivale decir que la tensión sobre el generador I de excitación o *causa debe ser cero*, lo que puede interpretarse como si existiera un cortocircuito entre los bornes de la puerta considerada (o sea por donde circula la corriente I del generador *causa*). En consecuencia, el comportamiento del circuito para el cálculo de F'_a es como si el generador controlado ξ , al actuar como generador independiente, provee la corriente $I(s)$ de excitación que circula por los bornes en cortocircuito de la puerta.

Por lo tanto F'_a se puede calcular como la diferencia de retorno con referencia al parámetro a , con la puerta donde se quiere calcular en cortocircuito. Por este motivo, se la conoce también como la diferencia de retorno F_{cc} con referencia al parámetro a , con la puerta donde se quiere calcular en cortocircuito.

Se puede escribir entonces que:

$$F'_a = F_{cc} = 1 - G_{Lcc} \quad (4.34)$$

donde G_{Lcc} es la ganancia del lazo cuando la puerta en cuestión está cortocircuitada.

Como ejemplo, sea nuevamente el amplificador de la *figura 4.7.a*). Luego, G_{Lcc} resulta (con los bornes de entrada en cortocircuito):

$$G_{Lcc} = -A \frac{R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i} \quad (4.35)$$

y

$$F'_A = F_{cc} = 1 - G_{Lcc} = 1 + A \frac{R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i} = \frac{R_o + R_r + (1 + A)R_g \parallel R_i}{R_o + R_r + R_g \parallel R_i} \quad (4.36)$$

Paso 3: Se calcula F_a , o sea la diferencia de retorno para entrada nula con referencia al parámetro a de la expresión T de (4.23).

En este caso, F_a es la diferencia de retorno con referencia al parámetro a cuando la entrada x vale cero. Para el caso del cálculo de impedancias que se analiza, la entrada nula significa que la puerta queda en circuito abierto pues la excitación o causa es un generador de corriente ideal (de impedancia interna infinita). En consecuencia, F_a es la diferencia de retorno que se calcula con la puerta donde se quiere medir en circuito abierto y se la denomina *diferencia de retorno F_{ca} con referencia al parámetro a con la puerta donde se quiere calcular en circuito abierto*. Por lo tanto:

$$F_a = F_{ca} = 1 - G_{Lca} \quad (4.37)$$

donde G_{Lca} es la ganancia del lazo cuando la puerta en cuestión está abierta. Para el ejemplo de la *figura 4.7.a* es:

$$G_{Lca} = -A \frac{R_i}{R_o + R_r + R_i} \quad (4.38)$$

y

$$F_A = F_{ca} = 1 - G_{Lca} = 1 + A \frac{R_i}{R_o + R_r + R_i} = \frac{R_o + R_r + (1 + A)R_i}{R_o + R_r + R_i} \quad (4.39)$$

Paso 4: A partir de la ecuación (4.23), puede escribirse una expresión alternativa para el cálculo de una impedancia, utilizando los conceptos desarrollados más arriba. En efecto:

$$Z = Z \Big|_{\xi=0} \times \frac{F_{cc}}{F_{ca}} = Z \Big|_{\xi=0} \times \frac{1 - G_{Lcc}}{1 - G_{Lca}} \quad (4.40)$$

expresión muy general, conocida como fórmula de *Blackman*.

Quede bien en claro que para la utilización de la expresión (4.40) es necesario que todos los generadores independientes exteriores sean iguales a cero.

Volviendo al ejemplo de la *figura 4.7.a* y utilizando la expresión (4.40), resulta finalmente para el valor de la impedancia de entrada:

$$\begin{aligned} Z_e &= [R_g + R_i \parallel (R_r + R_o)] \times \frac{\frac{R_o + R_r + (1 + A)R_g \parallel R_i}{R_r + R_o + R_g \parallel R_i}}{\frac{R_o + R_r + (1 + A)R_i}{R_o + R_r + R_i}} = \\ &= R_g + \frac{(R_r + R_o)R_i}{R_i(1 + A) + R_r + R_o} \end{aligned} \quad (4.41)$$

En particular, cuando $A \rightarrow \infty$ es:

$$Z_e = R_g \quad (4.42)$$

resultado bien conocido.

NOTAS IMPORTANTES:

1. Nótese que en todo el cálculo que se ha planteado, en ningún momento se han efectuado consideraciones respecto al tipo y/o modo de realimentación como tampoco si la realimentación es positiva o negativa, o sea, que el método presentado es completamente general y surge como una aplicación de la expresión de la transmitancia para relaciones *causa-efecto* sobre una misma puerta (*inmitancia*).
2. Otro aspecto muy importante a tener en cuenta para la utilización de este método es que la señal que circula por el lazo de realimentación debe pasar por el generador controlado explicitado y también por la puerta por donde se quiere calcular la impedancia. Si el circuito tuviera varios lazos de realimentación, es necesario que por lo menos la señal de uno de ellos pase por la puerta en cuestión.
3. Si la señal de realimentación del lazo no pasara por la puerta por donde se quiere medir la impedancia, no habría modificación de valores de impedancia en ese punto. Ello puede verificarse a partir de la expresión de Blackman 4.40, ya que en este caso tanto GL_{cc} como GL_{ca} sería iguales y por ende la expresión 4.40 quedaría igual al valor de la impedancia Z para el generador controlado explicitado $\zeta = 0$.

4.8 Cálculo de admitancias

La expresión (4.23) de la transmitancia también puede aplicarse para el cálculo de admitancias en forma similar a la desarrollada en el punto anterior. En efecto, si se desea medir la admitancia Y de un circuito, bastará excitar la puerta respectiva con una tensión $V(s)$ y evaluar la corriente que circula $I(s)$, *figura 4.6*, cuando todos los restantes generadores independientes exteriores se hacen cero.

Haciendo analogía con el punto anterior, resulta:

1) El camino de fuga:

$$d = \left. \frac{y}{x} \right|_{\xi=0} = \left. \frac{I(s)}{V(s)} \right|_{\xi=0} = Y \Big|_{\xi=0} \quad (4.43)$$

donde $Y \Big|_{\xi=0}$ es la admitancia que se ve desde la puerta hacia el circuito cuando el generador controlado explicitado es igual a cero. Esta admitancia es igual a la que se obtiene cuando se abre el lazo de realimentación.

2) La diferencia de retorno para salida nula, F'_a , con referencia al parámetro a :

En este caso, la salida nula implica que la corriente que circula por el generador de entrada $V(s)$ es nula. O sea que el comportamiento del circuito para el cálculo de F'_a es como si el generador controlado ξ de valor unitario, al actuar como generador independiente, provee una tensión entre los bornes A-B de igual valor que la tensión de excitación $V(s)$ en los mismos bornes, motivo por el cual no circula corriente del generador excitador hacia el circuito y viceversa, lo que equivale a una puerta abierta. Por lo tanto F'_a se puede calcular como la diferencia de retorno con referencia al

parámetro a , con tal que la puerta donde se quiera medir esté abierta. Por este motivo, se la conoce también como la *diferencia de retorno F_{ca} con referencia al parámetro a , con la puerta donde se quiere calcular abierta*.

Por ello, y análogamente al punto anterior, es:

$$F'_a = F_{ca} = 1 - G_{Lca} \quad (4.44)$$

donde G_{Lca} es la ganancia del lazo cuando la puerta en cuestión está abierta.

3) La diferencia de retorno para entrada nula, F_a , con referencia al parámetro a .

En este caso, la entrada nula implica que el valor del generador de tensión excitador $V(s)$ en los bornes A-B de medición es igual a cero, o sea que puede interpretarse como un cortocircuito entre dichos bornes. Por este motivo, se la conoce también como la *diferencia de retorno F_{cc} con referencia al parámetro a , con la puerta donde se quiere calcular en cortocircuito*.

Resulta en consecuencia:

$$F_a = F_{cc} = 1 - G_{Lcc} \quad (4.45)$$

donde G_{Lcc} es la ganancia del lazo cuando la puerta en donde se quiere medir está cortocircuitada.

4) La expresión final resultante es, para el cálculo de una admitancia:

$$Y = Y \Big|_{\xi=0} \times \frac{F_{ca}}{F_{cc}} = Y \Big|_{\xi=0} \times \frac{1 - G_{Lca}}{1 - G_{Lcc}} \quad (4.46)$$

Obsérvese que la expresión (4.46) de la admitancia de una puerta es la inversa de la (4.40) obtenida para la impedancia de la misma puerta.

4.9 Casos particulares de cálculo de inmitancias

Las expresiones (4.40) y (4.46) para el cálculo de impedancias y/o admitancias se simplifican cuando se desea calcular la inmitancia directamente tanto en la malla como en el nodo de realimentación, como así también en el punto de donde se toma la información a realimentar. Se muestra a continuación algunos ejemplos prácticos de cálculo en estos casos.

4.9.1 Cálculo de la impedancia sobre un nodo de realimentación

Supóngase que es de interés conocer la impedancia de entrada de un circuito con realimentación modo paralelo, tal como se esquematiza en *figura 4.8.a*).

La misma puede calcularse tanto en la puerta 1-2 como en la puerta 3-4, siendo el resistor R_g en serie la diferencia entre ambas impedancias de entrada, o sea puede escribirse que:

$$Z_e = R_g + Z'_e$$

donde Z'_e es la impedancia de entrada vista desde los bornes 3-4. Obsérvese que en este caso la impedancia Z'_e es directamente la impedancia que presenta el nodo

de realimentación B , circunstancia que, tal como se verá, facilita el cálculo de la expresión (4.40) de la fórmula de Blackman.

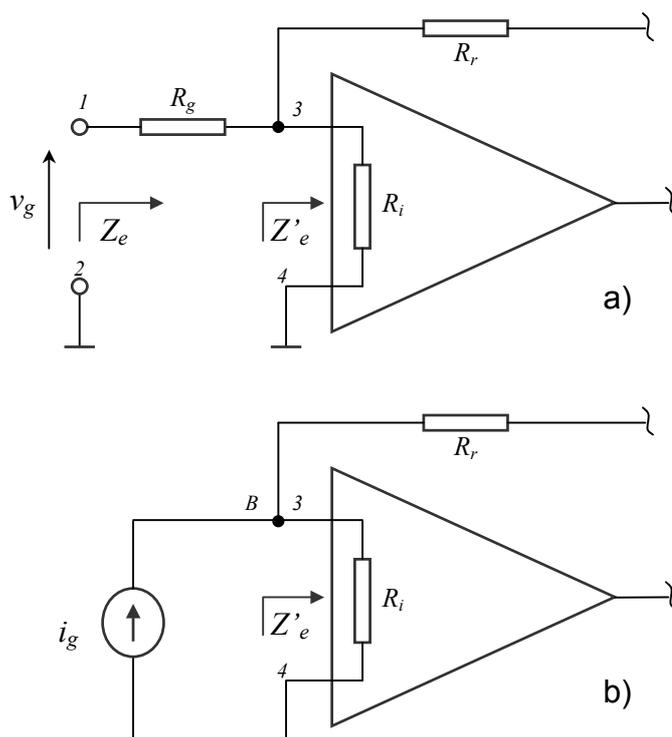


Fig. 4.8: a) Circuito con realimentación modo paralelo. b) Circuito para calcular Z'_e .

En efecto, como ejemplo considérese el circuito que se muestra en la figura 4.8.b) para encontrar Z'_e , donde el generador externo de excitación es un generador de corriente de valor unitario. Al aplicarse la expresión (4.40), el valor de la ganancia del lazo G_{Lcc} para un cortocircuito en la puerta 3-4 será igual a cero, pues la señal de realimentación que vuelve por R_r se va a masa a través del cortocircuito y no producirá información sobre R_i .

Por lo tanto, cuando se calcula la impedancia en el nodo de realimentación de circuitos realimentados en modo paralelo, la expresión de la misma se simplifica a:

$$Z'_e = Z'_e \Big|_{\xi=0} \times \frac{1}{1 - G_{Lca}} \quad (4.47)$$

Nótese que para el caso de una *realimentación negativa*, el denominador $(1 - G_{Lca})$ de la expresión de la impedancia Z'_e dada por la ecuación 4.47 es mayor que uno (si el circuito es estable, tal como se verá más adelante). Por tal motivo puede deducirse que la impedancia Z'_e que presenta el nodo de realimentación tiende a bajar de valor a medida que la ganancia del lazo en circuito abierto G_{Lca} aumenta en valor absoluto, característica coincidente con la generación de la tierra virtual, tal como se vio en el capítulo anterior.

Como ejemplo de cálculo, sea nuevamente el circuito amplificador inversor de la figura 4.7.a). Para la impedancia de entrada se tiene:

$$\begin{aligned}
Z_e &= R_g + Z'_e = R_g + Z'_e|_{\xi=0} \times \frac{1}{1 - G_{Lca}} = \\
&= R_g + R_i \parallel (R_r + R_o) \times \frac{1}{1 - (-A) \frac{R_i}{R_i + R_r + R_o}}
\end{aligned} \tag{4.48}$$

expresión más simple que la obtenida en (4.41) y que operando resulta:

$$\begin{aligned}
Z_e &= R_g + \frac{R_i (R_r + R_o)}{R_i + R_r + R_o} \times \frac{1}{\frac{R_r + R_o + R_i (1 + A)}{R_i + R_r + R_o}} = \\
&= R_g + \frac{R_i (R_r + R_o)}{R_i (1 + A) + R_o + R_r}
\end{aligned} \tag{4.49}$$

similar a la expresión 4.41.

4.9.2 Cálculo de la impedancia en una malla de realimentación

En forma análoga, para circuitos realimentados en modo serie cuando se desea calcular la impedancia Z_e vista por el generador de entrada a la malla de Kirchhoff de realimentación, resulta el esquema de la figura 4.9.a.

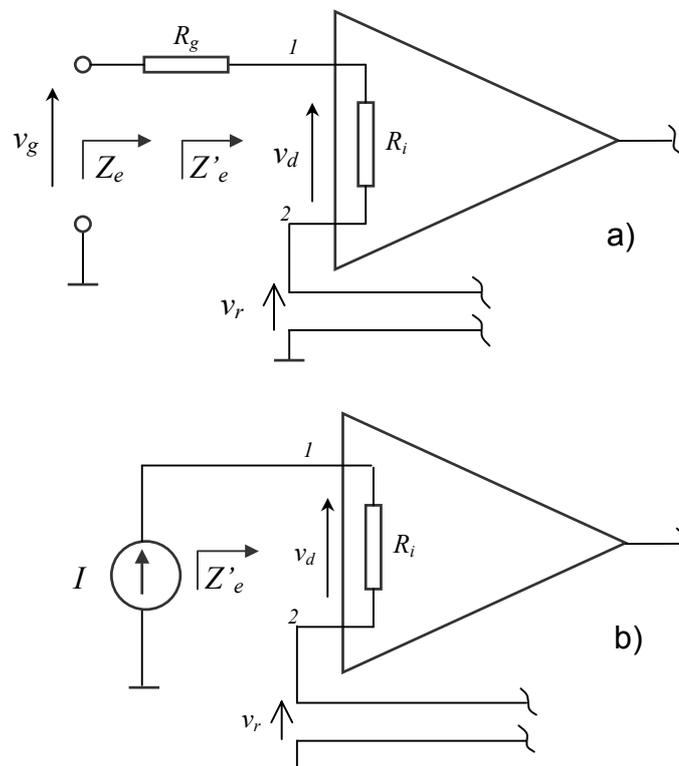


Fig. 4.9: a) Esquema de realimentación modo serie. b) Circuito para calcular Z'_e .

Se puede escribir entonces:

$$Z_e = R_g + Z'_e \tag{4.50}$$

donde Z'_e es la impedancia vista entre el borne I y tierra.

Obsérvese que en este caso Z'_e es directamente la impedancia que presenta la malla de realimentación al generador excitador de entrada v_g , circunstancia que facilita el cálculo de la expresión (4.40) de la fórmula de Blackman.

En efecto, si se aplica la ecuación (4.40) para el cálculo de la impedancia Z'_e de la figura 4.9.b), se encuentra que la ganancia del lazo G_{Lca} , cuando está abierta la puerta desde donde se quiere calcular, es igual a cero, ya que con la puerta abierta, la malla de realimentación de *Kirchhoff* no se cierra y la tensión v_d a la entrada del amplificador resulta en consecuencia nula. Por lo tanto, cuando se calcula la impedancia directamente en la malla de realimentación de circuitos realimentados en modo serie, la expresión de la misma se simplifica a:

$$Z'_e = Z'_e \Big|_{\xi=0} \times (1 - G_{Lcc}) \quad (4.51)$$

Nótese además que para el caso de una *realimentación negativa*, la diferencia de retorno para salida nula ($1 - G_{Lcc}$) de la expresión de la impedancia Z'_e dada por la ecuación 4.51 es mayor que uno (si el circuito es estable, tal como se verá más adelante). Por tal motivo puede deducirse que la impedancia Z'_e que presenta la malla de realimentación tiende a aumentar de valor a medida que la ganancia del lazo G_{Lcc} aumenta en valor absoluto, característica coincidente con la generación del circuito abierto virtual, tal como se vio en el capítulo anterior.

Como ejemplo, sea el circuito del amplificador no inversor de la figura 4.10.a). La impedancia de entrada Z_e es:

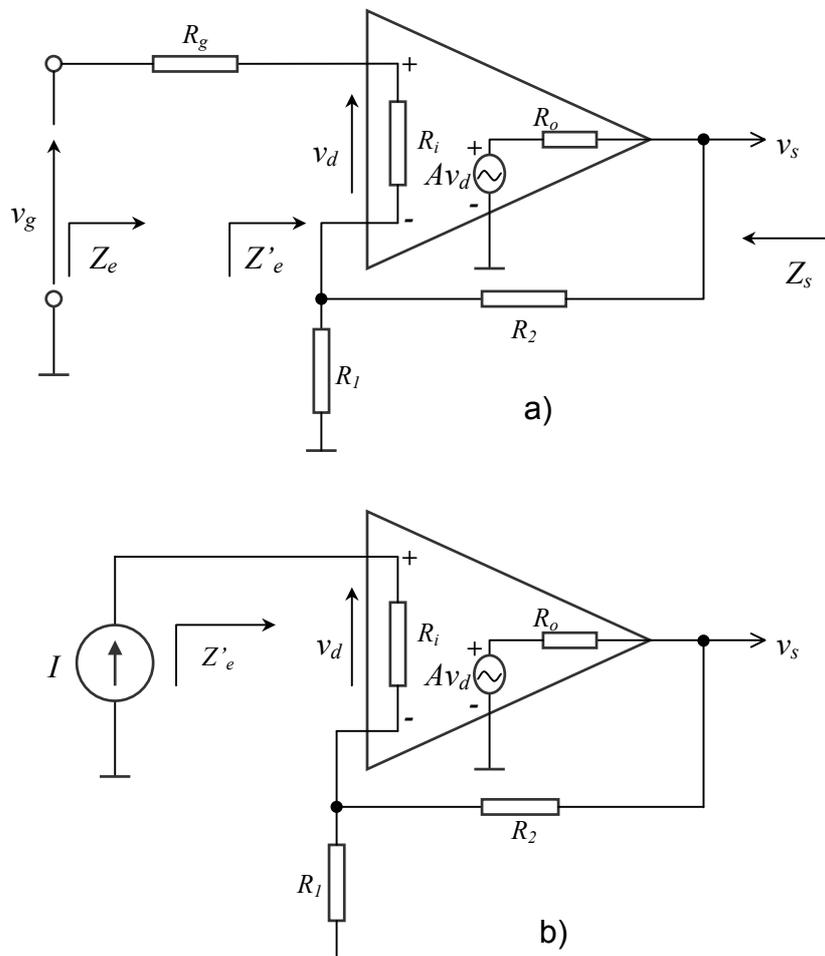


Fig. 4.10: a) Circuito amplificador no inversor. b) Esquema para el cálculo de Z'_e .

$$\begin{aligned}
Z_e &= R_g + Z'_e = R_g + Z'_e \Big|_{A_{vd}=0} \times (1 - G_{Lcc}) = \\
&= R_g + [R_i + R_1 \parallel (R_2 + R_o)] \times \left[1 - \frac{R_i \parallel R_1 (-A)}{R_i \parallel R_1 + R_2 + R_o} \right] \quad (4.52)
\end{aligned}$$

donde Z'_e es la impedancia que se ve entre el borne positivo de entrada al A.O. y tierra.

Operando resulta:

$$Z_e = R_g + \frac{R_i [R_1 (1 + A) + R_o + R_2] + R_1 (R_o + R_2)}{R_1 + R_2 + R_o} \quad (4.53)$$

Expresión más simple de obtener que si se usa la ecuación (4.40) aplicando el generador de corriente I directamente a los bornes de entrada del amplificador.

Queda para el lector demostrar en forma similar que la admitancia vista por un generador de corriente en el nodo de realimentación de un circuito realimentado en modo paralelo resulta:

$$Y'_e = Y'_e \Big|_{\xi=0} \times (1 - G_{Lca}) \quad (4.54)$$

y que la admitancia vista por un generador de tensión que alimente a la malla de realimentación de Kirchhoff de un circuito realimentado en modo serie es:

$$Y'_e = Y'_e \Big|_{\xi=0} \times \frac{1}{1 - G_{Lcc}} \quad (4.55)$$

4.9.3 Cálculo de impedancia de salida

Tal como se vio en los puntos 4.6 y 4.8, las expresiones (4.40) y (4.46) de cálculo de impedancias y admitancias resultan válidas para el cálculo de inmitancias vistas desde cualquier puerta de circuitos electrónicos, siendo su metodología de uso exactamente igual a la utilizada en los ejemplos anteriores. Por otra parte, es común en electrónica que la información para la realimentación negativa se tome de algún *parámetro de la salida*. En estas condiciones, cuando se desea conocer el valor de inmitancias de salida, se presentan situaciones particulares que facilitan el cálculo.

Como ejemplo, se calculará la impedancia de salida del amplificador no inversor de la figura 4.10.a), con la condición de que el generador exterior independiente v_g de entrada sea igual a cero.

Luego:

$$\begin{aligned}
Z_s \Big|_{\xi=0} &= Z_s \Big|_{A_{vd}=0} = [(R_g + R_i) \parallel R_1 + R_2] \parallel R_o = \\
&= \frac{R_o [(R_g + R_i) R_1 + R_2 (R_g + R_i + R_1)]}{(R_g + R_i) R_1 + (R_2 + R_o) (R_g + R_i + R_1)} \quad (4.56)
\end{aligned}$$

La diferencia de retorno para salida nula será:

$$F_{cc} = 1 - G_{Lcc} = 1 - 0 = 1 \quad (4.57)$$

porque para un cortocircuito de los bornes en donde se quiere calcular el valor de la impedancia, que en este caso no son otros que los bornes de salida, la señal generada por el generador controlado explicitado $\xi = A \times I$ se va a masa por dicho cortocircuito y por ende no habrá información de realimentación que vuelva a la entrada a través de R_2 .

La diferencia de retorno para entrada nula será:

$$F_{ca} = 1 - G_{Lca} = 1 - (-A) \times \frac{(R_g + R_i) \parallel R_1}{(R_g + R_i) \parallel R_1 + R_2 + R_o} \times \frac{R_i}{R_g + R_i} =$$

$$= \frac{R_1 [(R_g + R_i)(1 + A)] + (R_2 + R_o)(R_g + R_i + R_1)}{(R_g + R_i)R_1 + (R_2 + R_o)(R_g + R_i + R_1)} \quad (4.58)$$

Luego, de (4.56) y (4.58) se tiene:

$$Z_s = Z_s \Big|_{A_{vd}=0} \frac{1}{1 - G_{Lca}} =$$

$$= \frac{R_o [(R_g + R_i)R_1 + R_2(R_g + R_i + R_1)]}{R_1 [(R_g + R_i)(1 + A)] + (R_2 + R_o)(R_g + R_i + R_1)} \quad (4.59)$$

Obsérvese que cuando mayor es el valor de A , mayor es el de la ganancia del lazo en circuito abierto G_{Lca} en valor absoluto y por ende menor el de la impedancia de salida Z_s . En el límite:

$$Z_s \Big|_{A \rightarrow \infty} = 0 \quad (4.60)$$

independizándose el valor de Z_s del valor de las impedancias de entrada R_i y de salida R_o del amplificador operacional no ideal.

4.10 Efectos de la realimentación en las impedancias

El método de cálculo de impedancias y/o admitancias desarrollado hasta aquí no hace referencia en ningún momento ni al tipo ni al modo de realimentación. Ello se debe a que se trata de un método completamente general en el cual el sentido físico propiamente dicho aparece a través de las fórmulas pertinentes.

A continuación se analizan los efectos que la realimentación produce en los valores de impedancias de los circuitos.

4.10.1 Variación de la impedancia debido al tipo de realimentación negativa

El tipo de realimentación utilizado en un circuito modifica, entre otras cosas, el valor de la impedancia vista en el lugar de donde se obtiene la información para realimentar.

En el caso que la *realimentación sea negativa tipo tensión*, tal como se muestra en el esquema de la figura 4.11, el efecto final que produce la realimentación negativa, es estabilizar en menor o mayor medida la transmitancia entre la tensión del punto de donde se toma la información a realimentar (en este caso el borne de salida), con respecto a la señal de la entrada, de acuerdo a lo discutido en el capítulo 3 pun-

to 3.5.1.1. Es decir, tiende a independizar a la tensión de ese punto, de varios parámetros entre los que figura la corriente de carga i_l . Por lo tanto, si la tensión v_s , tiende a insensibilizarse de la corriente de carga, equivale decir que *disminuye la impedancia vista en el punto de donde se toma la tensión de realimentación* (en este caso coincidente con la salida del circuito).

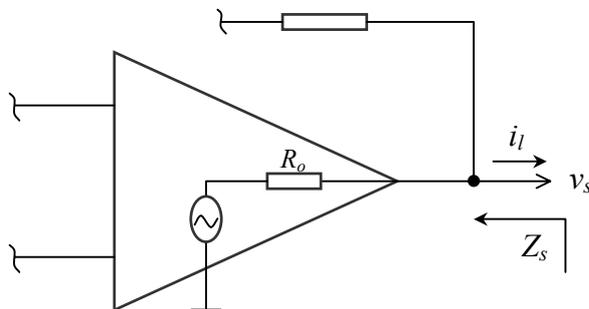


Fig. 4.11: Realimentación negativa tipo tensión

Este efecto también puede deducirse fácilmente en forma numérica a partir de la expresión de Blackman (4.40). Nótese que un cortocircuito a tierra del borne desde donde se desea realimentar, hará que la ganancia del lazo G_{Lcc} (con dicho borne en cortocircuito) sea nula.

Por ello, el numerador de la expresión de Blackman (4.40) quedará igual a uno y como el denominador siempre es un número mayor que uno (por ser la realimentación de signo negativo), la impedancia Z_s disminuirá su valor, a medida que la ganancia del lazo en circuito abierto G_{Lca} aumente en valor absoluto.

En consecuencia, puede afirmarse que *la realimentación negativa tipo tensión baja la impedancia vista en el punto del circuito desde donde se toma la información para realimentar, en un valor igual a la diferencia de retorno en circuito abierto, o sea:*

$$Z_s = Z_s \Big|_{\xi=0} \times \frac{1}{1 - G_{Lca}} \quad (4.61)$$

Un ejemplo es el del circuito de la figura 4.10.a) anterior.

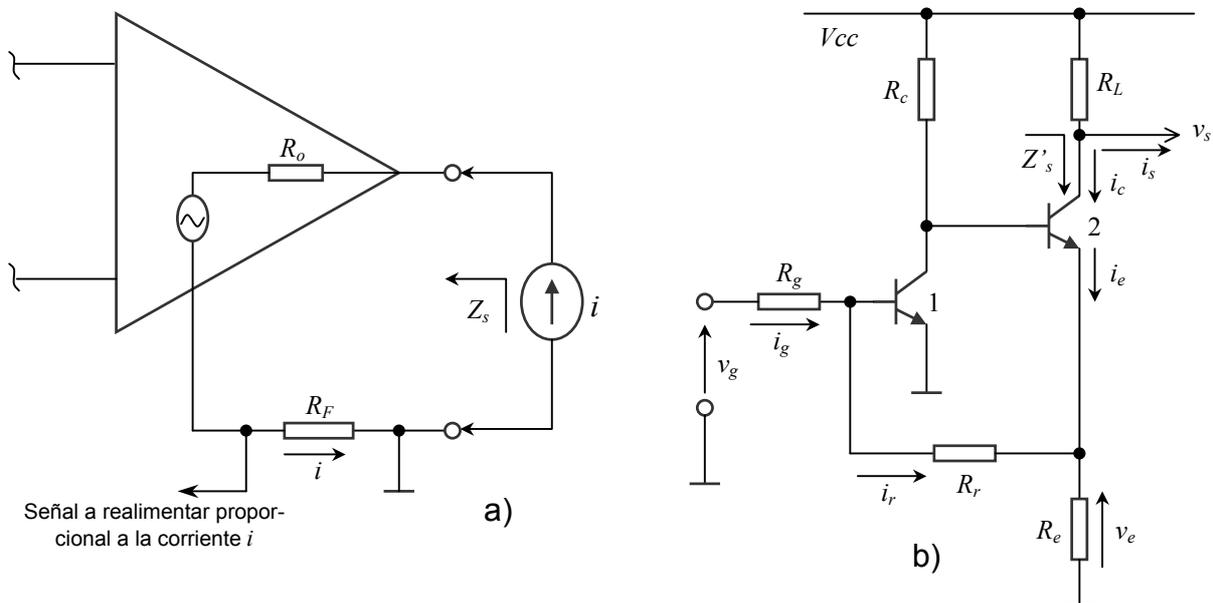


Fig. 4.12: Efecto de la realimentación negativa tipo corriente

Análogamente, una situación parecida puede plantearse para *la realimentación negativa tipo corriente*. El efecto final que produce la realimentación negativa tipo corriente es estabilizar a la transmitancia entre la corriente que se toma como señal para realimentar, y la señal de entrada, es decir, tiende a independizar el valor de dicha corriente de varios parámetros entre ellos, del valor de la impedancia por donde dicha corriente circula.

Por lo tanto, si la corriente torna a independizarse de la impedancia del camino por donde ella circula, equivale decir que *la realimentación negativa tipo corriente aumenta la impedancia equivalente vista en la rama del circuito por donde circula la señal a realimentar*.

En efecto, como ejemplo sea el esquema de la *figura 4.12.a)* para una realimentación tipo corriente.

En este caso, el valor de la ganancia del lazo G_{Lca} de la fórmula de *Blackman* (4.40), (con circuito abierto en los bornes donde se desea medir), será igual a cero pues no circulará ninguna corriente por R_F debido al generador externo i y por ende no se generará señal de realimentación sobre la misma. En consecuencia, el denominador en la expresión de *Blackman* (4.40) quedará igual a uno y como el numerador de la misma siempre es un número mayor que uno (por ser la realimentación de signo negativo), la impedancia Z_s de salida estará dada por:

$$Z_s = Z_s \Big|_{\xi=0} \times (1 - G_{Lcc}) \quad (4.62)$$

y aumentará su valor a medida que la ganancia del lazo en cortocircuito G_{Lcc} aumente en valor absoluto.

En consecuencia, para casos similares a los de la *figura 4.12.a)*, se puede afirmar que *la realimentación negativa tipo corriente aumenta la impedancia de la rama del circuito por donde circula la corriente de la señal a realimentar*.

De la expresión (4.40), se deduce entonces que para una realimentación tipo corriente, *la impedancia vista en la rama del circuito de la señal a realimentar aumenta en un valor igual a la diferencia de retorno en cortocircuito*.

Pero en la práctica, esta circunstancia no es frecuente, sino que se tienen circuitos más complejos como los ejemplos de las *figuras 3.7.a)* y *2.9.a)* donde el elemento sensor de corriente no está en serie con la corriente de salida i_s . En el caso de la *figura 2.9.a)* que se redibuja en *4.12.b)* por comodidad, la estabilización primaria es la de la tensión v_e del emisor del transistor 2, frente a la señal de entrada v_g , tal lo comentado en el *punto 3.4 del capítulo 3*. Como consecuencia de ello, resulta estabilizada la corriente i_e del emisor del transistor 2 (si se puede considerar al resistor de realimentación R_r mucho mayor que R_e) y por ende, la corriente del colector del transistor 2, i_c , resulta estabilizada, lo que significa que efectivamente aumentó la impedancia Z'_s vista hacia el colector del transistor. Pero de ninguna manera se puede decir que la corriente de salida i_s queda estabilizada. Es fácil asegurar que el efecto de la realimentación negativa en este caso es mejorar las características de independencia de la corriente i_c frente a los parámetros no ideales del transistor en un valor igual a $(1 - G_{Lcc})$, o sea, que la impedancia Z'_s vista hacia el colector del transistor 2 aumenta en un valor igual a la diferencia de retorno calculada con la entrada al circuito igual a cero.

Quede para el lector verificar que la impedancia de salida Z_s vista desde el borne de salida vale:

$$Z_s \approx R_L \quad (4.63)$$

4.10.2 Variación de la impedancia debido al tipo de realimentación positiva

Cuando la realimentación es de signo positivo y menor que uno (circuito estable), también modifica el valor de impedancia del lugar de donde se obtiene la información para realimentar, produciendo efectos contrarios a los que la realimentación negativa efectúa.

Ello puede deducirse de las expresiones (4.61) y (4.62) del punto anterior, ya que las mismas siguen teniendo validez, por cuanto en su desarrollo no se tuvo en cuenta el signo de la realimentación.

En el caso que la *realimentación positiva sea del tipo tensión*, obsérvese que el denominador $(1-G_{Lca})$ de la expresión (4.61) será menor que uno, con lo que el valor final de Z_s aumentará, o en otras palabras, la realimentación positiva tipo tensión tiende a aumentar la *impedancia vista en el punto de donde se toma la tensión de realimentación*.

Por el contrario, cuando la *realimentación positiva es del tipo corriente*, la diferencia de retorno $(1-G_{Lcc})$ de la expresión (4.62) será menor que uno, con lo que el valor final de Z_s disminuirá, o en otras palabras, la realimentación positiva tipo corriente tiende a disminuir la *impedancia equivalente de la rama del circuito por donde circula la señal realimentada*.

Estas características suelen a veces ser usadas para mejorar algunos comportamientos de circuitos. En algunos de los ejemplos que se desarrollan más adelante, se podrán observar como se aprovechan estas circunstancias para obtener ciertos beneficios útiles en electrónica.

4.10.3 Variación de la impedancia debido al modo de realimentación negativa

El modo de realimentación utilizado en un circuito modifica, entre otras cosas, los valores de impedancia que se ven tanto en la malla como en el nodo de realimentación de *Kirchhoff*.

En el caso de una *realimentación negativa modo serie*, el efecto que produce dicha realimentación es aumentar el valor de la impedancia que ve el generador de entrada en la malla de *Kirchhoff*. En efecto, sea el esquema de realimentación modo serie de la *figura 4.13.a*.

De acuerdo a lo discutido en el *punto 3.4.2 del capítulo 3*, la existencia de un circuito abierto virtual para elevadas ganancias del lazo en valor absoluto, separa virtualmente la entrada del amplificador propiamente dicho de la red de realimentación, tal como se muestra en la *figura 4.13.b*), con lo que la impedancia efectiva Z_e vista por la señal v_g hacia la malla de *Kirchhoff* tiende a infinito. Ello ejemplifica la tendencia del aumento del valor de la impedancia Z_e con el aumento de la ganancia del lazo en valor absoluto, circunstancia que también puede deducirse a partir de la expresión de *Blackman* de (4.40). En la misma, el valor de la ganancia del lazo G_{Lca} con los bornes abiertos a la entrada de la malla será igual a cero y la diferencia de retorno $(1-G_{Lcc})$ será mayor que uno por ser realimentación negativa. En consecuencia el valor final de la impedancia Z_e quedará:

$$Z_e = Z_e \Big|_{\xi=0} \times (1 - G_{Lcc}) \quad (4.64)$$

Por lo tanto, puede afirmarse que: *la realimentación negativa modo serie aumenta la impedancia Z_e que el generador de entrada v_g ve hacia la malla de realimentación de Kirchhoff, en un valor igual a la diferencia de retorno para los bornes de entrada a la malla en cortocircuito (equivalente a decir para la señal v_g igual a cero).*

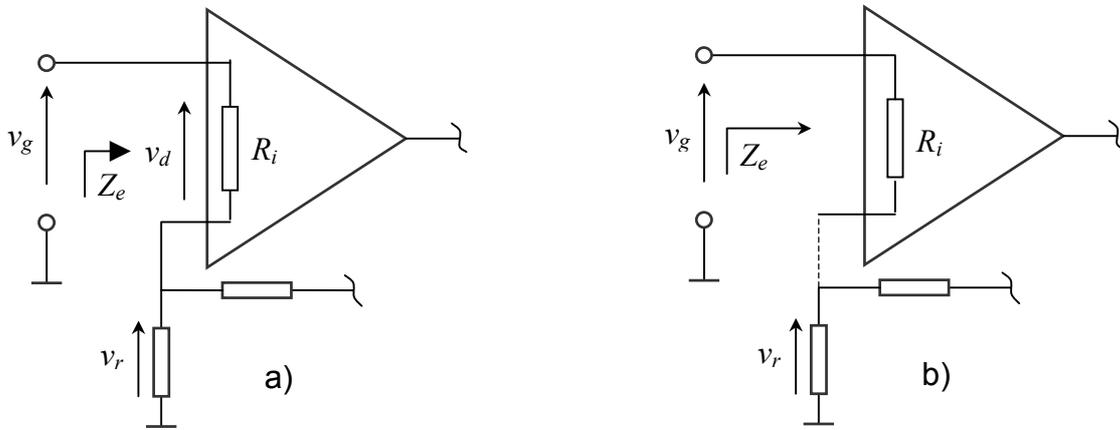


Fig. 4.13: a) Modo serie de realimentación. b) Efecto equivalente para alta ganancia del lazo negativo

Un ejemplo es el desarrollado con el amplificador no inversor de la figura 4.10.a.

Una situación inversa se plantea para el modo paralelo de realimentación negativa, donde el efecto resultante de la realimentación es disminuir el valor de la impedancia que se ve hacia el nodo de realimentación.

En efecto, con referencia a la figura (4.14) el efecto de cortocircuito virtual en el nodo de realimentación negativa, para ganancias del lazo elevadas en valor absoluto, ejemplifica la tendencia a que la impedancia Z'_e que se ve hacia dicho nodo de realimentación tienda a cero.

Esta circunstancia también puede deducirse a partir de la expresión de Blackman de (4.40). En la misma, el valor de la ganancia del lazo G_{Lcc} con los bornes en cortocircuito del nodo de realimentación será igual a cero y la diferencia de retorno para circuito abierto $(1-G_{Lca})$ será mayor que uno por ser realimentación negativa. En consecuencia el valor final de la impedancia Z'_e quedará:

$$Z'_e = Z'_e|_{\xi=0} \times \frac{1}{(1-G_{Lca})} \quad (4.65)$$

Ello permite asegurar que *la realimentación negativa modo paralelo baja la impedancia Z'_e que se ve sobre el mismo nodo de realimentación, en un valor igual a la diferencia de retorno en circuito abierto.*

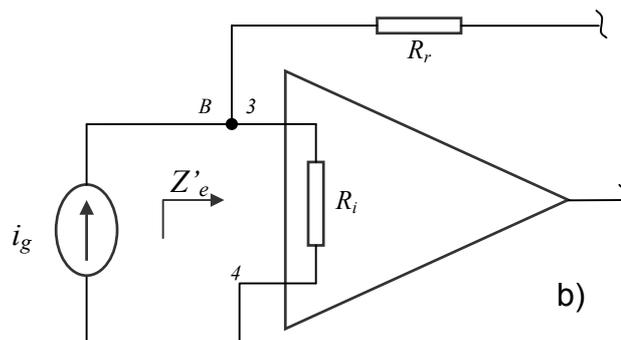


Fig. 4.14: Modo paralelo de realimentación.

Un ejemplo es el desarrollado en el amplificador inversor de la *figura 4.7.a*).

4.10.4 Variación de la impedancia debido al modo de realimentación cuando la realimentación es positiva.

Cuando la realimentación es de signo positivo y el circuito es estable, también se modifican los valores de impedancias que se ven tanto en la malla como en el nodo de realimentación de *Kirchhoff*, produciendo efectos contrarios a los que la realimentación negativa efectúa.

A partir de las expresiones (4.64) y (4.65) del punto anterior, que siguen teniendo validez por cuanto en su desarrollo no se tiene en cuenta el signo de la realimentación, puede deducirse fácilmente el efecto indicado.

En el caso de *realimentación positiva modo serie*, y con referencia a la *figura 4.13.a* y expresión (4.64), obsérvese que el denominador ($1-G_{Lcc}$) de la misma será menor que uno, con lo que el valor final de Z_e disminuirá. En otras palabras, la realimentación positiva modo serie tiende a disminuir la *impedancia Z_e vista por el generador v_g hacia la malla de Kirchhoff*.

Por el contrario, cuando la *realimentación positiva es del modo paralelo*, y con referencia a la *figura 4.14*, la diferencia de retorno a lazo abierto ($1-G_{Lca}$) de la expresión (4.65) será menor que uno, con lo que el valor final de Z'_e aumentará. En otras palabras, la realimentación positiva modo paralelo tiende a aumentar la *impedancia Z'_e que el generador de entrada i_g ve sobre el mismo nodo de realimentación, en un valor igual a la diferencia de retorno en circuito abierto*.

En algunos de los ejemplos que se desarrollan más adelante, podrán observarse beneficios útiles en ciertos circuitos electrónicos que aprovechan estas características de la realimentación positiva.

4.10.5 Efectos producidos por generadores que alimentan directamente a una malla o a un nodo de realimentación.

En el análisis de los distintos temas desarrollados hasta aquí, siempre se ha considerado a los generadores que alimentan a los circuitos como ideales, es decir, que el generador de tensión v_g posee resistencia interna nula y que el generador de corriente i_g posee impedancia interna infinita.

Un aspecto que debe tenerse en cuenta en algunos casos, son los efectos que se producen cuando dichos generadores alimentan directamente a un nodo o a una malla de realimentación.

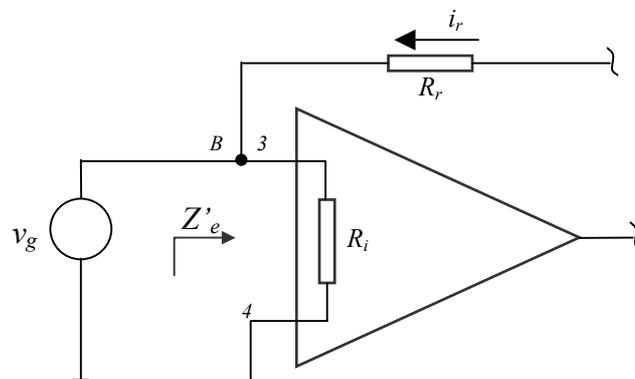


Fig. 4.15: Modo paralelo de realimentación alimentado por un generador de tensión.

Supóngase que se desea alimentar a un nodo de realimentación con un generador ideal de tensión, tal como se ve en la figura 4.15. En este caso, la realimentación pretendida desaparece, por cuanto la corriente de realimentación i_r que circula por el resistor de realimentación R_r , al llegar al nodo B , se irá a tierra a través del generador de entrada v_g , (por ser de impedancia interna nula), no generando en consecuencia ninguna tensión sobre el resistor R_i de entrada. En otras palabras, un generador de tensión ideal que alimente a un nodo de realimentación, elimina toda posibilidad de realimentación anulando en consecuencia los efectos que pudieran esperarse de la misma. Por lo tanto, el valor de la impedancia que ve el generador v_g será el valor de la impedancia Z'_e sin realimentar.

Supóngase ahora que se desea alimentar una malla de realimentación con un generador ideal de corriente i_g , tal como se ve en la figura 4.16.

En este caso, la realimentación pretendida desaparece, por cuanto la tensión de realimentación v_r , al llegar a la malla de realimentación, no genera ninguna tensión sobre el resistor R_i de entrada ya que el generador i_g presenta un circuito abierto por ser de impedancia interna infinito. En otras palabras, un generador de corriente ideal que alimente a una malla de realimentación, elimina toda posibilidad de realimentación anulando en consecuencia los efectos que pudieran esperarse de la misma. Por lo tanto, el valor de la impedancia que ve el generador de corriente i_g será el valor de la impedancia Z_e sin realimentar.

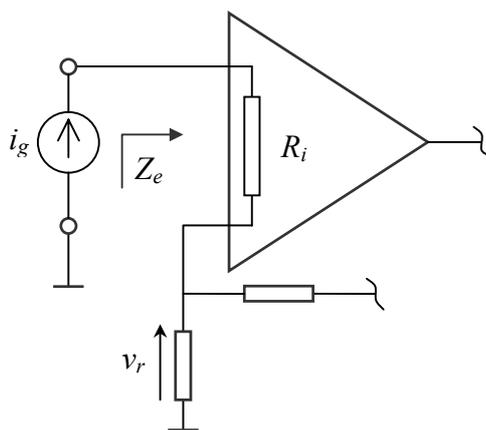


Fig. 4.16: Modo serie de realimentación alimentado por un generador de corriente.

Como consecuencia de ello, cuando se diseñan circuitos, debe tenerse especial precaución de tener en cuenta posibles errores que anulen los efectos deseados de una realimentación, como serían los casos de:

- alimentar un nodo de realimentación desde un circuito de muy baja impedancia de salida, o
- alimentar una malla de realimentación desde un circuito con muy alta impedancia de salida en relación a la de la entrada del circuito.

4.11 Teorema de Miller

El teorema de *Miller* se refiere a un circuito con ganancia de tensión A_v entre sus bornes de entrada y salida y que posee realimentación tipo tensión de salida y modo paralelo, tal como se ejemplifica en la figura 4.17.

Bajo estas condiciones, el teorema de *Miller* dice que la impedancia de entrada $Z_{e_{eq}}$ que ve el generador v_g debido al resistor de realimentación R_r vale:

$$Z_{e_{eq}} = \frac{R_r}{1 - A_v} \quad (4.66)$$

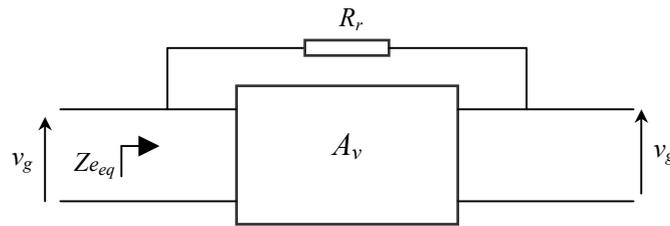


Fig. 4.17: Circuito para aplicación del teorema de Miller

Esta situación es un caso particular de la expresión simplificada de *Blackman* de (4.47) en donde si se desea conocer solo el efecto del resistor R_r de realimentación a la entrada del cuadripolo, bastará con calcular la impedancia de entrada Z_e en el nodo de realimentación para condiciones ideales de carga del cuadripolo A_v . En consecuencia, debe considerarse al cuadripolo como de impedancia infinita de entrada e impedancia nula de salida. Si la ganancia de tensión entrada-salida del cuadripolo es entonces igual a A_v , resulta para la expresión (4.47):

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = R_r \quad (4.67)$$

$$G_{Lca} = A_v \quad (4.68)$$

y

$$Z_{e_{eq}} = R_r \times \frac{1}{1 - A_v} = \frac{R_r}{1 - A_v} \quad (4.69)$$

En estos casos, puede observarse claramente que el principio de cortocircuito virtual para realimentación negativa modo paralelo con ganancias del lazo G_L elevadas en valor absoluto, se debe a que el resistor de realimentación R_r coloca una impedancia equivalente $Z_{e_{eq}}$ que tiende a cero, en paralelo entre el nodo de realimentación y masa.

4.12 Ejemplos

Se ejemplifica a continuación cálculos de impedancias de circuitos realimentados donde se aplican los criterios desarrollados en este capítulo.

4.12.1 Seguidor emisor

Para calcular las impedancias de entrada y de salida de un seguidor emisor, *figura 4.18.a*), se dibuja previamente el circuito equivalente en la *figura 4.18.b*).

Si se adopta:

$$\begin{aligned} \varphi &= i_b \\ a &= h_{fe} \\ \xi &= h_{fe} i_b \end{aligned} \quad (4.70)$$

resulta, para la impedancia de entrada y de acuerdo a la expresión (4.51) para el generador de entrada aplicado a la malla de Kirchhoff de realimentación:

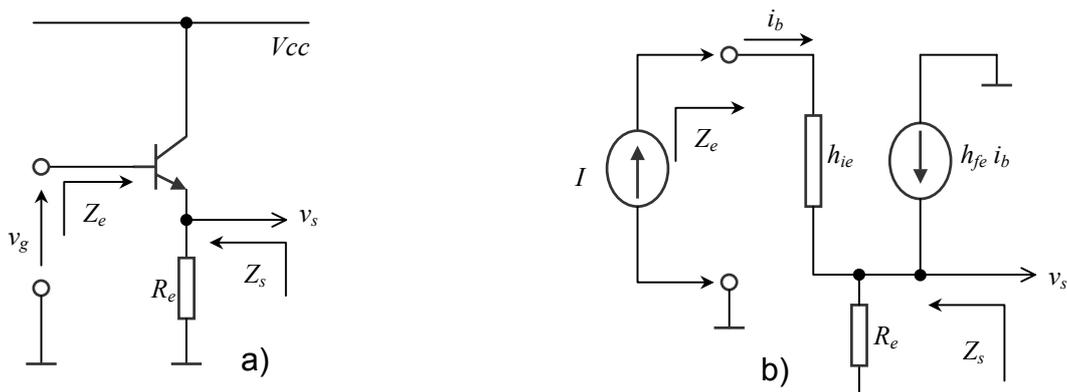


Fig. 4.18: a) Seguidor emisor. b) Circuito eléctrico equivalente para el cálculo de la impedancia de entrada y de salida.

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = \frac{v_g}{I} \Big|_{h_{fe} i_b=0} = h_{ie} + R_e \quad (4.71)$$

$$G_L \Big|_{\text{entrada en corto}} = -\frac{R_e h_{fe}}{h_{ie} + R_e} \quad (4.72)$$

Luego:

$$Z_e = (h_{ie} + R_e) \times \left(1 + \frac{R_e h_{fe}}{h_{ie} + R_e} \right) = h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_e \quad (4.73)$$

expresión bien conocida de la impedancia de entrada.

El cálculo de la impedancia de salida se hace con el generador de entrada igual a cero, siguiendo los lineamientos desarrollados en el apartado 4.9.3. Entonces:

$$Z_s \Big|_{\xi=0} = h_{ie} \parallel R_e = \frac{h_{ie} R_e}{h_{ie} + R_e} \quad (4.74)$$

$$G_{Lca} = -\frac{R_e h_{fe}}{h_{ie} + R_e} \quad (4.75)$$

$$G_{Lcc} = 0 \quad (4.76)$$

Luego:

$$Z_s = \frac{h_{ie} R_e}{h_{ie} + R_e} \times \frac{1}{1 + \frac{R_e h_{fe}}{h_{ie} + R_e}} = \frac{\frac{h_{ie} R_e}{1 + h_{fe}}}{\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} + R_e} = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \parallel R_e \quad (4.77)$$

expresión también bien conocida.

4.12.2 Circuito tirabota

El circuito *tirabota* se usa cuando se desea alta impedancia de entrada en corriente alterna porque puede utilizar un A.O. con transistores bipolares de entrada. En consecuencia debe proveerse de un camino alternativo de c.c. a masa para la corriente de polarización del A.O., pero tal que ésta no baje la impedancia de entrada del circuito.

La *figura 4.19.a)* muestra una alternativa válida.

En la misma C_1 y C_2 se usan para desacoplar la corriente continua y el resistor R_4 para ajustar la caída de tensión producida por la corriente de polarización I_b de la puerta negativa.

La *figura 4.19.b)* representa el circuito eléctrico equivalente a frecuencias medias.

Suponiendo un A.O. ideal al que se toma como generador controlado explicitado resulta:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = R_3 + R_1 \parallel R_2 \quad (4.78)$$

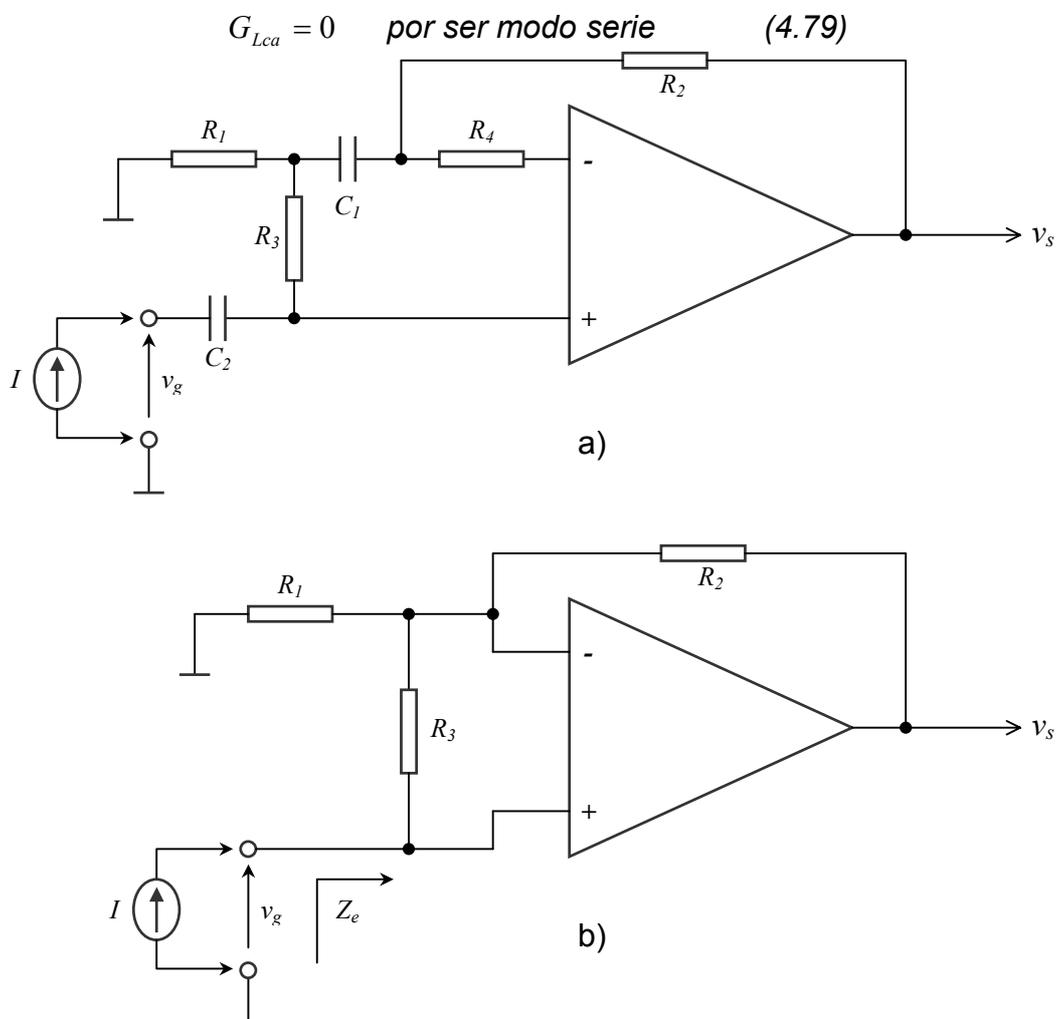


Fig. 4.19: a) Circuito tirabota para aumentar la impedancia de entrada en c.a. b) Circuito eléctrico equivalente para el cálculo de la impedancia de entrada.

$$G_{Lcc} = -A \frac{R_1 \parallel R_3}{R_1 \parallel R_3 + R_2} \quad (4.80)$$

Luego:

$$Z_e = (R_3 + R_1 \parallel R_2) \times \left(1 + A \frac{R_1 \parallel R_3}{R_1 \parallel R_3 + R_2} \right) \approx A \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2} \quad (4.81)$$

Como puede observarse de la expresión anterior la impedancia de entrada aumenta con el valor de R_3 , por lo que siempre se trata de hacerlo lo más alto posible. De allí la necesidad de colocar R_4 en serie con la puerta de entrada negativa para compensar las caídas de tensiones debido a la corriente I_b de polarización del A.O.

Obsérvese que R_3 puede ser considerado en este caso como que está en paralelo con la impedancia diferencial de entrada del A.O., con lo que la expresión (4.81) gana en generalidad y si A tiende a infinito, Z_e también tiende a infinito. Sin embargo, en la práctica, no se pueden alcanzar valores tan altos debido a la impedancia de modo común que presenta la puerta positiva con respecto a masa y que queda prácticamente en paralelo con Z_e de la expresión (4.81).

4.12.3 Circuito tirabota con dos A.O.

La figura 4.20.a) muestra un circuito tirabota que utiliza dos amplificadores operacionales.

Para calcular la impedancia de entrada, se usa el circuito eléctrico equivalente de la figura 4.20.b).

Adoptando como generador controlado explicitado a la ganancia del primer circuito amplificador se tiene:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{R_2}{R_1} \\ \varphi &= v_g \\ \xi &= -\frac{R_2}{R_1} v_g \end{aligned} \quad (4.82)$$

por lo tanto:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = R_1 \parallel R_3 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \quad (4.83)$$

Utilizando la expresión (4.47), pues el generador de corriente I excita el nodo de realimentación, se tiene:

$$G_{Lca} = \left(-\frac{R_2}{R_1} \right) \left(-2 \frac{R_1}{R_2} \right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} \right) = \frac{2 R_1}{R_1 + R_3} \quad (4.84)$$

Por lo tanto:

$$Z_e = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \times \frac{1}{1 - \frac{2 R_1}{R_1 + R_3}} = \frac{R_1 R_3}{R_3 - R_1} \quad (4.85)$$

Obsérvese de la expresión (4.84), que se está en presencia de una realimentación positiva por cuanto la ganancia del lazo es positiva, y tal como se verá más adelante, no producirá oscilaciones y/o enclavamientos en la medida que G_{Lca} sea menor que uno (R_3 mayor que R_1).

Sin embargo, es interesante remarcar nuevamente el efecto que la realimentación positiva modo paralelo tiene en este caso sobre la impedancia de entrada hacia el

nodo, produciendo un aumento del valor de la misma, tal como se deduce de la expresión (4.85) y se indicó en el punto 4.10.4.

Este efecto, puede observarse también si se alimenta el circuito con un generador de tensión como en la figura 4.20.c). En la misma la corriente i_g que entrega el generador v_g es:

$$i_g = i_{R_1} - i_{R_3} = \frac{v_g}{R_1} - \frac{2v_g - v_g}{R_3} = \frac{v_g}{R_1} - \frac{v_g}{R_3} \quad (4.86)$$

Si R_3 es mayor que R_1 , o sea cuando G_{Lca} es menor que uno, la corriente i_{R_3} que circula por R_3 es menor que i_{R_1} y tiene un sentido tal que ingresa al nodo A, contribuyendo en el valor de i_{R_1} , con lo que el valor final de i_g es menor que si R_3 no existiera y en consecuencia la impedancia de entrada aumenta.

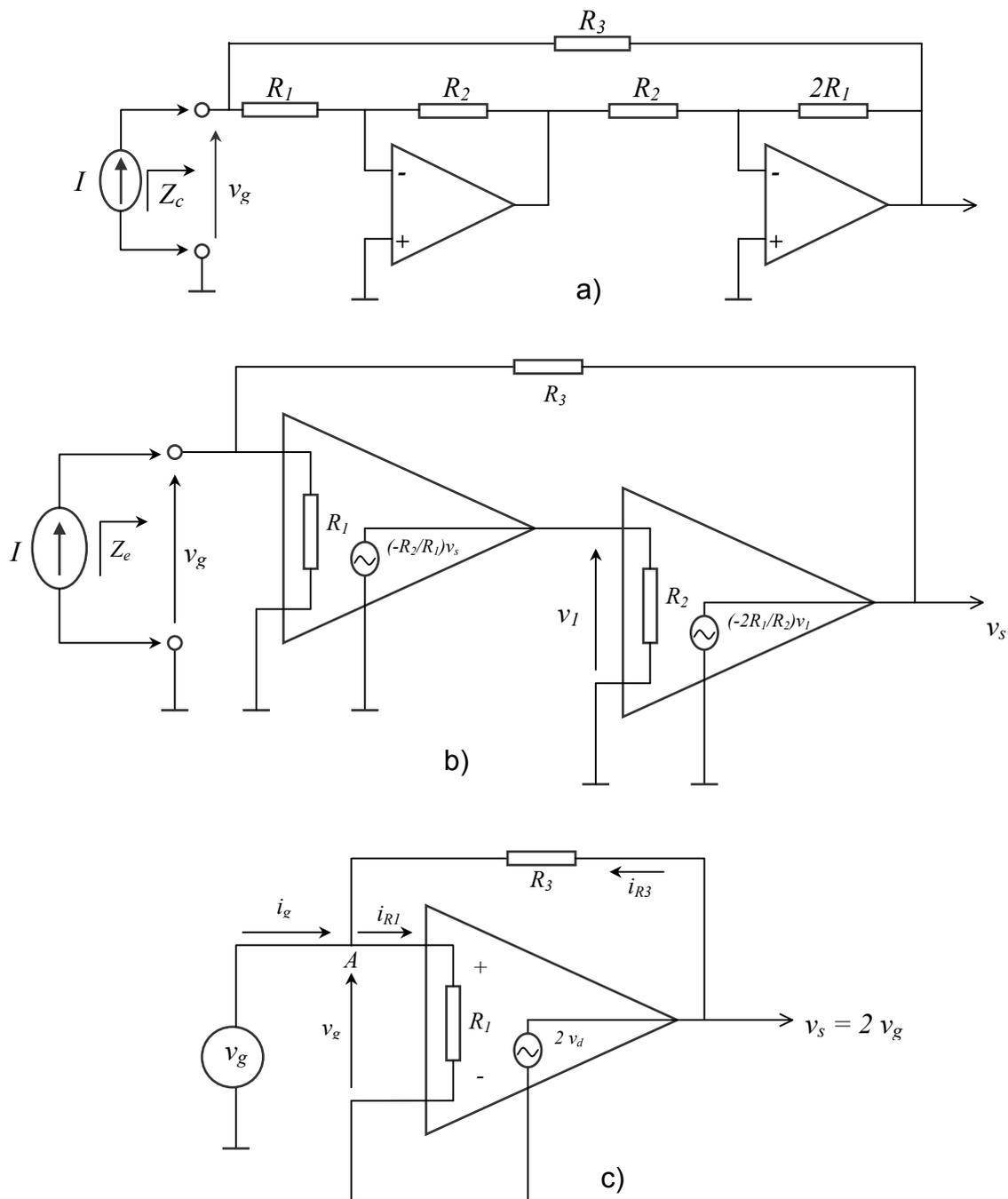


Fig. 4.20: a) Circuito tirabota para aumento de la impedancia de entrada. b) Circuito eléctrico equivalente. c) Circuito equivalente para estudiar el efecto de la realimentación positiva.

En particular, en caso límite cuando $R_1 = R_3$, resulta $i_g = 0$, o sea una impedancia de entrada teóricamente infinita. En este caso, la ganancia del lazo G_{Lca} es positiva e igual a uno.

Cuando R_3 es menor que R_1 , o sea G_{Lca} mayor que uno y suponiendo que siguen rigiendo las ecuaciones lineales del sistema, i_g cambiará de sentido, es decir, la corriente i_g entra al generador, por lo que el circuito aparece como entregando energía al generador v_g en lugar de consumir (circuito inestable).

4.12.4 Circuito amplificador de pulsos

Se desea calcular las impedancias de entrada y de salida del circuito amplificador de pulsos de la *figura 3.14* que por comodidad se repite en la *figura 4.21.a*).

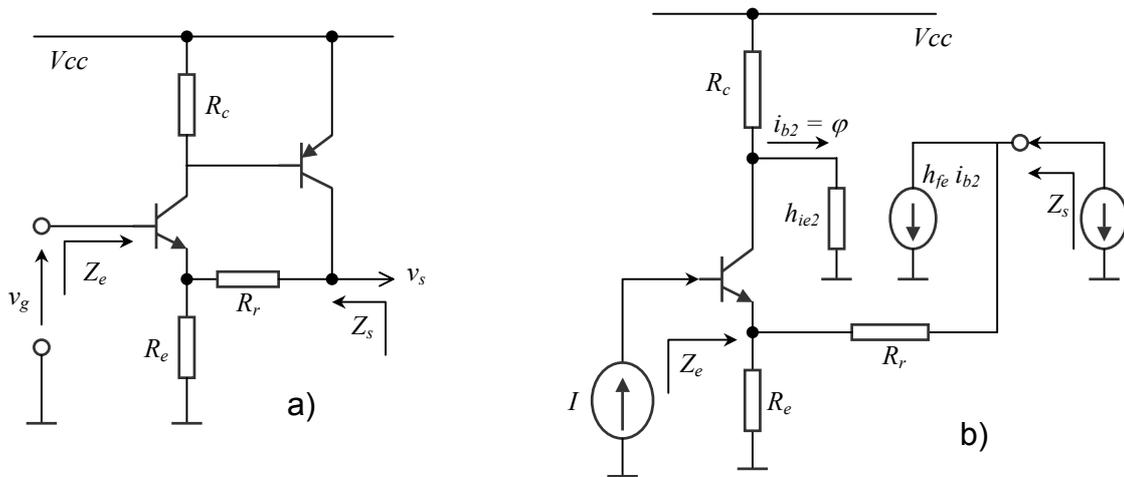


Fig. 4.21: a) Circuito amplificador de pulsos. b) Circuito equivalente para calcular las impedancias de entrada y de salida donde se explicita el generador controlado.

Para el cálculo de la impedancia de entrada, se explicita el generador controlado del segundo transistor tal como se ve en la *figura 4.21.b*), donde se considera:

$$\begin{aligned}\varphi &= i_{b_2} \\ a &= h_{fe_2} \\ \xi &= h_{fe_2} i_{b_2}\end{aligned}$$

Entonces

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = h_{ie_1} + R_e (1 + h_{fe_1}) \quad (4.87)$$

Aplicando la *relación (4.64)* para cuando se excita con el generador de corriente en la malla de *Kirchhoff* de entrada, se tiene:

$$G_{Lcc} = h_{fe_2} \frac{R_e}{R_e + h_{ie_1}} \alpha \frac{-R_c}{R_c + h_{ie_2}} \approx -\frac{h_{fe_2} R_c}{h_{ie_2} + R_c} \quad (4.88)$$

Luego:

$$Z_e = Z_e \Big|_{\xi=0} \times (1 - G_{Lcc}) \approx [h_{ie_1} + R_e (1 + h_{fe_1})] \times \left[1 + \frac{h_{fe_2} R_c}{h_{ie_2} + R_c} \right] \approx \frac{R_e (1 + h_{fe_1}) h_{fe_2} R_c}{h_{ie_2} + R_c} \quad (4.89)$$

La ecuación (4.89) muestra el alto valor que se obtiene para Z_e .

Para el cálculo de la impedancia de salida se considera la puerta de entrada a masa y se adopta el mismo generador controlado explicitado.

En consecuencia, según la expresión de *Blackman* 4.40 se tiene

$$Z_s \Big|_{\xi=0} = R_r + h_{ib} \parallel R_e \approx R_r \quad (4.90)$$

$$G_{Lca} = -\frac{h_{fe_2} R_c}{h_{ie_2} + R_c} \quad (4.91)$$

$$G_{Lcc} = 0 \quad (4.92)$$

Luego

$$Z_s = Z_s \Big|_{\xi=0} \times \frac{1 - G_{Lcc}}{1 - G_{Lca}} = R_r \times \frac{1 - 0}{1 + \frac{h_{fe_2} R_c}{h_{ie_2} + R_c}} \approx \frac{R_r (h_{ie_2} + R_c)}{h_{fe_2} R_c} \quad (4.93)$$

Obsérvese de la expresión (4.93), como baja la impedancia de salida por efecto de la realimentación negativa.

4.12.5 Circuito regulador de tensión

La figura 4.22.a) muestra el mismo regulador de tensión de la figura 2.19.a). Se desea ahora evaluar su impedancia de salida Z_s .

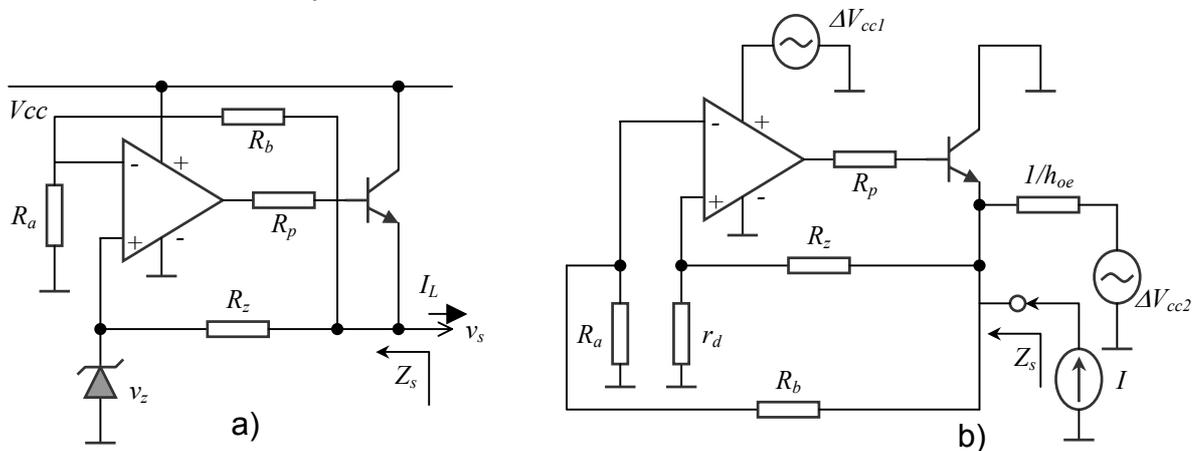


Fig. 4.22: a) Regulador de tensión. b) Circuito eléctrico equivalente para calcular la impedancia de salida.

Para ello, se deben considerar todos los efectos que actúan sobre el circuito produciendo la impedancia real de salida a saber (ver figura 4.22.b):

- 1) Impedancia de salida variacional de todo circuito electrónico.
- 2) El aumento de corriente de salida ΔI_L produce una disminución de la tensión V_{cc} de alimentación que es igual a $V_{cc} = \Delta I_L R_i$, donde R_i representa la impedancia de salida de la fuente de alimentación V_{cc} no regulada. Esta ΔV_{cc} ocasiona a su vez una caída de tensión adicional a la salida, produciendo un efecto equivalente a un incremento de la impedancia de salida del regulador. Observando la figura 4.22.b), ΔV_{cc} ingresa al circuito por dos caminos, a saber:

- a) Por la alimentación del A.O. y representada como ΔV_{cc1} , en la *figura 4.22.b*).
- b) Por la alimentación al transistor de paso, y que pasa a la salida por la admitancia h_{oe} del mismo. Está representada por ΔV_{cc2} en la *figura 4.22.b*). Para el cálculo, debe considerarse entonces al transistor de paso como si fuera ideal, o sea, con h_{oe} interna igual a cero (impedancia de salida por colector infinita).

3) Lazo de realimentación positiva formado por R_z , r_d (*impedancia dinámica del diodo zener*), el A.O. y el transistor de paso.

Para el cálculo del *punto 1*), o sea, el de la impedancia de salida normal, se adopta al amplificador operacional como generador controlado explicitado, suponiendo por simplicidad que el mismo es de impedancia de salida nula y de entrada infinita. En consecuencia:

$$Z_s \Big|_{\xi=0} = \frac{R_p + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \parallel (R_z + r_d) \parallel (R_a + R_b) \approx \frac{R_p + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \quad (4.94)$$

donde se supone que la impedancia $1/h_{oe}$ del transistor de paso es elevada frente a los otros factores de la expresión 4.94.

$$G_{Lcc} = 0 \quad (4.95)$$

$$G_{Lca} \approx -\frac{AR_a}{R_a + R_b} + \frac{Ar_d}{r_d + R_z} \quad (4.96)$$

que incluye el efecto de la realimentación positiva, expresado en la *consideración 3*) anterior. Supone además que la ganancia del seguidor emisor formado por el transistor de paso es aproximadamente igual a uno. Luego:

$$Z_{s1,3} \approx \frac{R_p + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \times \frac{1}{1 + A \left(\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{r_d}{r_d + R_z} \right)} \approx \frac{R_p + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \times \frac{1}{A \left(\frac{R_a}{R_a + R_b} \right)} \quad (4.97)$$

Nótese que el valor de la realimentación positiva es reducida frente a la negativa, motivo por el cual se puede simplificar, (por ser r_d generalmente muy pequeño).

Para el *punto 2*), el efecto debido a ΔV_{cc1} , se calcula utilizando el mismo criterio que para la *expresión (2.61)* de *capítulo 2*, considerando a ΔV_{cc2} igual a cero (por considerarse a $\Delta V_{cc1} = 0$ y ΔV_{cc2} como entradas independientes). En consecuencia:

$$Z_{s2,a} = \frac{SR_i A}{1 + A \left(\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{r_d}{r_d + R_z} \right)} \approx \frac{SR_i}{R_a + R_b} \quad (4.98)$$

Para calcular el efecto de ΔV_{cc2} , se debe hacer $\Delta V_{cc1} = 0$. Entonces, se está en presencia de un divisor resistivo similar al planteado en la *figura 2.20*, y cuyo valor resulta:

$$Z_{s2,b} = \frac{R_i (Z_{s1,3} + Z_{s2,a})}{(Z_{s1,3} + Z_{s2,a} + 1/h_{oe})} \approx R_i (Z_{s1,3} + Z_{s2,a}) h_{oe} \quad (4.99)$$

donde $(Z_{s1,3} + Z_{s2,a})$ es el equivalente al valor de R_o en dicha figura.

En consecuencia el valor final de Z_s será la suma de $Z_{s1,3} + Z_{s2,a} + Z_{s2,b}$, o sea:

$$Z_s \approx \left[\frac{R_p + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \frac{1}{A \left(\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{r_d}{R_z} \right)} + \frac{S R_i}{\frac{R_a}{R_a + R_b}} \right] (1 + h_{oe} R_i) \quad (4.100)$$

Quede en claro que el valor así obtenido es generalmente mayor al que resulta una vez armado el circuito. Ello se debe a que en la expresión (4.100) no se consideran efectos secundarios debido a impedancias de conexionado, realimentaciones por caminos comunes de señales, etc. y que dependen de cómo se haya realizado el armado.

4.13 Variación de la impedancia en cualquier punto del circuito debido a la realimentación negativa. Inyección serie y paralelo de señal.

En los apartados anteriores se estudiaron las variaciones de impedancias que produce la realimentación, tanto en el lugar de donde se toma la señal a realimentar como en donde se la realimenta. Sin embargo, la realimentación también modifica los valores de impedancias que se ve hacia cualquier punto del circuito que esté afectado por el lazo de realimentación, circunstancia particularmente importante cuando se desea, por ejemplo, inyectar señales adicionales a un circuito.

El análisis de esta situación se efectúa utilizando la fórmula de *Blackman* de la expresión (4.40). Existirán solo dos situaciones posibles de inyección, similares a los modos de realimentación. La figura 4.23 ejemplifica esquemáticamente estos dos casos.

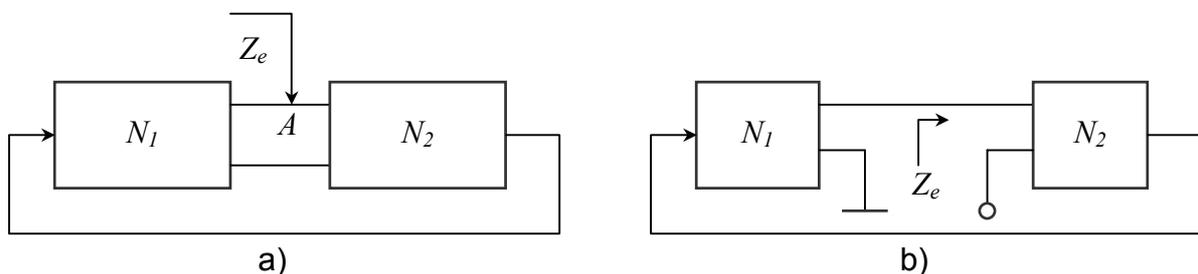


Fig. 4.23: Impedancia que se ve desde afuera a un punto intermedio del lazo de realimentación de un circuito. a) Modo paralelo de inyección de señal. b) Modo serie de inyección de señal.

La figura 4.23.a) presenta el caso corriente en que se desea calcular la impedancia que se ve desde afuera a un punto intermedio A del lazo de realimentación con el objeto de ingresar alguna señal adicional. N_1 y N_2 son *cuadripolos* tal que alguno de

ellos contenga al generador controlado explicitado. Si se aplica la *fórmula 4.40* resulta:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} \neq 0 \quad G_{Lcc} = 0 \quad G_{Lca} \neq 0 \quad (4.101)$$

Estas ecuaciones son similares a las de una realimentación modo paralelo con nodo de realimentación en el punto *A*. Este caso se lo conoce entonces como inyección paralela de señal. Nótese en consecuencia, que si la realimentación es negativa, la impedancia disminuirá con respecto a la no realimentada y puede llegar a tener valores muy bajos.

Análogamente, la *figura 4.23.b*) muestra el caso en que se desea inyectar una señal desde el borne que normalmente es tierra. De acuerdo a la expresión de Blackman de 4.40 es:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} \neq 0 \quad G_{Lcc} \neq 0 \quad G_{Lca} = 0 \quad (4.102)$$

Estas ecuaciones son similares a las de una realimentación modo serie para una malla de realimentación, lo que da origen al nombre de inyección serie de señal. Obsérvese que en estos casos la impedancia siempre aumentará si la realimentación es negativa.

Como ejemplo de inyección paralelo sea el circuito de la *figura 4.12.b*) que se redibuja por comodidad en la *figura 4.24*, y donde se desea calcular la impedancia vista en el punto *A*. En este caso resulta, si se mantienen las condiciones originales del problema:

$$\begin{aligned} Z_e \Big|_{\xi=0} &\approx R_c \\ G_{Lcc} &= 0 \\ G_{Lca} &\approx -\frac{R_c}{R_r} \frac{R_g}{R_g + h_{ie1}} h_{fe1} \end{aligned} \quad (4.103)$$

Por lo tanto

$$Z_e \approx \frac{R_c}{1 + \frac{R_c}{R_r} \frac{R_g}{R_g + h_{ie1}} h_{fe1}} \approx \frac{R_r (R_g + h_{ie1})}{R_g h_{fe1}} \quad (4.104)$$

Nótese el menor valor obtenido para la impedancia

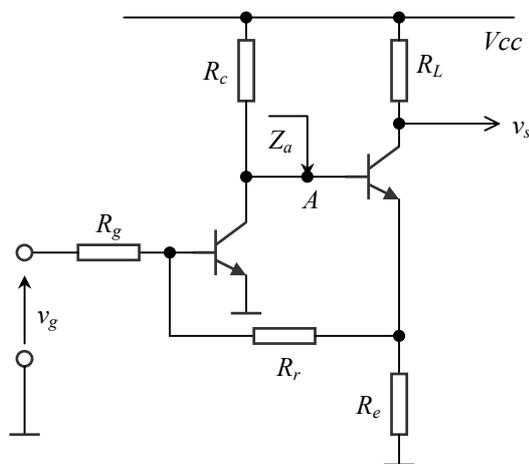


Fig: 4.24

Como ejemplo de inyección serie, sea el circuito de la *figura 4.25* (amplificador inversor) donde se desea calcular la impedancia de entrada por la pata positiva del amplificador operacional.

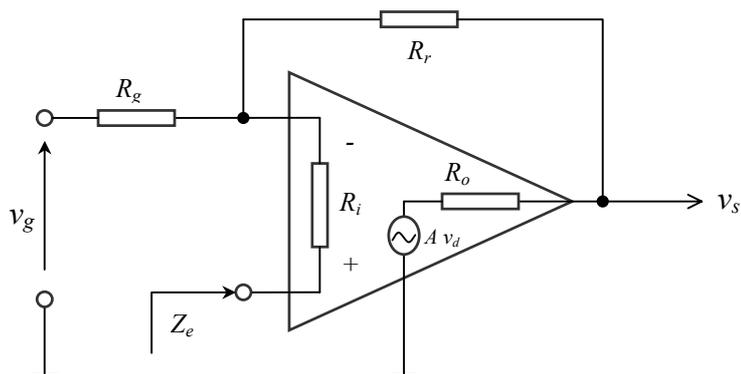


Fig. 4.25

Aplicando la ecuación de *Blackman* se tiene:

$$\begin{aligned} Z_e \Big|_{\xi=0} &= R_i + R_g \parallel (R_r + R_o) \\ G_{Lcc} &= -A \frac{R_i \parallel R_g}{R_i \parallel R_g + R_r + R_o} \\ G_{Lca} &= 0 \end{aligned} \quad (4.105)$$

Luego:

$$Z_e = \left[R_i + R_g \parallel (R_r + R_o) \right] \left[1 + A \frac{R_i \parallel R_g}{R_i \parallel R_g + R_r + R_o} \right] \approx A \frac{R_i R_g}{R_g + R_r + R_o} \quad (4.106)$$

Obsérvese el valor elevado de Z_e que se obtiene para esta inyección serie.

En la práctica, la impedancia de modo común que tiene el amplificador operacional y que queda en el paralelo con Z_e es la que realmente fija el valor de la impedancia de entrada.

4.14 Extensión de la fórmula de *Blackman* para circuitos con más de un lazo de realimentación

Con el mismo razonamiento que es usó para el cálculo de transmitancia de un circuito con varios lazos de realimentación desarrollado en el *apartado 2.7*, puede encontrarse una expresión más general para la *fórmula de Blackman*. En efecto, sea el diagrama de flujo de la *figura 2.17* que se presenta nuevamente en la *figura 4.26*, donde se abre el tramo a para poder definir diferencias de retorno, tal como se hizo en el *apartado 4.2*.

Quede bien en claro que siempre en estos casos todos los lazos de realimentación deben pasar por el generador controlado explicitado.

La diferencia de retorno para salida nula F'_a se calcula entonces para $\alpha' = 1$.

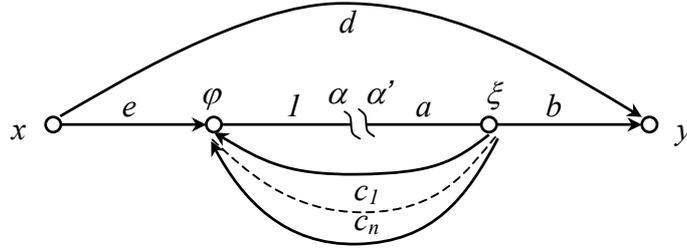


Fig. 4.26: Diagrama de flujo con n lazos de realimentación (tal que todos ellos pasen por el generador controlado a explicitado, útil para calcular diferencias de retorno).

$$y = 1 \times a \times b + x_n \times d = 0 \quad (4.107)$$

$$x_n = -\frac{ab}{d} \quad (4.108)$$

donde x_n es la particular entrada que hace la salida nula. Si n es el número de lazos de realimentación es:

$$\alpha = x_n \times e + 1 \times a \times \sum_{i=1}^n c_i \times 1 = -\frac{eab}{d} + \sum_{i=1}^n G_{Li} = -\frac{T_{cd}}{T_{cf}} + \sum_{i=1}^n G_{Li} \quad (4.109)$$

En consecuencia, la diferencia de retorno para salida nula será:

$$F'_a = 1 - \alpha = 1 + \frac{T_{cd}}{T_{cf}} - \sum_{i=1}^n G_{Li} \quad (4.110)$$

Por otra parte, la transmitancia T resulta:

$$T = \frac{T_{cd}}{1 - \sum_{i=1}^n G_{Li}} + T_{cf} = \frac{T_{cf}}{1 - \sum_{i=1}^n G_{Li}} \times \left(\frac{T_{cd}}{T_{cf}} + 1 - \sum_{i=1}^n G_{Li} \right) = T_{cf} \times \frac{F'_a}{F_a} \quad (4.111)$$

donde F'_a y F_a están definidas para múltiples lazos de realimentación.

Siguiendo un razonamiento similar al empleado en el apartado 4.7, se puede encontrar entonces que:

$$\begin{aligned} T_{cf} &= Z_e \Big|_{\xi=0} \\ F'_a &= 1 - \sum_{i=1}^n G_{Licc} \\ F_a &= 1 - \sum_{i=1}^n G_{Lica} \end{aligned} \quad (4.112)$$

Donde $\sum_{i=1}^n G_{Licc}$ es la sumatoria de la ganancia de todos los lazos de realimenta-

ción con la puerta cortocircuitada donde se quiere medir la impedancia y $\sum_{i=1}^n G_{Lica}$ la sumatoria de la ganancia de todos los lazos de realimentación con la puerta abierta donde se quiere medir la impedancia.

Queda finalmente la expresión más general:

$$Z = Z \Big|_{\xi=0} \times \frac{1 - \sum_{i=1}^n G_{Licc}}{1 - \sum_{i=1}^n G_{Lica}} \quad (4.113)$$

para la determinación de la impedancia que presenta un circuito en la puerta considerada y que posea n lazos de realimentación.

NOTAS IMPORTANTES:

1. Nótese que en todo el cálculo que se ha planteado, en ningún momento se han efectuado consideraciones respecto al tipo y/o modo de realimentar como tampoco si los lazos de realimentación son de signo positivo y/o negativo, o sea, que el método presentado es completamente general y surge como una aplicación de la expresión de la transmitancia para relaciones *causa-efecto* sobre una misma puerta (*inmitancia*).
2. Otro aspecto muy importante a tener en cuenta para la utilización de este método es que **todas las señales** que circulan por los distintos lazos que pudieran existir de las ganancias de los lazos G_{Lcc} y G_{Lca} , deben pasar por el generador controlado explicitado.
3. Sin embargo, para que exista modificación de la impedancia vista en la puerta de donde se quiere medir, no es necesario que todos los lazos individuales que forman tanto las ganancias del lazo de cortocircuito G_{Lcc} como de circuito abierto G_{Lca} , pasen por la puerta por donde se quiere calcular la impedancia. Bastará que uno solo de los lazos de realimentación que forman tanto a G_{Lcc} como a G_{Lca} pasen por la puerta por donde se quiere calcular la impedancia, para que la realimentación modifique su valor.

4.15 Ejemplos de aplicación

Se muestran a continuación algunos ejemplos de cálculo de impedancias.

4.15.1 Convertidor tensión- corriente

Como ejemplo de aplicación de la ecuación 4.113, sea el convertidor tensión-corriente de la figura 4.27.

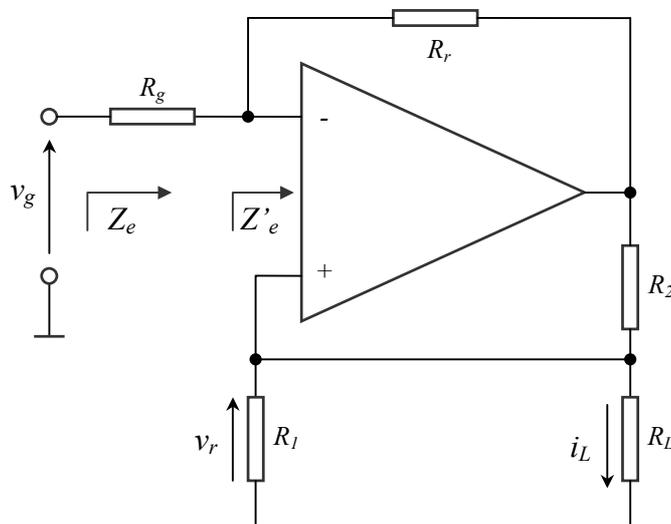


Fig. 4.27: Convertidor tensión-corriente i_L/v_g

Se desea conocer el valor de la impedancia de entrada Z_e , considerando al amplificador operacional como ideal.

Se toma como generador controlado explicitado al del amplificador operacional. Por simplicidad se calculará primero Z'_e definida en la *figura 4.27*.

Entonces:

$$Z'_e \Big|_{\xi=0} = R_r \quad (4.114)$$

$$F'_a = 1 - \sum_{i=1}^n G_{Licc} = 1 - \left[A \frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2} \right] \quad (4.115)$$

$$F_a = 1 - \sum_{i=1}^n G_{Lica} = 1 - \left[-A + A \frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2} \right] \quad (4.116)$$

Obsérvese que para el caso de cortocircuito de la entrada, únicamente el lazo de realimentación positivo queda actuando, a diferencia que para circuito abierto a la entrada, actúan los dos lazos de realimentación simultáneamente, uno positivo y otro negativo. En consecuencia:

$$Z'_e = R_r \times \frac{1 - A \frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2}}{1 + A - A \frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2}} \quad (4.117)$$

que para $A \rightarrow \infty$ resulta:

$$Z'_e = \frac{-\frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2}}{1 - \frac{R_1 \parallel R_L}{R_1 \parallel R_L + R_2}} R_r = -\frac{R_r}{R_2} \times R_1 \parallel R_L \quad (4.118)$$

Finalmente

$$Z_e = R_g - \frac{R_r}{R_2} \times R_1 \parallel R_L \quad (4.119)$$

Nótese que para que Z_e sea positivo, R_g debe tener un valor mínimo que depende de R_L . Se verá más adelante que ello es importante por cuanto de esa manera la sumatoria de las ganancias del lazo será menor que uno para asegurar la estabilidad del circuito.

4.15.2 Potenciómetro activo

La *figura 4.28* muestra un circuito que simula una resistencia bipolar variable usado generalmente para ajustar ganancias y/o rechazos de modo común en amplificadores de instrumentación.

Los resistores R deben ser apareados para asegurar una buena simetría del valor equivalente del potenciómetro.

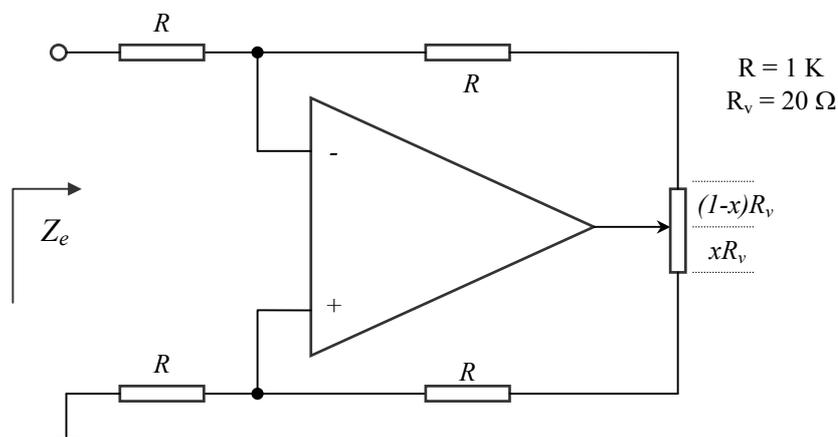


Fig. 4.28: Potenciómetro activo que simula una resistencia bipolar variable.

Si se adopta como generador controlado explicitado al del amplificador operacional, se tienen dos lazos de realimentación, uno negativo y otro positivo. Entonces:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = 2R + R_v(1-x) \quad (4.120)$$

$$G_{Lcc} = A \left[\frac{-R}{2R + (1-x)R_v} + \frac{R}{2R + xR_v} \right] \quad (4.1221)$$

$$G_{Lca} = A \left(-1 + \frac{R}{2R + xR_v} \right) \quad (4.122)$$

Por lo tanto

$$Z_e = [2R + R_v(1-x)] \times \frac{1 - A \left[-\frac{R}{2R + R_v(1-x)} + \frac{R}{2R + xR_v} \right]}{1 - A \left(-1 + \frac{R}{2R + xR_v} \right)} \quad (4.123)$$

Si $A \rightarrow \infty$

$$Z_e = \frac{2x-1}{1+x\frac{R_v}{R}} R_v \quad (4.124)$$

Para valores típicos de $R = 1 \text{ k}\Omega$ y $R_v = 20 \Omega$ es:

$$Z_e = \frac{2x-1}{1-0,02x} \times 20\Omega \quad (4.125)$$

donde en la figura 4.29 puede observarse la buena linealidad de variación de la impedancia Z_e en función de x .

Debe dejarse aclarado que este potenciómetro activo tiene validez como tal, solo cuando la impedancia a la cual está conectado es de elevado valor (mucho mayor que $R + R_v$). La justificación se obtiene estudiando la estabilidad del mismo.

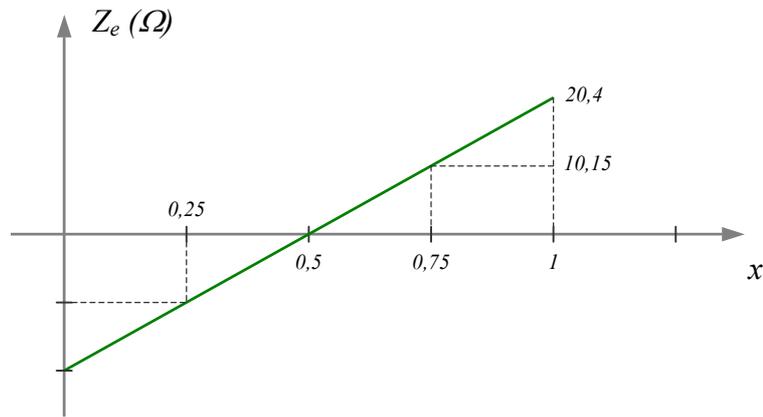


Fig. 4.29: Variación de impedancia de entrada que presenta el circuito de la figura 4.28, donde puede observarse los valores negativos de la misma para un extremo del potenciómetro R_v .

4.15.3 Cambiador de impedancias

La figura 4.30 muestra un circuito de un cambiador de impedancias, del que se desea conocer el valor de impedancia de entrada equivalente.

Para ello se adopta un generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria, indicado como *G.C.E.A.* en dicho dibujo. En este caso se tiene un solo lazo de realimentación de signo negativo.

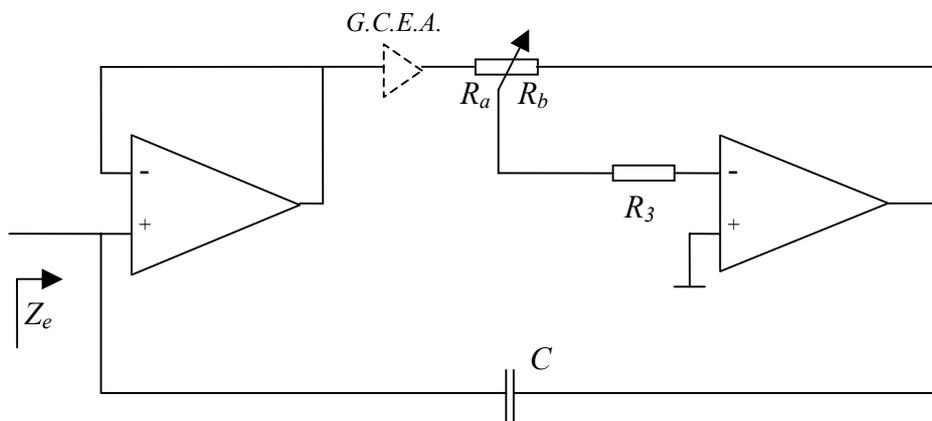


Fig. 4.30: Cambiador de impedancias. (*G.C.E.A.* representa al Generador controlado explicitado auxiliar de ganancia unitaria).

Entonces:

$$Z_e \Big|_{\xi=0} = \frac{1}{sC} \quad (4.126)$$

$$G_{Lcc} = 0 \quad (4.127)$$

$$G_{Lca} = 1 \times \left(-\frac{R_b}{R_a} \right) \times 1 \times 1 \quad (4.128)$$

$$Z_e = \frac{1}{sC} \times \frac{1}{1 + \frac{R_b}{R_a}} \quad (4.129)$$

que equivale a disponer a la entrada de un capacitor de valor

$$C_e = \left(1 + \frac{R_b}{R_a} \right) \quad (4.130)$$

o sea un capacitor que ha aumentado su valor en $(1 + R_b/R_a)$

Obsérvese que este resultado pudo haberse obtenido también aplicando el teorema de Miller del punto 4.11 de este capítulo.

4.15.4 Filtro aguja

La figura 4.31 muestra un circuito de un filtro aguja, del que se desea calcular su función de transmitancia y los parámetros para ajustar la frecuencia del mismo y la atenuación.

Para ello, se calcula primero la impedancia de entrada Z_{e1} a la entrada de la pata positiva del segundo amplificador operacional.

Se adopta para ello, como generador controlado explicitado, al segundo amplificador operacional. En consecuencia, existirán dos lazos de realimentación, uno positivo y otro negativo

Se tiene entonces:

$$Z_{e1} \Big|_{\xi=0} = R_1 + R_1 \parallel \frac{1}{sC_2} = R_1 + \frac{R_1}{1 + sC_2 R_1} = R_1 \left(\frac{2 + sC_2 R_1}{1 + sC_2 R_1} \right) \quad (4.131)$$

$$G_{Lcc} = -A \quad (4.132)$$

$$G_{Lca} = -A + A \left(\frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_2}} \right) = -A + A \left(\frac{sR_1 C_2}{1 + sR_1 C_2} \right) = -A \frac{1}{1 + sR_1 C_2} \quad (4.133)$$

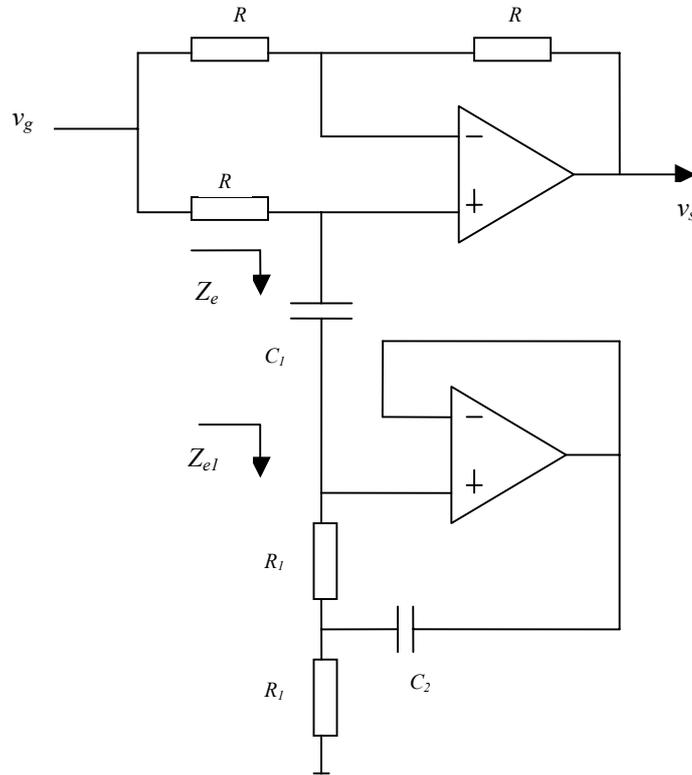


Fig. 4.31: Filtro aguja.

$$Z_{e1} = R_1 \times \frac{2 + sR_1C_2}{1 + sR_1C_2} \times \frac{1 + A}{1 + \frac{A}{1 + sR_1C_2}} \quad (4.134)$$

Si se toma un valor elevado para la ganancia A del amplificador operacional

$$Z_{e1}|_{A \rightarrow \infty} = R_1 \times (2 + sR_1C_2) \quad (4.135)$$

Luego, la impedancia de entrada Z_e será:

$$Z_e = \frac{1}{sC_1} + R_1 \times (2 + sR_1C_2) = \frac{1 + sR_1C_1 \times (2 + sR_1C_2)}{sC_1} \quad (4.136)$$

y la transmitancia T resultará

$$T = -1 + \frac{Z_e}{Z_e + R} \times 2 = \frac{Z_e - R}{Z_e + R} = \frac{1 + sR_1C_1 \times [2 + sR_1C_2] - sRC_1}{1 + sR_1C_1 \times (2 + sR_1C_2) + sRC_1} \quad (4.137)$$

$$T = \frac{s^2R_1^2C_1C_2 + sC_1(2R_1 - R) + 1}{s^2R_1^2C_1C_2 + sC_1(2R_1 + R) + 1} \quad (4.138)$$

Que es la ecuación de un filtro aguja para R_1 igual a $R/2$. Variando C_2 se puede variar la frecuencia de la atenuación f_N

$$f_N = \frac{1}{2\pi R_1 \sqrt{C_1 C_2}} \quad (4.139)$$