

# CAPÍTULO VI

## Ancho de banda y fase de circuitos realimentados

### 6.1 Introducción

En los *capítulos 2 al 5* se analizaron distintas características de los circuitos realimentados relacionadas ya sea con su respuesta en continua o en la banda de frecuencia medias. Es bien conocido, sin embargo, que una de las características más importantes de una realimentación reside en la modificación del ancho de banda de los circuitos y por ende de la respuesta transitoria del mismo.

El estudio de estos casos se complica a medida que las funciones de transmitancia del camino directo y ganancia del lazo estén formados por polinomios de orden mayor que dos. En consecuencia en una primer parte de este capítulo se analizan aquellos circuitos en los que  $T_{cd}(s)$  y  $G_L(s)$  son sistemas de primer orden, pues los conceptos que se obtengan de ellos son razonablemente extensibles a los de orden mayor.

Por otro lado, el análisis de los desfases finales producidos por una realimentación es normalmente poco usado en los estudios de los sistemas debido generalmente a su complejidad, a pesar de la ayuda computacional existente. Por ello, se muestra en la segunda parte de este capítulo una forma de evaluación de los mismos a partir de desfases conocidos de las transmitancias del camino directo y de la ganancia del lazo y los errores que se pueden cometer cuando se realizan simplificaciones no correctas.

### 6.2 Ancho de banda

Para el estudio del ancho de banda de un circuito, se adoptará como definición de ancho de banda (*A.B.*), a la frecuencia para la cual la magnitud de la salida es  $1/\sqrt{2} = 0,707$  veces la magnitud de la salida a frecuencias medias.

Supóngase ahora disponer de un circuito que tenga como generador controlado explicitado a un dispositivo activo cuya respuesta en frecuencia es de primer orden, dada por la *expresión (6.1)*.

$$A(s) = \frac{-A_o}{1 + s\tau} \quad (6.1)$$

donde  $A_o$  representa la transmitancia de corriente continua, y cuyo diagrama de Bode aparece en la *figura 6.1*.

Obsérvese que  $A(s)$  puede representar indistintamente al generador controlado de un transistor ya sea *FET* o *bipolar* como a un amplificador operacional compensado internamente.

En la *figura 6.1* se muestra que  $1/\tau$  es la frecuencia de corte a *3 dB*, o sea el ancho de banda del dispositivo activo, que en el caso de los amplificadores operacionales es por lo general muy bajo, menor que *100 rad/seg*.

Considérese ahora que este elemento activo forma parte de un circuito, en el cual todos sus componentes asociados sean independientes de la frecuencia (resistores puros). En este caso, si el circuito *no está realimentado*, el ancho de banda del mismo estará determinado *únicamente* por el generador controlado, es decir:

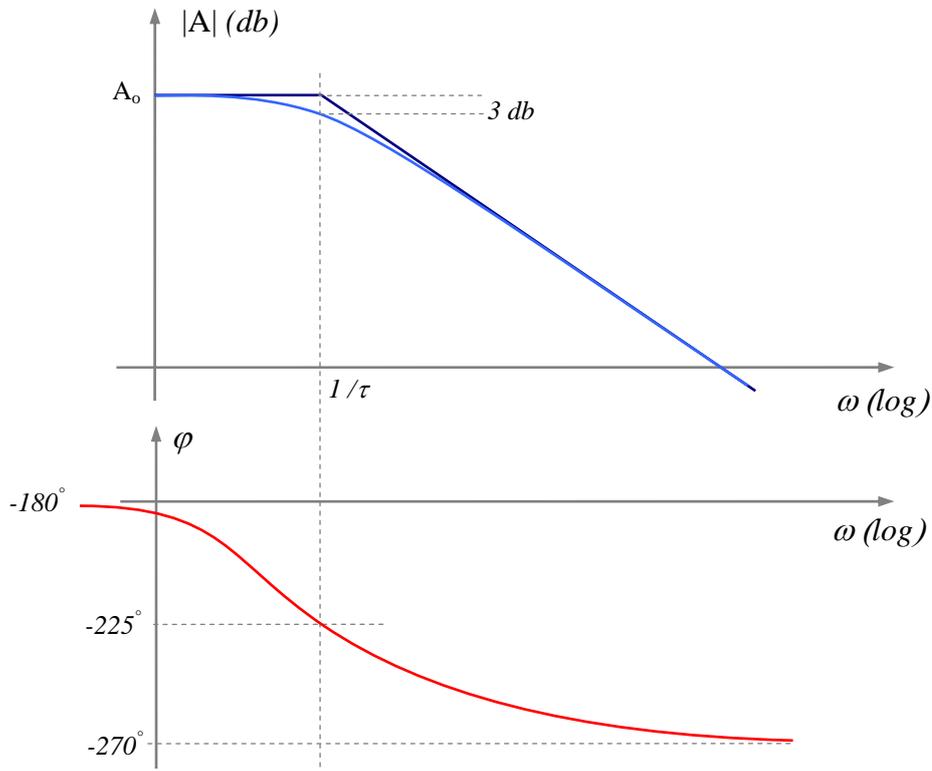


Fig. 6.1: Diagrama esquemático de Bode de la ecuación (6.1)

$$(A.B.) = \frac{1}{\tau} (\text{rad} / \text{seg}) \quad (6.2)$$

Si a este mismo dispositivo activo se lo realimenta, las correspondientes expresiones de  $T_{cd}(s)$  y  $G_L(s)$  serán de la forma:

$$\begin{aligned} T_{cd} &= T_{cd_o} \frac{1}{1 + s\tau} \\ G_L &= G_{L_o} \frac{1}{1 + s\tau} \end{aligned} \quad (6.3)$$

donde  $T_{cd_o}$  y  $G_{L_o}$  representan la transmitancia del camino directo y ganancia del lazo de corriente continua respectivamente y contendrán el valor de  $A_o$  de la transmitancia de continua del generador controlado, tal como se ha venido trabajando hasta ahora. Entonces (suponiendo  $T_{cf} = 0$  por simplicidad):

$$T = \frac{T_{cd_o} \frac{1}{1 + s\tau}}{1 - G_{L_o} \frac{1}{1 + s\tau}} = \frac{T_{cd_o}}{1 - G_{L_o} + s\tau} = \frac{T_{cd_o}}{1 - G_{L_o}} \times \frac{1}{1 + s \frac{\tau}{1 - G_{L_o}}} = T_o \frac{1}{1 + s\tau'} \quad (6.4)$$

donde se define a  $T_o$  como:

$$T_o = \frac{T_{cd_o}}{1 - G_{L_o}} = \text{Transmitancia de las frecuencias bajas y medias} \quad (6.5)$$

y a  $\tau'$  como:

$$\tau' = \frac{\tau}{1 - G_{L_o}} = \text{Nueva constante de tiempo} \quad (6.6)$$

Obsérvese en consecuencia que  $1/\tau'$  determinará el nuevo ancho de banda del circuito, o sea:

$$(A.B.)_r = \frac{1 - G_{L_o}}{\tau} (\text{rad/seg}) \quad (6.7)$$

Si se comparan los anchos de banda de los circuitos sin realimentación (6.2) y con realimentación (6.7), se observará que el ancho de banda de un circuito *realimentado negativamente* se incrementó en el valor  $(1 - G_{L_o})$  con respecto al no realimentado.

En cambio un circuito *realimentado positivamente*, verá disminuir su ancho de banda en la misma proporción.

El aumento del ancho de banda de los circuitos realimentados negativamente, es una de las propiedades más importantes de la realimentación negativa, pero nótese que ello se ha conseguido a costa de una disminución del valor final de la transmitancia frente a la transmitancia disponible del camino directo. Ello siempre es así, a menor ancho de banda mayor valor de transmitancia final y viceversa, a mayor ancho de banda (mayor realimentación negativa) menor transmitancia. Debido a esta interrelación entre ancho de banda y transmitancia, es que se ha definido una figura de mérito conocida como el producto ganancia por ancho de banda que se analiza en el punto siguiente.

### 6.3 Producto de ganancia por ancho de banda

El producto ganancia por ancho de banda es un término clásico de la literatura electrónica surgido de la época de los amplificadores a válvula. Conceptualmente una mejor terminología sería la de transmitancia por ancho de banda, que es la que se desarrolla.

Supóngase que se desea efectuar el producto de la transmitancia de corriente continua o frecuencias medias de un circuito realimentado negativamente por el ancho de banda del mismo. Utilizando las expresiones (6.5) y (6.7) del caso anterior, se tiene:

$$T_o \times (A.B.)_r = \frac{T_{cd_o}}{1 - G_{L_o}} \times \frac{1 - G_{L_o}}{\tau} = \frac{T_{cd_o}}{\tau} \quad (6.8)$$

Analizando la *expresión* (6.8) para un circuito de un amplificador no inversor como el de la *figura* 6.2 se tiene:

$$T_{cd_o} = A_o \quad (6.9)$$

con lo que la *expresión* (6.8) queda:

$$T_o \times (A.B.)_r = \frac{A_o}{\tau} \quad (6.10)$$

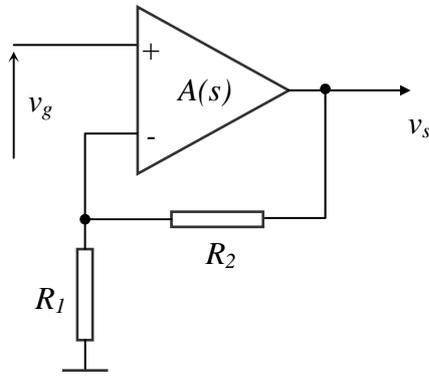


Fig. 6.2: Amplificador no inversor

Es decir, el producto transmitancia por ancho de banda del amplificador no inversor, depende únicamente de la ganancia en bajas frecuencias  $A_o$  y del ancho de banda  $1/\tau$  del dispositivo activo elegido. En otras palabras, una vez determinado el amplificador operacional a usar, el producto  $T_o \times (A.B.)_r$  se considera constante, o sea que es independiente de los elementos externos de interconexión de la etapa amplificadora. Aquí se ve claramente entonces que a mayor transmitancia  $T_o$ , se tendrá menor ancho de banda  $(A.B.)_r$  y viceversa.

Sea ahora el amplificador inversor de la figura 6.3 donde  $T_{cdo}$  vale:

$$T_{cdo} = -\frac{A_o R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.11)$$

y el producto  $T_o \times (A.B.)_r$  resulta de (6.8):

$$T_o \times (A.B.)_r = -\frac{A_o R_2}{R_1 + R_2} \times \frac{1}{\tau} = -\frac{A_o}{\tau} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.12)$$

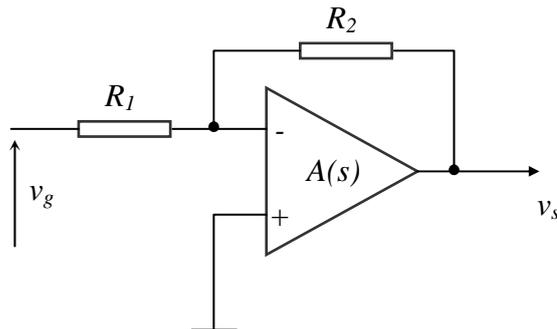


Fig. 6.3: Amplificador inversor

En este caso, el producto transmitancia por ancho de banda no se considera constante, es decir, no resulta independiente de las componentes externas de interconexión ( $R_1$  y  $R_2$ ), sino que existe una interdependencia con ellas.

## 6.4 Ancho de banda de los amplificadores inversor y no-inversor

El análisis de los anchos de banda de un amplificador inversor como el de *figura 6.3*, y el de un no-inversor como el de *figura 6.2*, pueden obtenerse a partir de la expresión general dada por la *ecuación (6.7)*.

En ambos casos, la ganancia del lazo para frecuencias bajas y media tiene el mismo valor y es igual a:

$$G_{L_o} = -A_o \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.13)$$

por lo que el ancho de banda de ambos amplificadores operacionales realimentados resulta:

$$(A.B.)_r = \frac{1 + \frac{A_o R_1}{R_1 + R_2}}{\tau} \quad (6.14)$$

Sin embargo, nótese que para los mismos valores de  $R_1$  y  $R_2$ , los valores absolutos de las transmitancias  $T_o$  del amplificador inversor y del no-inversor son distintos. La *tabla 6.1* muestra un análisis de esta situación.

$ T_o $	No-inversor			Inversor		
	$R_1$	$R_2$	$(A.B.)_r$	$R_1$	$R_2$	$(A.B.)_r$
1	$\infty$	1	$A_o / \tau$	1	1	$0,5 A_o / \tau$
10	1	9	$0,1 A_o / \tau$	1	10	$0,091 A_o / \tau$
100	1	99	$0,01 A_o / \tau$	1	100	$0,0099 A_o / \tau$

Tabla 6.1

De ella puede inferirse que para altos valores en absoluto de la transmitancia  $T_o$ , los anchos de banda de ambos circuitos son parecidos, mientras que para bajos valores de transmitancias  $T_o$ , el amplificador no inversor posee mayor ancho de banda. En particular cuando  $|T_o| = 1$  el ancho de banda del amplificador no inversor duplica al del amplificador inversor.

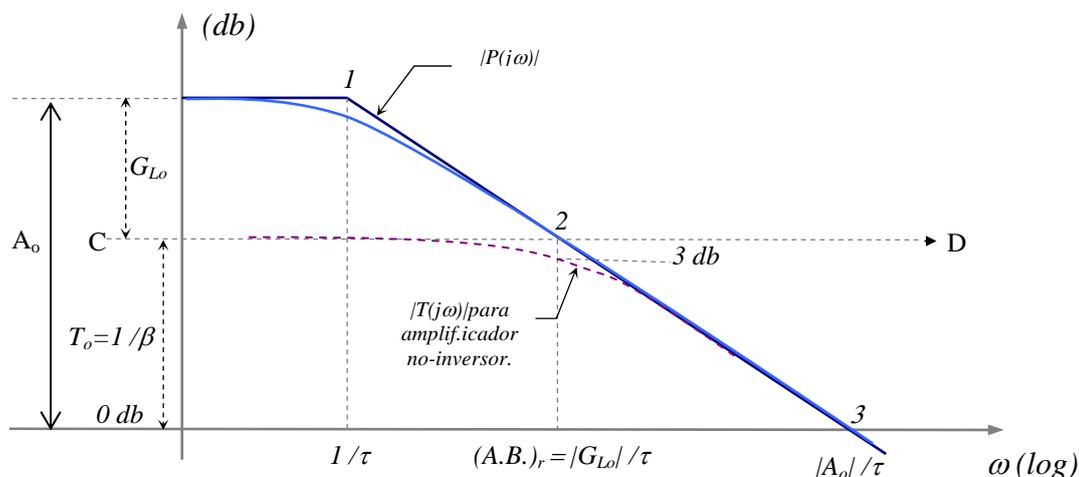


Fig. 6.4

También resulta interesante mostrar un análisis utilizando el diagrama de amplitud de Bode, para el caso de un amplificador operacional, tal como se muestra en forma aproximada en la *figura 6.4*.

En ella se observa:

- la ganancia del Amplificador Operacional a lazo abierto  $A=A_o/(1+j\omega\tau)$ , en color azul.
- el valor absoluto de la ganancia del lazo  $G_{Lo}$ , sobre el eje vertical, expresado en decibeles, e igual a  $A_o * R_1 / (R_1 + R_2)$
- la inversa de la atenuación  $1/\beta = (R_1 + R_2) / R_1$ , sobre el eje vertical, expresada en decibeles.
- la frecuencia de ganancia unitaria del amplificador operacional, muy aproximadamente igual a  $|A_o| / \tau$ , sobre el eje horizontal.
- El ancho de banda del circuito realimentado igual a  $(A.B.)_r = |G_{Lo}| / \tau$

Estos valores indicados en la *figura 6.4* son válidos tanto para las configuraciones inversoras como para las no-inversoras de un amplificador operacional.

Obsérvese en consecuencia que la curva de la ganancia del lazo  $G_L(j\omega)$  del Amplificador puede considerarse como que es la misma que la del Amplificador Operacional a lazo abierto, pero tomando como eje de las abscisas a la línea C-D que corresponde a la resultante de multiplicar al módulo de  $A_o$  con la atenuación  $\beta$ .

Por otra parte, y recordando que para el caso del *amplificador no-inversor* el valor de la transmitancia  $T_o$  es igual a  $1/\beta$ , puede inferirse también que la gráfica de trazos de color violeta de la *figura 6.4* representará a la transmitancia  $T$  del amplificador operacional realimentado donde el ancho de banda  $(A.B.)_r$  vale aproximadamente  $|G_{Lo}| / \tau$ .

Esto puede justificarse utilizando la misma *figura 6.4*, si se muestra que los tres puntos indicados como 1, 2 y 3 pertenecen a la ecuación de la asíntota  $P(j\omega)$  de la curva de Bode del amplificador operacional.

En efecto, la ecuación de la asíntota  $P(j\omega)$  de  $-6 \text{ dB/octava}$  del dispositivo de primer orden  $A(j\omega) = -A_o / (1+j\omega\tau)$  es:

$$P(j\omega) = \frac{-A_o}{j\omega\tau} \text{ y su módulo } |P(j\omega)| = \frac{|A_o|}{\omega\tau} \quad (6.15)$$

El valor de la ordenada en el *punto 1* de la *figura 6.4* es, para  $\omega_1 = 1/\tau$ :

$$|P(j1/\tau)| = |A_o|$$

y en el *punto 3* el valor de la ordenada está dado para  $\omega_3 = A_o/\tau$

$$|P(j\omega_3)| = \left( \frac{|A_o|}{\omega_3\tau} \right) = 1 = 0 \text{ dB}$$

Entonces bastaría con mostrar que en el *punto 2* de la *figura 6.4* se cumple que para la frecuencia del ancho de banda del Amplificador Operacional realimentado  $(A.B.)_r$  dado por:

$$(A.B.)_r \approx \frac{|G_{Lo}|}{\tau} \quad (6.16)$$

el valor de la ordenada en ese punto es igual al valor de la transmitancia  $T_o$  en el rango de frecuencias bajas y medias, o sea:

$$T_o = \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

En efecto, sustituyendo en la ecuación (6.15) el valor de la frecuencia por la indicada en la expresión (6.16), resulta:

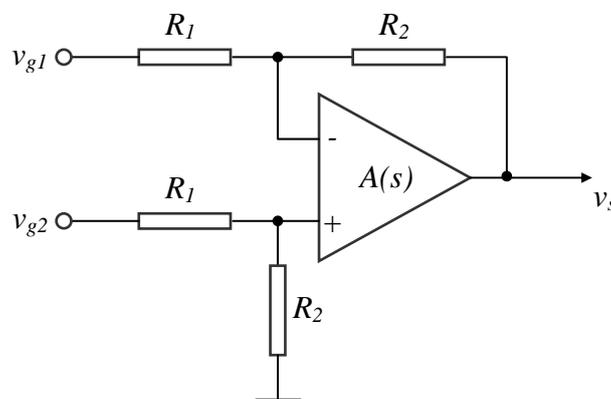
$$|P(j(A.B.)_r)| = \frac{|A_o|}{(A.B.)_r \tau} = \frac{|A_o|}{\frac{|G_{Lo}|}{\tau} \times \tau} = \frac{|A_o|}{|A_o| \times R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (6.17)$$

En consecuencia, puede deducirse que la curva en trazos de color violeta de la *figura 6.4* corresponde a la respuesta en frecuencia del *amplificador no inversor* y que el mayor ancho de banda  $(A.B.)_r$  logrado por la realimentación negativa corresponde con el de la frecuencia en la curva de respuesta de amplitud del amplificador operacional, cuyo valor de transmitancia es  $T_o$ .

Como un ejemplo de aplicación de las conclusiones anteriores, se analizará el ancho de banda de un circuito amplificador diferencial como el de la *figura 6.5*.

Obsérvese que ambas entradas tienen la misma ganancia del lazo, motivo por el cual el ancho de banda será el mismo tanto para la señal  $V_{g1}$ , como  $V_{g2}$ , de acuerdo a la *expresión (6.7)*.

Más aún, y como justificación de la *expresión (6.8)* del producto transmitancia por ancho de banda, quede para el lector demostrar que tanto para la señal  $V_{g1}$ , como para la señal  $V_{g2}$ , la transmitancia del camino directo es la misma, razón por la cual el producto Ganancia por Ancho de Banda =  $T_o \times (A.B.)_r$  tiene el mismo valor para ambas entradas.



*Fig. 6.5: Amplificador diferencial*

## 6.5 Ancho de banda de circuitos realimentados positivamente

Cuando un circuito está realimentado positivamente, también se modifica el ancho de banda del mismo, pero en sentido inverso a lo que hace la realimentación negativa, es decir, se reduce el ancho de banda útil del circuito.

Si se analiza para un circuito con un solo dispositivo activo, esta situación es fácilmente deducible a partir de la *expresión general (6.7)* del ancho de banda realimentado.

Recuérdese que en estos casos, para que el circuito sea estable con realimentación positiva, el valor de la ganancia del lazo  $G_{L_o}$  debe ser positivo, pero de módulo menor que la unidad. En consecuencia, la ecuación (6.7) puede reescribirse como:

$$(A.B.)_{\tau} = \frac{1 - |G_{L_o}|}{\tau} \quad (6.18)$$

donde el numerador tendrá un valor menor que la unidad, pero positivo, con lo que el ancho de banda original  $1/\tau$  se vio reducido en la misma proporción.

Obsérvese de la expresión (6.18) que para el caso límite de  $G_{L_o}=1$  resulta  $(A.B.)_{\tau}=0$ . Ello puede interpretarse en el caso de los circuitos inversor y no inversor como que la única señal actuante es la de corriente continua (caso de comparadores, etc.), por lo que en la práctica la señal de salida del circuito quedará enclavada en los valores de saturación positivo o negativo del dispositivo activo.

Como ejemplo de aplicación de (6.18) sea el regulador de corriente continua de la figura 2.12.a) que se repite en la figura 6.6.

Aquí existen dos lazos de realimentación, uno negativo y el otro positivo. El lazo negativo proveerá un  $(A.B.)_{rk}$  para el amplificador equivalente  $K$  representado por la línea de trazos en la figura 6.6, dado por:

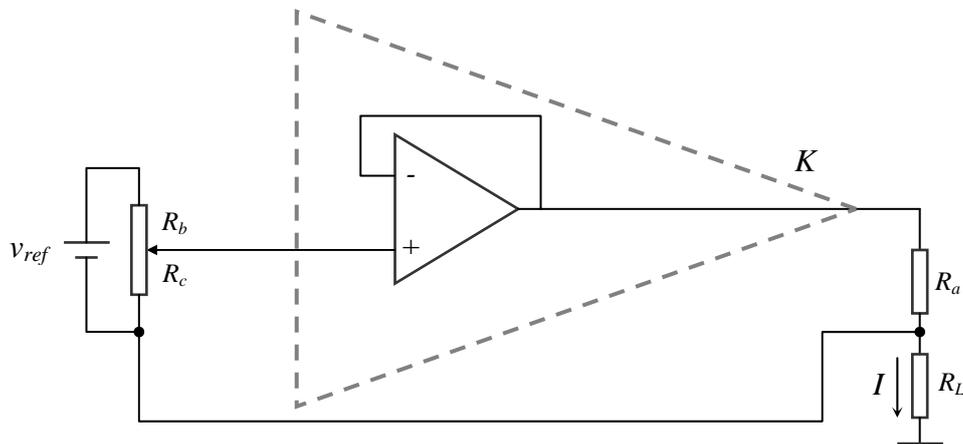


Fig. 6.6: Regulador de corriente continua

$$(A.B.)_{rk} = \frac{1 - G_{L_o}^N}{\tau} = \frac{1 + A_o}{\tau} \quad (6.19)$$

Cuando se analiza para la ganancia del lazo positiva, es:

$$G_{L_o}^P = 1 \times \frac{R_L}{R_L + R_a} \quad (6.20)$$

con lo que el ancho de banda final queda:

$$\begin{aligned} (A.B.)_r &= (1 - G_{L_o}^P) \times (A.B.)_{rk} = \\ &= \left(1 - \frac{R_L}{R_L + R_a}\right) \times \frac{1 + A_o}{\tau} = \frac{R_a}{R_L + R_a} \times \frac{1 + A_o}{\tau} \end{aligned} \quad (6.21)$$

Nótese la evidente reducción del ancho de banda lineal del circuito debido a que normalmente  $R_a \ll R_L$ .

## 6.6 Consideraciones sobre el ancho de banda de circuitos de orden superior

Cuando la ganancia de lazo de un circuito realimentado es de orden igual o mayor que dos, obtener el ancho de banda del mismo suele ser bastante complicado, motivo por el cual, cuando es necesario conocerlo, se lo calcula computacionalmente.

Sin embargo, en aquellos casos particulares en que  $T_{cd}(s)$  y  $G_L(s)$  difieren solamente en una constante, ( $T_{cd}(s) = k G_L(s)$ ) y ambos son del tipo pasabajo, pueden hacerse algunas consideraciones prácticas que permiten conocer el orden del ancho de banda del circuito realimentado.

En efecto, supóngase que  $G_L(s)$  tenga un gráfico de Bode como el de la figura 6.7 donde  $\omega_o$  es la frecuencia de cruce de ganancia unitaria.

Para esta frecuencia,  $G_L(j\omega_o)$  valdrá la unidad y se tendrá un margen de fase  $M.F.$  que será positivo. La representación gráfica vectorial de esta situación será la de la figura 6.8. Obsérvese en la misma que  $(1-G_L(j\omega_o))$  es el vector que une los extremos del vector  $G_L(j\omega_o)$  y el vector unidad.

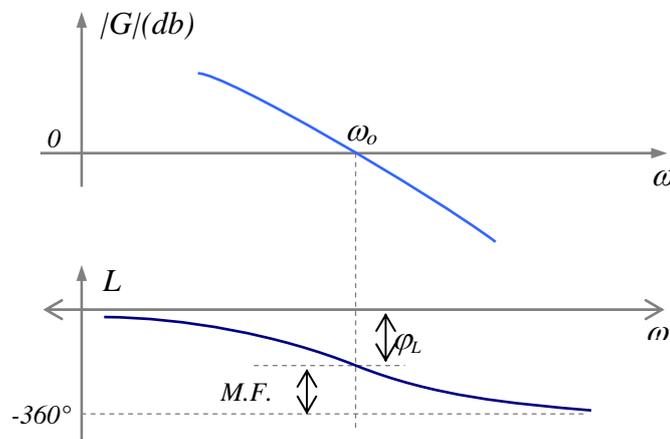


Figura 6.7

Por otra parte, si  $T_{cd}(s) = k G_L(s)$  es:

$$T(s) = k \frac{G_L(s)}{1 - G_L(s)} \quad (6.22)$$

suponiendo que  $T_{cf} = 0$ .

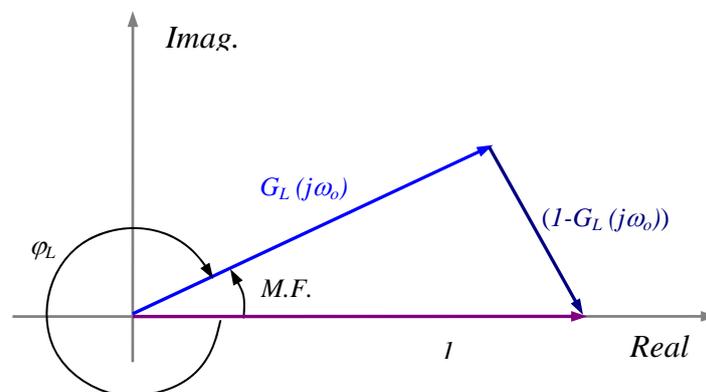


Figura 6.8

Entonces, cuando  $G_L(s)$  sea suficientemente elevado en valor absoluto ( $|G_L(s)| \gg 1$ ), o sea para frecuencias bastantes menores que  $\omega_o$ , el valor de la transmitancia  $T$ , resultará aproximadamente igual a  $k$ , o sea:

$$T_{|G_L(s) \gg 1} = k \frac{G_L(s)}{1 - G_L(s)} \Big|_{|G_L(s) \gg 1} = k \quad (6.23)$$

Pero para frecuencias para las cuales el módulo de  $G(j\omega)$  sea cercano a la unidad, o sea para frecuencias próximas a  $\omega_o$ , la transmitancia  $T(j\omega)$  tendrá un valor distinto a  $k$ .

Para interpretar en forma aproximada lo que sucede, se estudiará a continuación en la *tabla 6.2*, varias situaciones que se pueden presentar para el valor del módulo de  $T(j\omega)/k$  expresado en decibeles, siempre utilizando la frecuencia  $\omega_o$  como referencia.

$\varphi_L$ (ó equiv.)	M.F. (°)	$ 1 - G_L(\omega_o) $	$ T(\omega_o) / k $	$ T(\omega_o) / k  \text{ db}$
-270°	90°	$\sqrt{2}$	0,707	-3 db
-300°	60°	1	1	0 db
-315°	45°	0,766	1,3	2,28 db
-330°	30°	0,519	1,93	5,71 db

*Tabla 6.2*

A partir de esta tabla, pueden diferenciarse los siguientes casos (*siempre para la frecuencia de cruce de ganancia unitaria  $\omega_o$* ):

1. Para el  $M.F. = 90^\circ$ , la caída de la respuesta en frecuencia del circuito será de 3 db, por lo que  $\omega_o$  resultará el valor del ancho de banda  $(A.B.)_r$  del circuito realimentado.
2. Si el  $M.F.$  es mayor que  $90^\circ$ , el ancho de banda realimentado  $(A.B.)_r$  será menor que  $\omega_o$ , ya que el módulo de  $|T(\omega_o) / k|$  resultará menor que 0,707.
3. Si  $M.F.$  es menor que  $60^\circ$ , se estará en presencia de un sobrepico en el extremo superior de la respuesta en frecuencia, lo que aumenta el ancho de banda realimentado. (un estudio más exhaustivo demuestra que para  $M.F. = 60^\circ$  o levemente mayor, aún puede haber sobrepico en la respuesta de frecuencia, pero de pequeño valor).

De lo anterior, se observa que el margen de fase existente junto con un valor de la frecuencia de cruce de ganancia unitaria, brindan una idea aproximada del orden del ancho de banda del circuito realimentado. En particular y como una primera aproximación que supone la existencia de un par de modos dominantes en el circuito, se pueden asimilar estos circuitos realimentados a sistemas de segundo orden para su funcionamiento alrededor de la frecuencia  $\omega_o$ . De esta manera se obtienen los anchos de banda dados en la *tabla 6.3*.

Nótese de la misma que para los márgenes de fase más comunes de  $45 - 30^\circ$ , el ancho de banda  $(A.B.)_r$  está entre  $1,4 \omega_o$  y  $1,5 \omega_o$ . Quede bien en claro que para ganancias del lazo de orden mayor que dos, estos  $(A.B.)_r$  dados por la *tabla 6.3* se reducen con el orden de  $G_L$ .

$\phi_L$ (L. abierto)	M.F. (°)	$ T(\omega_0) / k $	$ T(\omega_0) / k $ (dB)	(A.B.) $_{\tau}$
-300°	60°	1	0 dB	1,27 $w_o$
-315°	45°	1,3	2,28 dB	1,4 $w_o$
330°	30°	1,93	5,71 dB	1,45 $w_o$

Tabla 6.3: Ancho de banda para transmitancias  $T$  de segundo orden (a lazo cerrado)

## 6.7 Análisis de la fase de circuitos realimentados

Sea un circuito de Transmitancia:

$$T(s) = \frac{T_{cd}(s)}{1 - G_L(s)} + T_{cf}(s) \quad (6.24)$$

donde  $s$  es la frecuencia compleja  $s = \sigma + j\omega$ .

En particular, para una determinada frecuencia  $s = j\omega$  se tendrá:

$$\begin{aligned} T_{cd}(j\omega) &= |T_{cd}(j\omega)| \times (\cos \alpha + j \operatorname{sen} \alpha) \\ G_L(j\omega) &= |G_L(j\omega)| \times (\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta) \end{aligned} \quad (6.25)$$

donde:

$\alpha$  = fase de la transmitancia del camino directo para la frecuencia  $s = j\omega$

$\theta$  = fase de la ganancia del lazo para la frecuencia  $s = j\omega$  ( $\theta = -180^\circ$  indica realimentación negativa pura)

Suponiendo sin pérdida de generalidad que  $T_{cf} = 0$  queda:

$$T(j\omega) = \frac{|T_{cd}(j\omega)| \times (\cos \alpha + j \operatorname{sen} \alpha)}{1 - |G_L(j\omega)| \times (\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta)} \quad (6.26)$$

Si se multiplica al numerador y al denominador de la expresión anterior por el conjugado del denominador, la fase de  $T(j\omega)$  quedará determinada exclusivamente por el numerador  $N(j\omega)$  resultante, cuyo valor estará dado entonces por:

$$N(j\omega) = [|T_{cd}(j\omega)| \times (\cos \alpha + j \operatorname{sen} \alpha)] \times [1 - |G_L(j\omega)| \times \cos \theta + j |G_L(j\omega)| \operatorname{sen} \theta] \quad (6.27)$$

Operando y llamando  $\phi(\omega)$  a la fase de  $N(j\omega)$  o sea a la fase de  $T(j\omega)$  queda:

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &= t_g^{-1} \frac{|G_L(j\omega)| \times (\operatorname{sen} \theta \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha \cos \theta) + \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha - |G_L(j\omega)| \times (\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha \cos \theta)} \\ \phi(\omega) &= t_g^{-1} \frac{|G_L(j\omega)| \times \operatorname{sen}(\theta - \alpha) + \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha - |G_L(j\omega)| \times \cos(\theta - \alpha)} \end{aligned} \quad (6.28)$$

Obsérvese que la fórmula anterior es una expresión completa para indicar la fase de un sistema realimentado en función de la frecuencia  $\omega$ , independientemente de que la realimentación sea positiva o negativa (siempre que el sistema sea estable).

Evidentemente la misma es algo complicada y salvo en forma computacional, su cálculo puede resultar dificultoso, motivo por el cual si no es estrictamente indispensable, se evita con frecuencia.

Sin embargo, existen casos prácticos en electrónica donde, por las circunstancias del circuito, la expresión anterior puede simplificarse bastante, facilitando la interpretación física, tal como se analiza a continuación.

## 6.8 Fase de circuitos que usan un amplificador operacional

Cuando se utiliza un amplificador operacional realimentado negativamente con redes resistivas puras (caso de amplificadores inversores y no inversores) la expresión 6.28 se puede simplificar significativamente.

En efecto, sea como ejemplo un circuito no inversor como el indicado en la figura 6.2, donde:

$$A(s) = \frac{-A_o}{1 + s\tau}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.29)$$

$$GL(s) = A(s) \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = A(s) \times \beta$$

Bajo estas condiciones se tiene que la fase  $\alpha$  de la Transmitancia del camino directo  $T_{cd}(j\omega)$  para la frecuencia  $\omega$  y la fase  $\theta$  de la Ganancia del Lazo  $G_L(j\omega)$  para la misma frecuencia  $\omega$  se encuentran desfasadas en  $180^\circ$ . En consecuencia, si el corrimiento de fase del amplificador operacional con respecto a la puerta + para la frecuencia  $\omega$  es de  $\delta$  grados, se verificará que:

$$\alpha = -\delta$$

$$\theta = -180^\circ - \delta \quad (6.30)$$

con lo que la expresión 6.28 se reduce significativamente a:

$$\phi(\omega) = t_g^{-1} \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha + |G_L(j\omega)|} \quad (6.31)$$

expresión más sencilla que la de (6.28), pero válida únicamente cuando el desfasaje entre  $T_{cd}(j\omega)$  y  $G_L(j\omega)$  es de  $-180^\circ$ .

Pero si en particular, además del desfasaje indicado en el párrafo anterior el ángulo  $\delta$  es de muy bajo valor, se puede suponer que:

$$\text{sen } \alpha \approx t_g \alpha \approx \alpha \quad (6.32)$$

con lo que la ecuación (6.31) queda reducida a

$$\phi(\omega) = t_g^{-1} \frac{\text{sen } \alpha}{1 + |G_L(j\omega)|} = \frac{\alpha}{1 - G_L(j\omega)} \quad (6.33)$$

si la realimentación es negativa.

De la ecuación (6.33) anterior, quede en claro que:

- Solo puede ser usada si el valor de  $\alpha$  es pequeño.
  - La forma de la misma es similar a la que se obtiene para la señal de salida de un circuito realimentado, cuando una señal perturbadora (que en este caso equivaldría a  $\alpha$ ) actúa sobre la misma puerta de salida. (ver punto 5.4 del capítulo anterior). Esta expresión, por su simplicidad, es bastante usada, pero adolece de las limitaciones antedichas, motivo por el cual su utilización resulta restringida. (solo para valores de  $\alpha$  pequeños y que la diferencia de fase entre la Transmitancia del camino directo  $Tcd(j\omega)$  y la Ganancia del lazo  $G_L(j\omega)$  sea de  $-180^\circ$ ).
  - Se debe tener especial cuidado al utilizar los valores de los ángulos indicados. Es recomendable hacerlo siempre en radianes para evitar posibles errores cuando se trabaja con grados.
-